

REFORMA
2019

FIZYKA

PODRĘCZNIK • LICEUM I TECHNIKUM • ZAKRES ROZSZERZONY



3

Drogi WSiP,

Nigdy bym nie publikowała publicznie książek wydawnictw, które działają na uczciwych zasadach.

Wasza firma jednak promuje masowy dodruk, całkowicie niepotrzebnych książek, które mogłyby być zastąpione wersjami elektronicznymi!

Co prawda e-booki są dostępne na waszej stronie, jednak:

- W przeciwieństwie do fizycznej książki, licencja na e-book kończy się po roku. Oznacza to, że jeżeli moja córka chciałaby powtórzyć sobie całą wiedzę do matury, musiałabym jej kupić wszystkie wasze książki od nowa.
- Waszych e-booków nie da się pobrać! Wymagają one dostęp do internetu, co uniemożliwia ich użycie na naszej wsi, gdzie zasięg jest ograniczony.
- Wasze e-booki nie działają na telefonach komórkowych!
- Wasze e-booki sprzedawane są po tej samej (albo wyższej) cenie co regulame książki. Cena e-booka powinna być niższa, gdyż e-booki wymagają elektronicznego czytnika (tabletu)!

Czas rozpocząć nową erę, w której papier nie jest bezczelnie marnowany dla pieniędzy. Przedstawiam e-book, który spełnia wszystkie oczekiwania uczniów.

Dbajmy o środowisko, zróbmy to dla młodych pokoleń.

Spis treści

Jak korzystać z podręcznika	5
-----------------------------------	---

■ Prąd stały i modele przewodnictwa

1. Prąd elektryczny jako przepływ ładunku.....	8
2. Badanie zależności natężenia prądu od napięcia dla odcinka obwodu.....	12
3. Łączenie szeregowo i równoległe odbiorników	17
4. Zależność oporu od długości i przekroju poprzecznego przewodnika	25
5. Praca i moc prądu elektrycznego.....	28
6. Siła elektromotoryczna. Prawo Ohma dla całego obwodu	31
7. Co wskazuje woltomierz dołączony do źródła siły elektromotorycznej?.....	35
8. Wzrosty i spadki potencjału. Drugie prawo Kirchhoffa.....	39
9. Przykłady stosowania drugiego prawa Kirchhoffa	45
10. Modele przewodnictwa ciał stałych: przewodników i półprzewodników.....	52
11. Dioda półprzewodnikowa (złącze n-p). Tranzystor	58
12. Przewodnictwo elektryczne cieczy i gazów.....	63
Powtórzenie działu	70

■ Pole magnetyczne

13. Magnesy trwałe. Pole magnetyczne magnesu	82
14. Przewodnik z prądem w polu magnetycznym	87
15. Wektor indukcji magnetycznej.....	90
16. Naładowana cząstka w polu magnetycznym	96
17. Pole magnetyczne przewodników, przez które płynie prąd.....	105
18. Wzajemne oddziaływanie przewodników z prądem	110
19. Silnik elektryczny	113
20. Właściwości magnetyczne substancji.....	115
Powtórzenie działu	122

■ Indukcja elektromagnetyczna

21. Zjawisko indukcji elektromagnetycznej	132
22. Siła elektromotoryczna indukcji	138
23. Reguła Lenza	144
24. Zjawisko samoindukcji	152
25. Prąd zmienny	157
26. Transformator.....	166
27. Zastosowanie diody i tranzystora.....	173
Powtórzenie działu	177

■ Optyka geometryczna

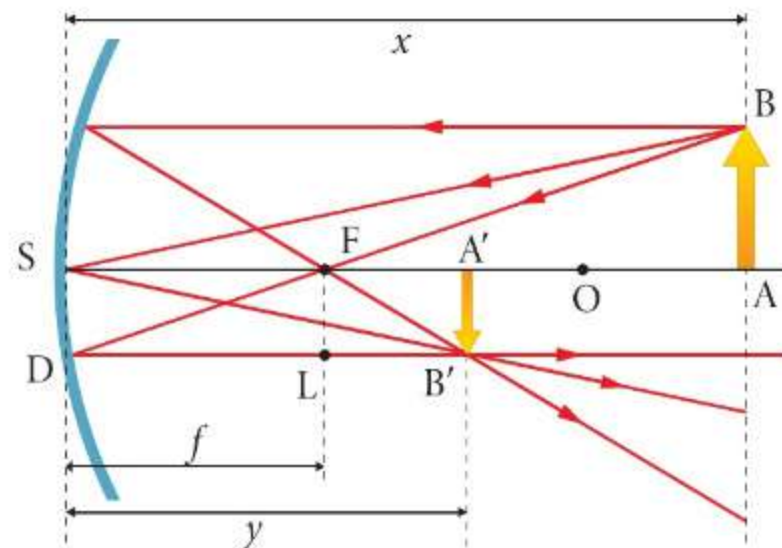
28. Zjawisko odbicia i załamania światła.....	186
29. Całkowite wewnętrzne odbicie.....	195
30. Zwierciadła	198

31.	Odchylenie promienia świetlnego w pryzmacie. Rozszczepienie światła	203
32.	Soczewki	209
33.	Lupa i oko. Wady wzroku	218
	Powtórzenie działu	223
	Fale mechaniczne	
34.	Pojęcie fali. Fale podłużne i poprzeczne	232
35.	Wielkości charakteryzujące fale	236
36.	Funkcja falowa fali płaskiej	240
37.	Interferencja fal płaskich	245
38.	Fale stojące	248
39.	Zasada Huygensa i jej konsekwencje	253
*40.	Fale akustyczne	258
41.	Zjawisko Dopplera	264
	Powtórzenie działu	270
	Niepewności pomiarowe	
1.	Przypomnienie wiadomości z zakresu niepewności pomiarowych	280
2.	Niepewność wyniku pomiaru wielkości mierzonej bezpośrednio	281
3.	Niepewności pomiarów pośrednich	285
	Doświadczenia	
1.	Badamy charakterystyki prądowo-napięciowe żarówki i opornika	289
2.	Wyznaczamy współczynnik załamania wody za pomocą pomiaru kąta granicznego	290
3.	Badamy zależność położenia obrazu otrzymanego za pomocą soczewki od położenia przedmiotu; wyznaczamy ogniskową soczewki	292
	Odpowiedzi do zadań	296
	Stałe fizyczne	305
	Indeks rzeczowy polsko-angielski	307

* Gwiazdką oznaczono rozdział nadobowiązkowy.

Przeczytaj, zrozum, zapamiętaj

Niech przedmiot świecący AB ma kształt strzałki ustawionej prostopadle do osi w odległości od zwierciadła większej niż jego promień krzywizny r (rys. 30.4).



Rys. 30.4 Konstrukcja obrazu rzeczywistego w zwierciadle wklęsłym

zasadnicza część wykładu

Suma algebraiczna wszystkich sił elektromotorycznych i napięć w oczku sieci jest równa zero.

$$\sum_{k=1}^n \mathcal{E}_k + \sum_{k=1}^m I_k R_k = 0$$

(8.1)

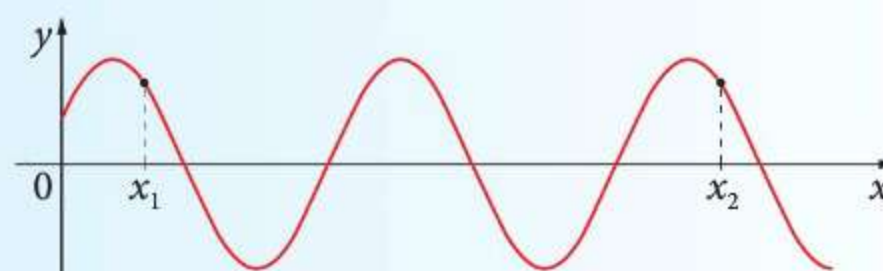
ważne wnioski, prawa oraz definicje sformułowane słownie lub za pomocą wzorów

Ćwicz i rozwiązuj zadania

Przykład 36.1

Badanie zależności $y(x)$ wychylecia cząstki od jej odległości od źródła w ustalonej chwili t_0 (fotografowanie fali)

Dla ustalonej, dowolnej chwili t_0 zależność $y(x)$ jest sinusoidą (rys. 36.2).



Rys. 36.2

wzorcowo rozwiązane zadania

ZADANIA

1. Prąd przemienny o maksymalnym natężeniu $I_0 = 0,2$ A przepływa przez przewodnik o oporze 5Ω . Oblicz średnią moc wydzieloną w tym przewodniku.
2. Grzałka jest zasilana z sieci prądem przemiennym. Opór spirali grzałki $R = 50 \Omega$. Oblicz czas τ (czytaj: tau) potrzebny na zagotowanie 1 kg wody o temperaturze $t_0 = 20^\circ\text{C}$, jeśli straty energii wynoszą 5%. Amplituda napięcia $U_0 = 312$ V. Przyjmij, że ciepło właściwe wody $c_w = 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

zadania na zakończenie rozdziału

POWTÓRZENIE DZIAŁU: Indukcja elektromagnetyczna



Zjawisko indukcji elektromagnetycznej

Warunkiem wzbudzenia prądu indukcyjnego w obwodzie zamkniętym jest zmiana strumienia magnetycznego objętego przez ten obwód.

Strumień indukcji magnetycznej Φ przechodzący przez płaską powierzchnię S umieszczoną w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $\vec{B}$ to iloczyn skalarny:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \angle(\vec{B}, \vec{S})$$

powtórzenie wiadomości – teoria

POWTÓRZENIE DZIAŁU: Indukcja elektromagnetyczna

ZADANIA POWTÓRZENIOWE



1. Kwadratowa miedziana ramka o boku a poruszająca się ruchem jednostajnym z szybkością v przechodzi przez jednorodne pole o indukcji $\vec{B}$ i ostro zarysowanych granicach. Linie pola magnetycznego tworzą z płaszczyzną ramki kąt 90° .

1.1. Wyprowadź wzory przedstawiające zależność od czasu strumienia magnetycznego Φ obejmowanego przez ramkę podczas jej wchodzenia do pola i podczas wyjścia z niego.

ćwiczenie umiejętności – zadania

Zwróć uwagę na kolory

Niepewności pomiarowe

Dzięki wiadomościom podanym w tym rozdziale poszerzysz swoją wiedzę i zdobędziesz nowe umiejętności z zakresu obliczania niepewności pomiarowych i analizowania błędów popełnianych podczas pomiarów. Pomoże ci to lepiej przygotowywać,

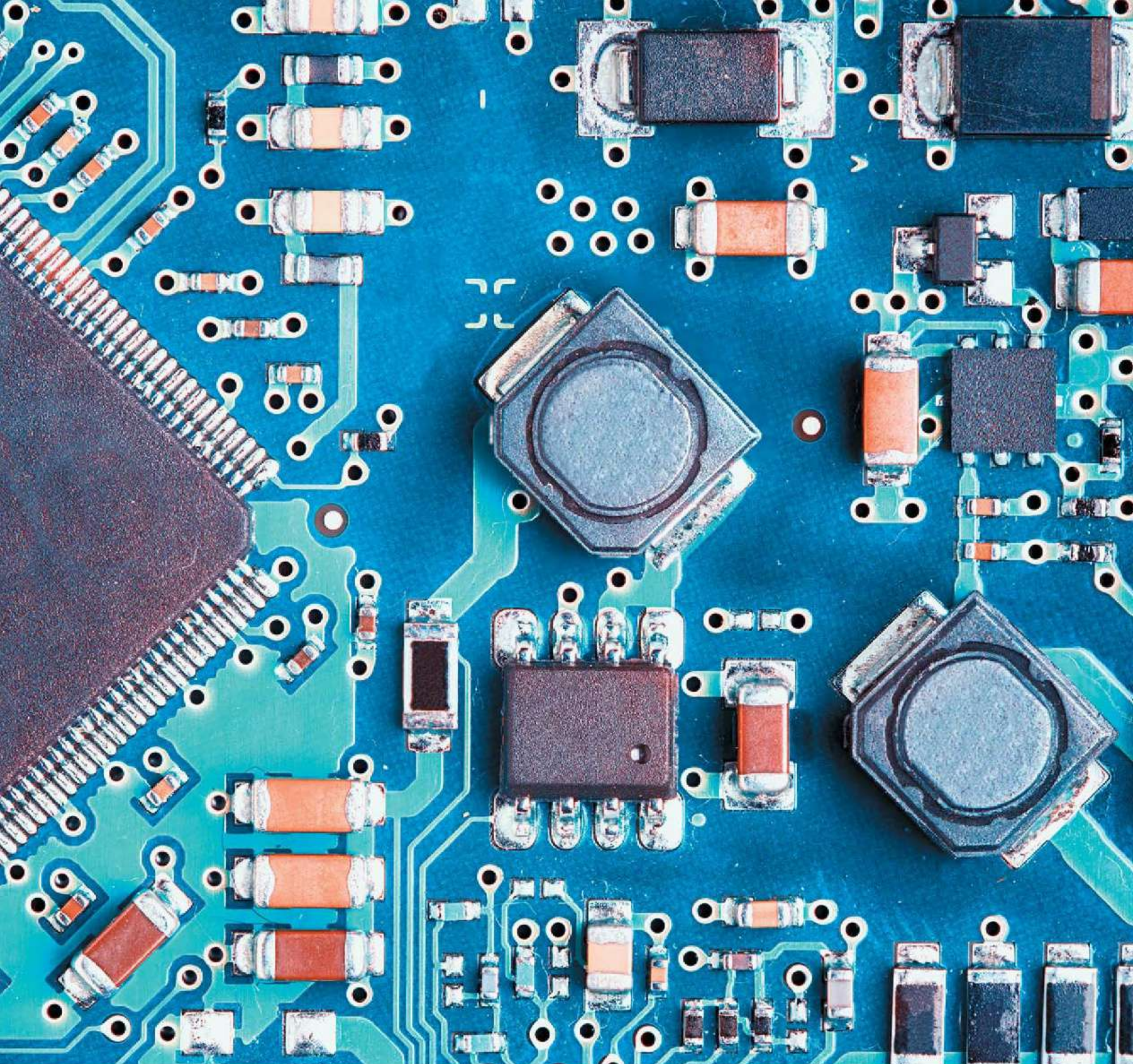
Doświadczenia

Doświadczenie 1. Badamy charakterystyki prądowo-napięciowe żarówki i opornika

Spis przyrządów i materiałów: zasilacz bateryjny, opornica suwakowa o zakresie $0-20 \Omega$ lub $0-15 \Omega$, żarówka o parametrach znamionowych $3,5 \text{ V}$, $0,3 \text{ A}$, opornik 10Ω , amperomierz, woltomierz, przewody.

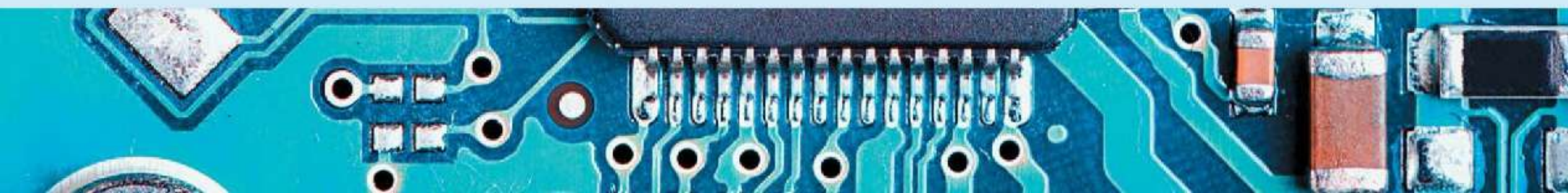
doświadczenia i opracowanie wyników

Pamiętaj: Odpowiedzi do wszystkich zadań zamieszczonych w podręczniku oraz opracowania wyników pomiarów i doświadczeń zapisuj w zeszyte przedmiotowym.



PRĄD STAŁY I MODELE PRZEWODNICTWA

- Prawa prądu stałego
- Przemiany energii elektrycznej
- Modele przewodnictwa w metalach, półprzewodnikach, cieczach i gazach
- Dioda półprzewodnikowa i tranzystor
- Odkrycie elektronu





1. Prąd elektryczny jako przepływ ładunku

- Prąd elektryczny jako uporządkowany ruch nośników ładunku
- Natężenie prądu
- Pierwsze prawo Kirchhoffa

Przypomnij sobie zasadę zachowania ładunku oraz symbole, którymi na schematach oznaczamy elementy obwodów elektrycznych.

Prąd elektryczny to uporządkowany ruch naładowanych cząstek. Nie zawsze są to cząstki tego samego rodzaju. Ogólnie nazywamy je nośnikami ładunku lub nośnikami prądu. Prąd elektryczny może płynąć w metalach lub innych ciałach stałych (np. półprzewodnikach), niektórych cieczach (tzw. elektrolitach), a w pewnych warunkach także w gazach i próżni.

Wiesz z klasy ósmej, że w metalach znajdują się swobodne elektrony, które wykonują chaotyczne ruchy pomiędzy dodatnimi jonami regularnej sieci krystalicznej. Gdy do metalowego przewodnika przyłożymy napięcie (czyli końce przewodnika będą miały różne potencjały), to w przewodniku pojawi się pole elektrostatyczne, w którym na elektrony i jony działają siły. Pod działaniem sił tego pola dodatnie jony sieci nie mogą opuszczać swoich położeń równowagi, ale poruszające się bezładnie elektrony **zostają dodatkowo wprowadzone w uporządkowany ruch wzdłuż przewodnika**. Średnia szybkość tego ruchu, zwana szybkością dryfu elektronów, jest niewielka w porównaniu ze średnią szybkością ruchu chaotycznego (patrz rozdział 10). Elektrony – jak wiesz – poruszają się w przeciwną stronę niż przyjęty umownie kierunek prądu: prąd (według umowy) płynie od bieguna „+” do bieguna „-” źródła napięcia, a elektrony poruszają się od „-” w kierunku „+”.

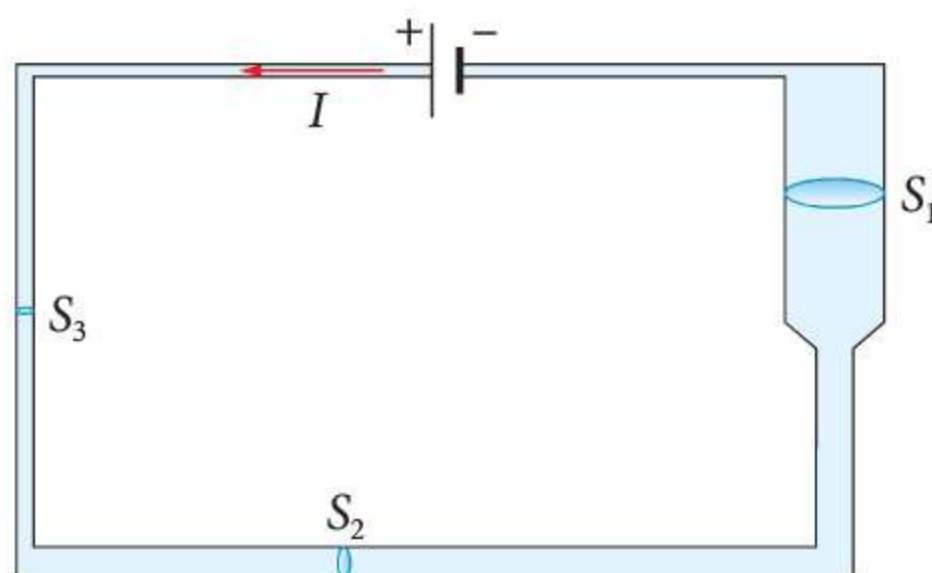
Tak więc prąd elektryczny w metalach to uporządkowany ruch swobodnych elektronów. W elektrolitach nośnikami ładunku są jony dodatnie i ujemne rozpuszczonych w wodzie związków chemicznych (kwasów, zasad i soli). O półprzewodnikach będzie mowa w końcowej części tego działu.

Prąd elektryczny charakteryzuje skalarna wielkość zwana **natężeniem prądu**. Gdy przez poprzeczny przekrój przewodnika w jednakowych (dowolnie małych) odstępach czasu przepływa taki sam ładunek, mówimy, że płynie prąd stały, tzn. o natężeniu niezmieniającym się w czasie.

Miarą natężenia prądu jest wówczas iloraz ładunku przepływającego przez przekrój przewodnika i czasu jego przepływu:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (1.1)$$

Iloraz ten zawiera informację o tym, jak wielki ładunek przepływa przez dowolny przekrój poprzeczny przewodnika w jednostce czasu. Zauważ, że w odniesieniu do przekroju poprzecznego przewodnika użyliśmy tutaj słowa „dowolny”. Spróbuj wyjaśnić, dlaczego ładunek przepływający w danym obwodzie przez najmniejszy przekrój poprzeczny (S_3) jest taki sam jak ładunek przepływający w tym samym czasie przez największy (S_1) i każdy inny przekrój poprzeczny przewodnika, np. S_2 (rys. 1.1).



Rys. 1.1 Natężenie prądu w każdym miejscu obwodu jest jednakowe

Jeśli prąd jest zmienny, to iloraz $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ jest **średnim natężeniem** tego prądu w czasie Δt .

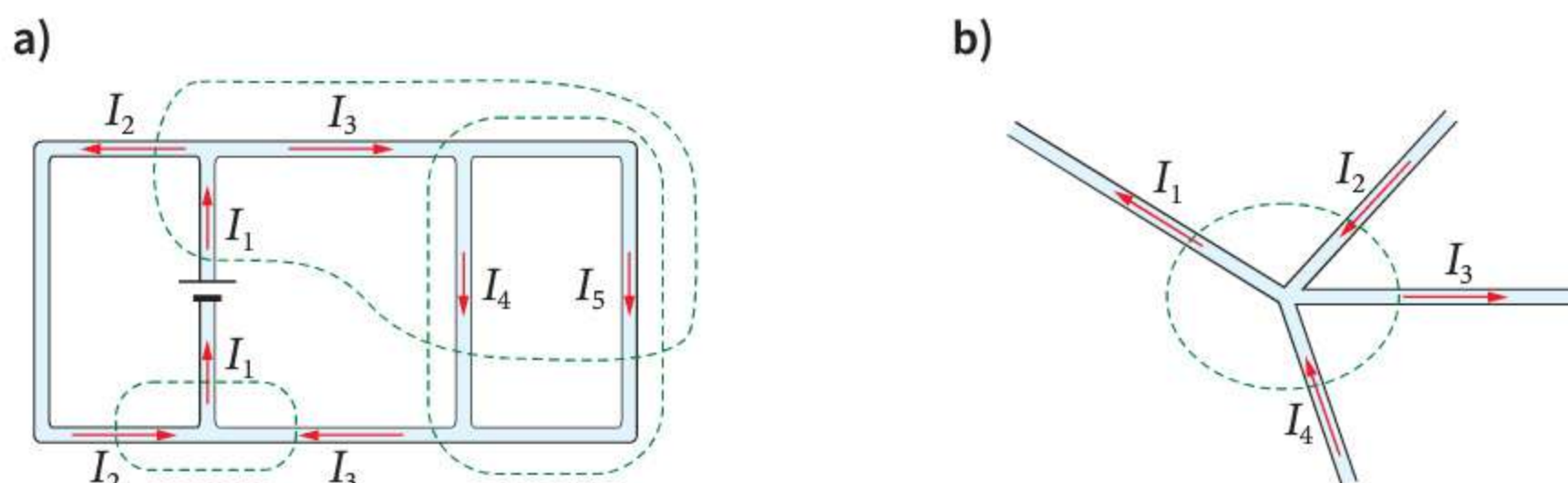
Jednostką natężenia prądu jest **amper** (1 A). Jednostki mniejsze to miliamper (1 mA = 10^{-3} A) i mikroamper (1 μ A = 10^{-6} A). Jednostka 1 A została określona na podstawie magnetycznych skutków przepływu prądu elektrycznego. Związek pomiędzy jednostkami natężenia prądu (1 A) i ładunku (1 C) wynika ze wzoru (1.1):

$$1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}} \quad \text{lub} \quad 1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}$$

Natężenie prądu mierzymy za pomocą amperomierzy (oraz miliamperomierzy i mikroamperomierzy). Mogą to być tzw. mierniki analogowe – ze wskazówką pokazującą na wycechowanej skali wartość natężenia prądu – lub mierniki cyfrowe, z wyświetlaczem, na którym odczytujemy liczbę amperów, miliamperów lub mikroamperów.

W obwodach z prądem często mamy do czynienia z rozgałęzieniami (rys. 1.2a). Z zasady zachowania ładunku wynika, że jeśli dowolną część obwodu obejmie powierzchnia zamknięta, to suma natężeń prądów wpływających przez tę powierzchnię do zawartej wewnątrz niej objętości jest równa sumie natężeń prądów wypływających przez tę powierzchnię. Prawo to nosi nazwę pierwszego prawa Kirchhoffa. W szczególnym

przypadku powierzchnię zamkniętą może przebijać pęk przewodników schodzących się w jednym węźle (rys. 1.2b).



Rys. 1.2 Ilustracja pierwszego prawa Kirchhoffa: wielokrotne rozgałęzienie (a), węzeł sieci (b)

Jeśli natężeniom prądów wpływających przez powierzchnię zamkniętą przyporządkujemy przeciwny znak niż natężeniom prądów wypływających¹, to **pierwsze prawo Kirchhoffa** można zapisać w ogólnej postaci:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

Dla przypadku przedstawionego na rysunku 1.2b mamy:

$$I_2 + I_4 = I_1 + I_3$$

lub:

$$-I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = 0$$

Zapisz pierwsze prawo Kirchhoffa dla wszystkich trzech powierzchni zamkniętych, zaznaczonych na rysunku 1.2a.

W poniższej tabeli przypominamy podstawowe symbole służące do rysowania schematów obwodów.

Symbol	Opis	Symbol	Opis
	źródło napięcia		skrzyżowanie przewodów z połączeniem
	amperomierz		żarówka
	wyłącznik		woltomierz
	skrzyżowanie przewodów bez połączenia		przewody łącznikowe (doprowadzające)

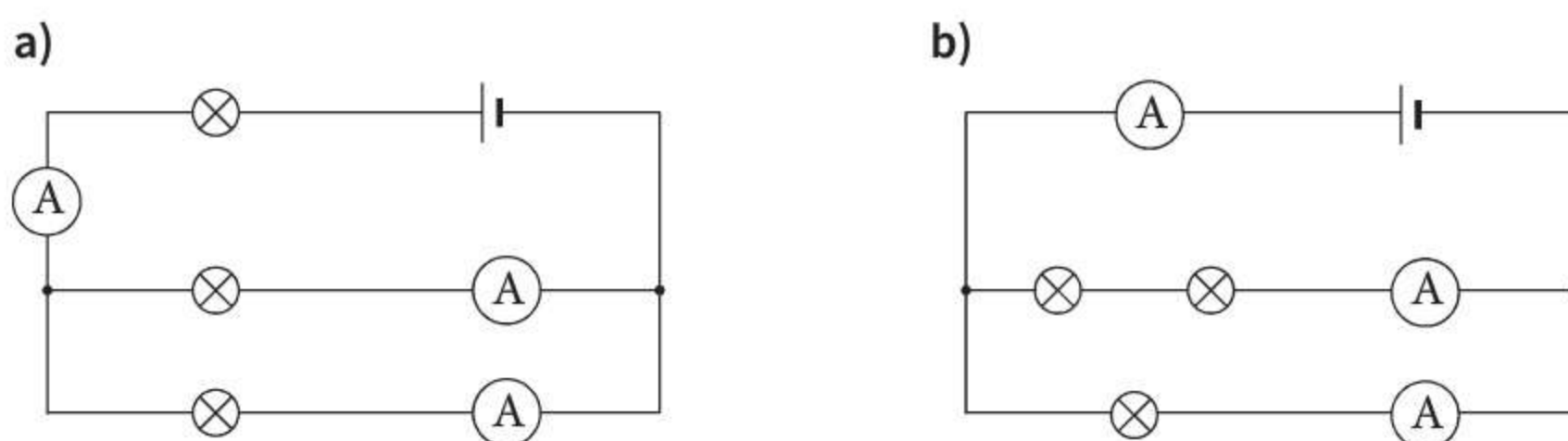
¹ Ściśle mówiąc, przed symbolem I_k pod znakiem sumy powinniśmy pisać znaki $\pm$ (bo natężenie prądu nie zostało zdefiniowane jako wielkość algebraiczna, lecz arytmetyczna). Opuszczamy jednak te znaki, aby nie komplikować zapisu. Podobnie postąpimy przy zapisywaniu drugiego prawa Kirchhoffa w rozdziale 8.

Trzeba pamiętać o właściwym podłączeniu zacisków amperomierza (a także innych mierników). Miernik należy włączać tak, aby prąd wpływał do niego zaciskiem „+”, a wypływał zaciskiem „-”.

Doświadczenie 1.1

Pierwsze prawo Kirchhoffa

Zbuduj obwód (rys. 1.3) składający się ze źródła napięcia, kilku żarówek i kilku miliamperomierzy tak, aby w obwodzie występowały rozgałęzienia.



Rys. 1.3

Na podstawie odczytu wskazań wszystkich mierników możesz potwierdzić doświadczalnie słuszność pierwszego prawa Kirchhoffa.

ZADANIA

1. Ustal, które fakty (przypomniane w tym rozdziale) tłumaczymy z wykorzystaniem zasady zachowania ładunku. Przypomnij tę zasadę (poznana w klasie drugiej).
2. Skala amperomierza ma 30 równo odległych działek. W czasie pomiaru natężenia prądu przy zakresie 0,3 A wskazówka pokazuje działkę 18.
 - a) Jaki jest wynik pomiaru?
 - b) Jaki będzie wynik pomiaru przy następujących zakresach: 1,5 A, 1 A, 60 mA, 15 mA, jeśli wskazówka zawsze wskazuje działkę 18?
3. W obwodzie przedstawionym na rysunku 1.1 zastosowano przewody o trzech różnych przekrojach poprzecznych: $0,5 \text{ mm}^2$, $0,25 \text{ mm}^2$ i $0,1 \text{ mm}^2$. Natężenie prądu płynącego w obwodzie wynosi 1 A. Oblicz:
 - a) liczbę elektronów przepływających przez każdy przekrój poprzeczny przewodnika w czasie 1 s,
 - b) liczbę elektronów przepływających w ciągu 1 s przez powierzchnię 1 mm^2 przekroju poprzecznego w najgrubszym i najcieńszym miejscu przewodu.
4. Załóżmy, że natężenie prądu płynącego w obwodzie wzrasta z czasem według wzoru: $I(t) = 0,2 \frac{\text{A}}{\text{s}} \cdot t$. Zaproponuj sposób obliczenia ładunku, który przepłynie przez poprzeczny przekrój przewodnika w czasie pierwszych 10 s od chwili zamknięcia obwodu. Oblicz ten ładunek.

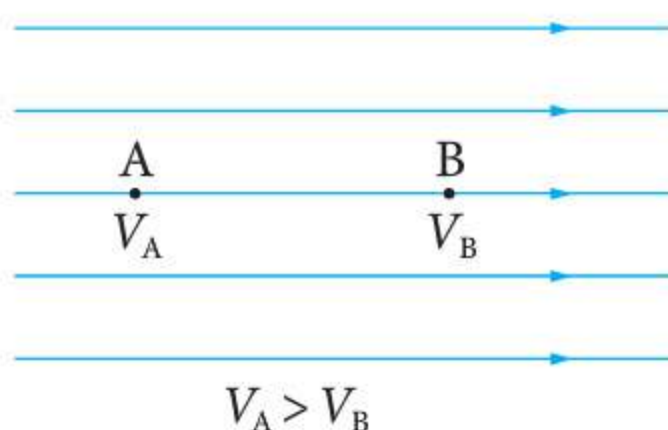


2. Badanie zależności natężenia prądu od napięcia dla odcinka obwodu

- Prawo Ohma dla odcinka obwodu
- Opór elektryczny przewodnika
- Charakterystyki prądowo-napięciowe różnych odbiorników

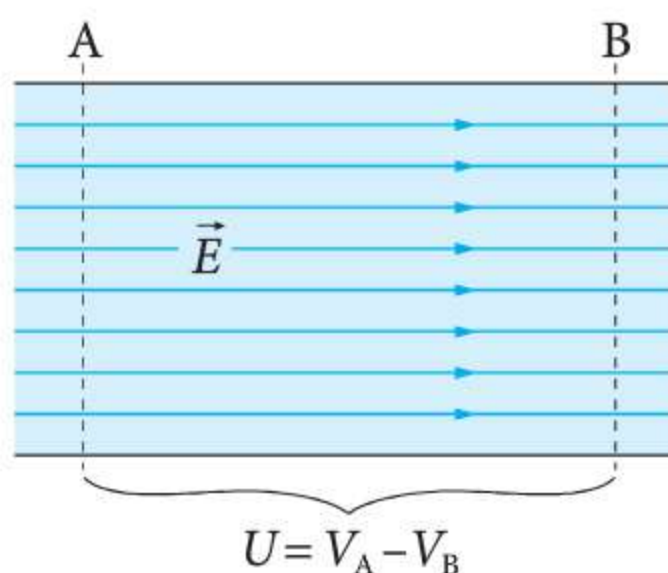
Przypomnij sobie, jak badamy zależność natężenia prądu w przewodniku od napięcia pomiędzy jego końcami.

W klasie drugiej posługiwaliśmy się pojęciem różnicy potencjałów, czyli napięcia, pomiędzy dwoma punktami pola elektrostatycznego. Linie pola elektrostatycznego są zawsze zwrócone od punktów o wyższym potencjale do punktów o niższym potencjale (rys. 2.1).



Rys. 2.1 Linie pola elektrostatycznego są zwrócone w stronę malejącego potencjału

Przyłożenie stałego napięcia do końców przewodnika (odcinka obwodu) powoduje powstanie w nim pola elektrostatycznego o liniach zwróconych od bieguna „+” do bieguna „-” (rys. 2.2).



Rys. 2.2 Natężenie pola w przewodniku po przyłożeniu napięcia

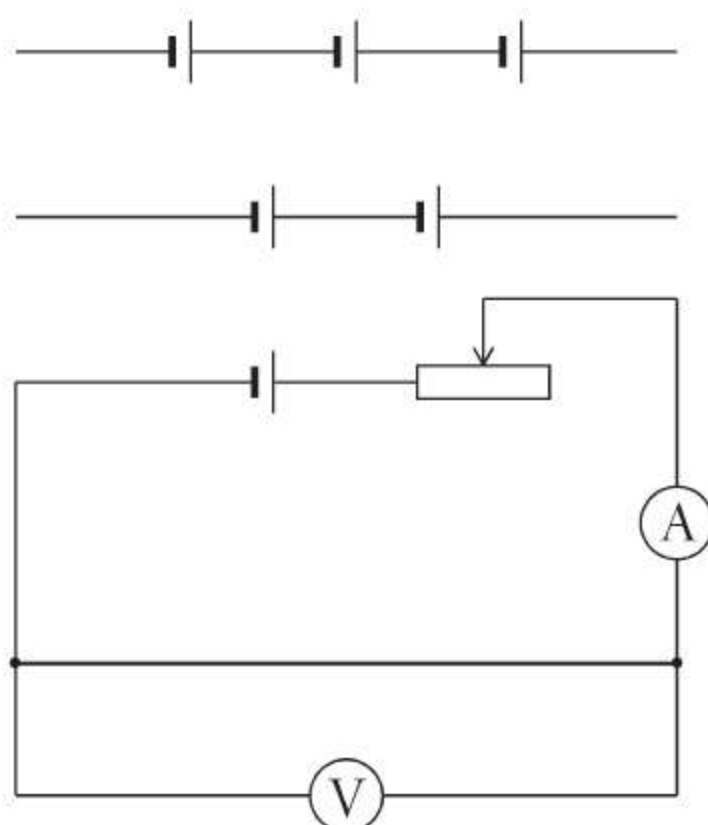
Natężenie prądu płynącego w przewodniku zależy od napięcia panującego między jego końcami.

Zależność $I = f(U)$ dla każdego odbiornika (odcinka obwodu elektrycznego) nosi nazwę **charakterystyki prądowo-napięciowej**. Jej znajomość jest bardzo ważna dla użytkowników różnych odbiorników energii elektrycznej. Najwygodniej taką charakterystykę przedstawić na wykresie. W klasie ósmej była mowa o tym, że zależności natężenia prądu od przyłożonego napięcia dla przewodników metalicznych – przedstawione w układzie współrzędnych U, I – tworzą zbiór linii prostych o różnych nachyleniach do osi U .

Doświadczenie 2.1

Charakterystyki prądowo-napięciowe

Dla potwierdzenia faktu, który przypomniał się powyżej, wyznacz charakterystyki prądowo-napięciowe co najmniej dwóch różnych kawałków tzw. drutu oporowego. Jednym z nich może być drut metrowej długości. Jeśli pracownia szkolna dysponuje zasilaczem stałego, regulowanego napięcia, możesz go użyć, jeśli nie, zastosuj kilka ogniw 1,5 V. W tym doświadczeniu (a także w następnych) najlepiej posługiwać się miernikami uniwersalnymi. Wykonaj pomiary co najmniej dla czterech wartości napięć w przypadku każdego drutu.



Rys. 2.3

Aby się upewnić, że $I = f(U)$ jest rzeczywiście funkcją liniową, której wykres przechodzi przez początek układu współrzędnych, musisz zbadać, czy iloraz $\frac{U}{I}$ jest stały, tzn. niezależny od U . W tym celu trzeba obliczyć niepewność pomiarową każdego ilorazu $\frac{U}{I}$. Wartości $\frac{U}{I}$ otrzymane z doświadczenia są do siebie zbliżone, ale nie są jednakowe. Trzeba się upewnić, że różnica między nimi nie przekracza obliczonych niepewności pomiarowych.

Okazuje się, że dla drutów oporowych użytych w doświadczeniu uzyskaliśmy charakterystyki liniowe, ale o nachyleniu zależnym od danego kawałka przewodnika (odcinka obwodu) i charakterystycznym dla niego.

Natężenie prądu płynącego w przewodniku jest wprost proporcjonalne do napięcia pomiędzy końcami tego przewodnika.

$$I \sim U \quad \text{czyli} \quad \frac{U}{I} = \text{const}$$

To stwierdzenie nosi nazwę **prawa Ohma**.

Stały dla odcinka obwodu (w stałej temperaturze) stosunek $\frac{U}{I}$ nazwano jego oporem elektrycznym.

$$R = \frac{U}{I}$$

(2.1)

Jednostką oporu elektrycznego (zwanego również rezystancją) jest **om** (1Ω).

$$1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C} \cdot \text{A}} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2}$$

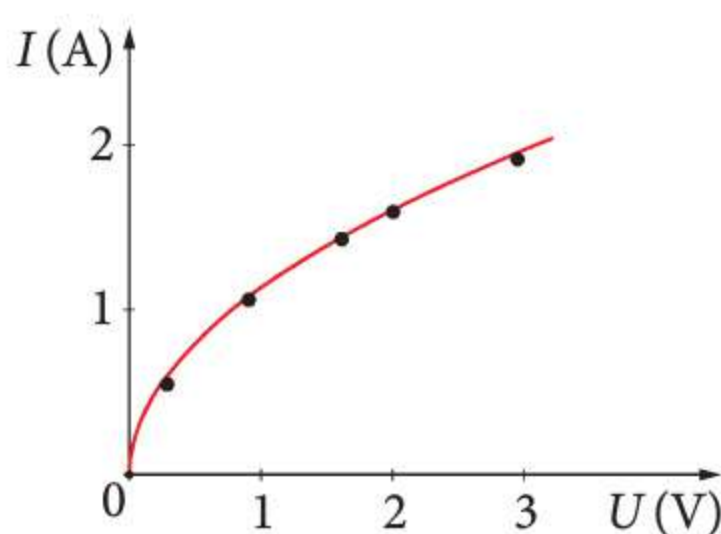
Jednostki większe to kiloom ($1 \text{ k}\Omega = 10^3 \Omega$) i megaom ($1 \text{ M}\Omega = 10^6 \Omega$), a mniejsze – miliom ($1 \text{ m}\Omega = 10^{-3} \Omega$).

Odpowiedz samodzielnie (na podstawie definicji) na poniższe pytania oraz wykonaj polecenie.

- Jaki jest sens fizyczny oporu?
- Co to znaczy, że opór przewodnika (odcinka drutu lub obwodu) wynosi 1Ω ?
- Odczytaj z charakterystyk wykreślonych na podstawie własnych pomiarów, ile wynoszą opory przewodników użytych przez ciebie w doświadczeniach.

Stałość oporu elektrycznego cechuje przewodniki metaliczne tylko w tych przypadkach, kiedy temperatury tych przewodników zmieniają się w niewielkim zakresie. Gdy temperatura znacznie wzrasta, np. pod wpływem przepływu prądu (zamiana energii elektrycznej na wewnętrzną) lub z innych powodów, to opór metalowego przewodnika jest rosnącą liniowo funkcją temperatury. Fakt ten znajduje swoje odbicie w przebiegu charakterystyki prądowo-napięciowej, gdy podczas jej wyznaczania temperatura przewodnika ulega znacznym zmianom (patrz doświadczenie 1 opisane na s. 289).

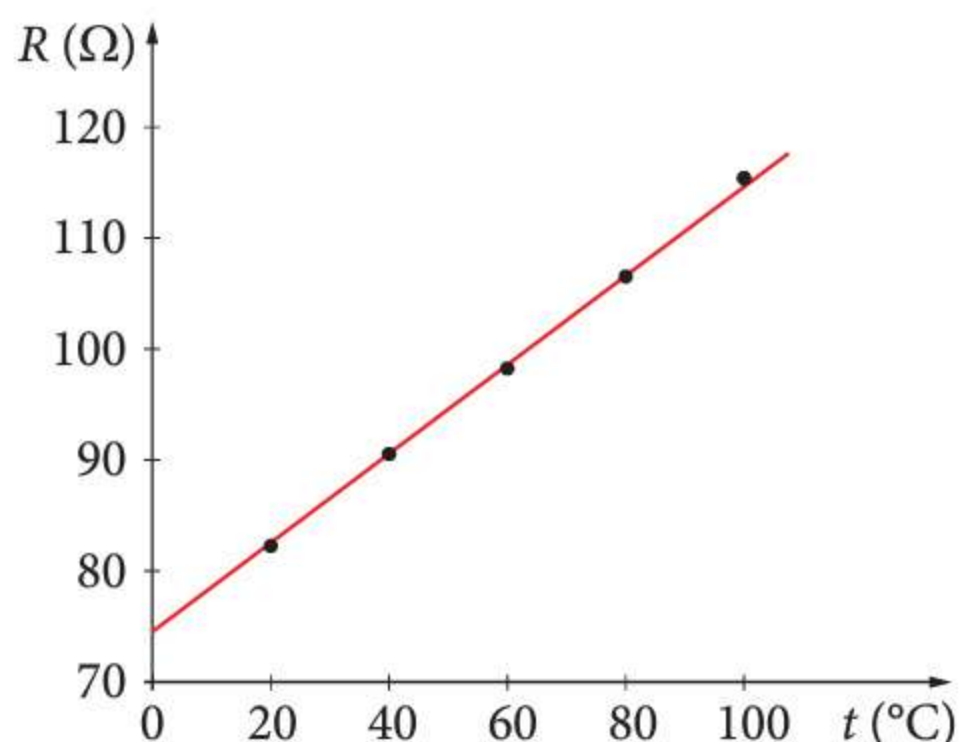
Na rysunku 2.4 przedstawiono charakterystykę prądowo-napięciową żarówki 6 V, 15 W.



Rys. 2.4 Charakterystyka prądowo-napięciowa żarówki

Z wykresu widać, że wraz ze wzrostem napięcia natężenie prądu także wzrasta, jednak takim samym przyrostom napięcia odpowiadają coraz mniejsze przyrosty natężenia prądu – opór rośnie. Łatwo zauważyć, że w miarę wzrostu natężenia prądu drucik żarówki coraz mocniej się rozżarza, a jego temperatura znacznie wzrasta.

Jeśli umieścimy miedzianą zwojnicę w kąpeli olejowej, możemy wyznaczyć zależność jej oporu od temperatury. Na rysunku 2.5 przedstawiono wykres takiej zależności.



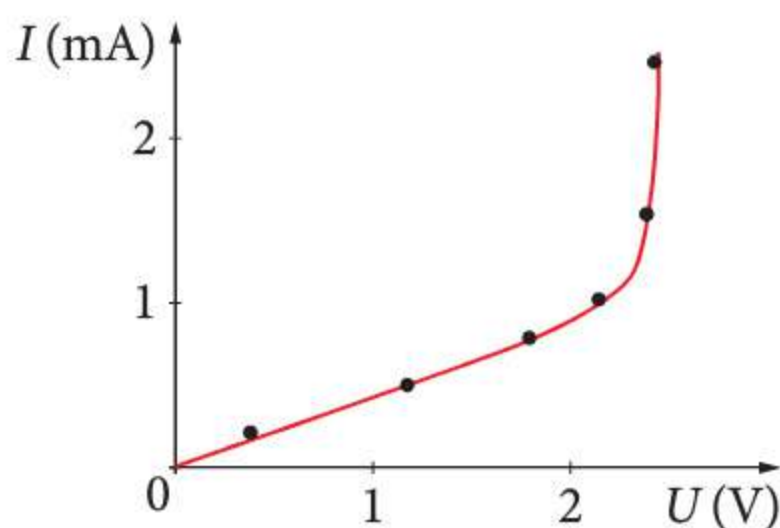
Rys. 2.5 Zależność oporu miedzianego przewodu od temperatury

Dzięki wykorzystaniu znanej zależności $R(t)$ dla zwojnicy można poprzez zmierzenie jej oporu wyznaczyć temperaturę ośrodka, w którym została umieszczona. Na tej zasadzie działają termometry oporowe (patrz zadanie 4 na s. 16).

Nie zawsze zależność oporu od temperatury jest pożądanym zjawiskiem, więc, jeśli to możliwe, staramy się wyeliminować ten problem. Na pewno zdarzało ci się używać oporników suwakowych, zatyczkowych lub dekadowych, na których umieszczono wartości oporu bez dodatkowych informacji, w jakiej temperaturze opór ten został zmierzony. Oporniki i szpule oporowe to zwoje drutów sporządzonych ze specjalnych stopów wieloskładnikowych (np. manganinu lub konstantanu), których opór w niewielkim stopniu zależy od temperatury.

Wiesz, że prąd elektryczny może płynąć także przez odbiorniki zbudowane z innych materiałów. Na ogół mają one inne charakterystyki.

Na rysunku 2.6 podano dla przykładu wykres charakterystyki prądowo-napięciowej **termistora**, który jest wykonany z materiału półprzewodnikowego.



Rys. 2.6 Charakterystyka prądowo-napięciowa termistora

Z wykresu 2.6 wynika, że powyżej 2 V opór termistora zaczyna gwałtownie maleć. Fakt ten jest ściśle związany ze wzrostem temperatury termistora (silny prąd powoduje znaczne jego ogrzanie). Opór elektryczny półprzewodników jest silnie malejącą funkcją temperatury. O tym, dlaczego tak jest, dowiesz się w rozdziale 10.

Termistory stosuje się w technice pomiarowej, m.in. do pomiaru temperatury, a także do zabezpieczania różnych części obwodów elektrycznych przed szkodliwymi skutkami nagłych zmian temperatury. Montowane są np. w pralkach, lodówkach, odkurzacach, klimatyzatorach czy drukarkach (rys. 2.7).



Rys. 2.7 Termistor stosowany do kontroli temperatury głowicy drukarki 3D

ZADANIA

1. Do końców kawałka drutu (zmianę oporu drutu wraz z temperaturą można pominąć) przykładamy coraz większe napięcia. Co się dzieje z natężeniem prądu płynącego przez ten drut i z oporem drutu?
2. Czy w obwodzie przedstawionym na rysunku 2.3 amperomierz pokazuje rzeczywiście natężenie prądu płynącego przez interesujący nas przewodnik? Wyraź swoje zdanie i je uzasadnij.
3. Zależność oporu metalowego przewodnika od temperatury można przedstawić w postaci wzoru $R = R_0(1 + \alpha t)$, gdzie R_0 jest wartością oporu w 0°C , natomiast α jest tzw. współczynnikiem temperaturowym oporu. Na podstawie wykresu $R(t)$ dla miedzianego drutu (rys. 2.5) oszacuj współczynnik temperaturowy oporu α dla miedzi. Wyjaśnij, o czym ten współczynnik nas informuje.
4. Na podstawie wykresu na rysunku 2.5 oszacuj temperaturę ośrodka, w którym została umieszczona miedziana zwojnica, jeśli jej opór wynosi $110\ \Omega$.



3. Łączenie szeregowe i równoległe odbiorników

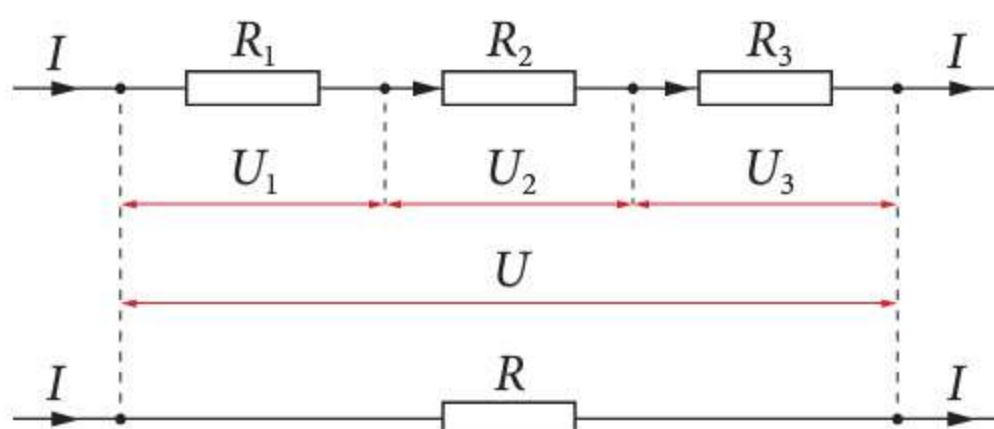
- Prawa dla szeregowych i równoległych połączeń odbiorników energii elektrycznej
- Połączenia mieszane
- Metoda wyznaczania oporu za pomocą amperomierza i woltomierza
- Domowa instalacja elektryczna

Przypomnij sobie, na czym polega szeregowe i równoległe łączenie odbiorników.

W tym rozdziale zajmiemy się znanymi ci już z klasy ósmej połączeniami odbiorników i sformułujemy rządzące nimi prawa.

Połączenie szeregowe

Gdy odbiorniki są połączone szeregowo (rys. 3.1), to nośniki ładunku przepływają kolejno przez każdy z nich, dlatego przez każdy odbiornik płynie prąd o takim samym natężeniu. Fakt ten wynika z zasady zachowania ładunku.



Rys. 3.1 Szeregowe połączenie odbiorników

Napięcie U pomiędzy początkiem pierwszego i końcem ostatniego odbiornika jest równe sumie napięć U_1 , U_2 , U_3 na poszczególnych odbiornikach.

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

Konsekwencją tych dwóch praw jest wzór na tzw. opór zastępczy R tak połączonych odbiorników.

Mówimy, że dowolną liczbę połączonych ze sobą w jakikolwiek sposób odbiorników energii elektrycznej można zastąpić jednym, tzn. tak dobrać opór R , aby doprowadzenie do zacisków takiego samego napięcia U wywołało prąd o takim samym natężeniu I (rys. 3.1). Tak dobrany opór nazywamy **oporem zastępczym**. Ponieważ $U = IR$, $U_1 = IR_1$, $U_2 = IR_2$, $U_3 = IR_3$, a napięcie U jest równe sumie wszystkich trzech napięć, to po podzieleniu obu stron równania:

$$IR = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

przez I otrzymujemy:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

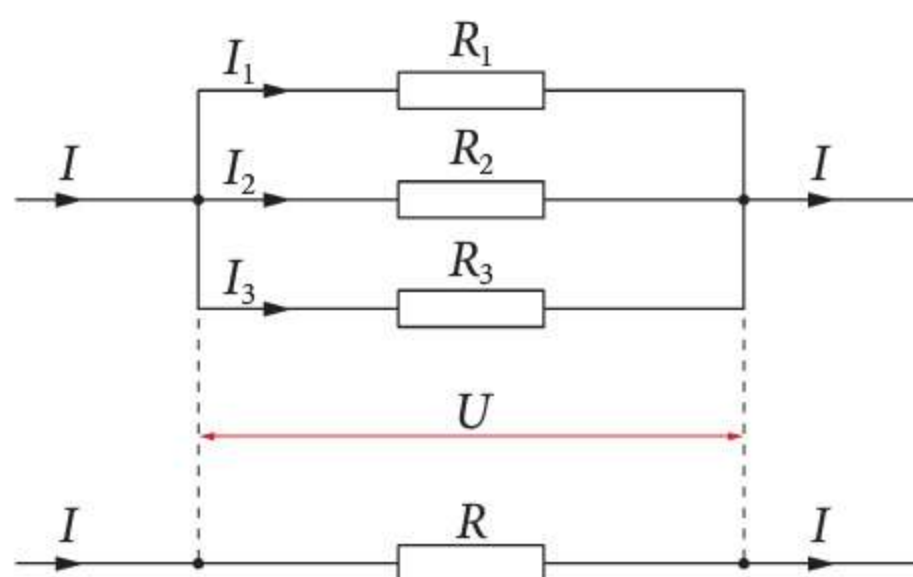
Oczywiście podobny wzór można zastosować do dowolnej liczby (n) odbiorników, więc:

$$R = \sum_{k=1}^n R_k$$

W połączeniu szeregowym opór zastępczy równa się sumie oporów poszczególnych odbiorników.

Połączenie równoległe

W tym przypadku przez każdy z odbiorników płynie tylko część dopływających do rozgałęzienia nośników ładunku. Na każdym odbiorniku mamy takie samo napięcie U , bo wszystkie odbiorniki mają wspólne początki i wspólne końce (rys. 3.2).



Rys. 3.2 Równoległe połączenie odbiorników

Z pierwszego prawa Kirchhoffa wynika, że:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Konsekwencją tych dwóch praw jest wzór na opór zastępczy R tak połączonych odbiorników. Ponieważ $I = \frac{U}{R}$, $I_1 = \frac{U}{R_1}$, $I_2 = \frac{U}{R_2}$, $I_3 = \frac{U}{R_3}$, a natężenie prądu dopływającego I jest sumą natężeń wszystkich trzech prądów, to po podzieleniu obu stron równania:

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

przez U otrzymujemy:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Dla dowolnej liczby (n) połączonych równoległe odbiorników:

$$G = \sum_{k=1}^n G_k$$

gdzie G jest odwrotnością oporu, czyli przewodnością przewodnika.

W przypadku połączenia równoległego odwrotność oporu zastępczego jest równa sumie odwrotności oporów poszczególnych odbiorników.

Z równości napięć na n odbiornikach połączonych równoległe wynika, że:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3 = \dots = I_n R_n$$

Inaczej mówiąc, natężenie prądu dopływającego do rozgałęzienia dzieli się na n części w stosunku odwrotnie proporcjonalnym do oporów odbiorników. W przypadku dwóch odbiorników związek ten można napisać w postaci:

$$I_1 : I_2 = R_2 : R_1$$

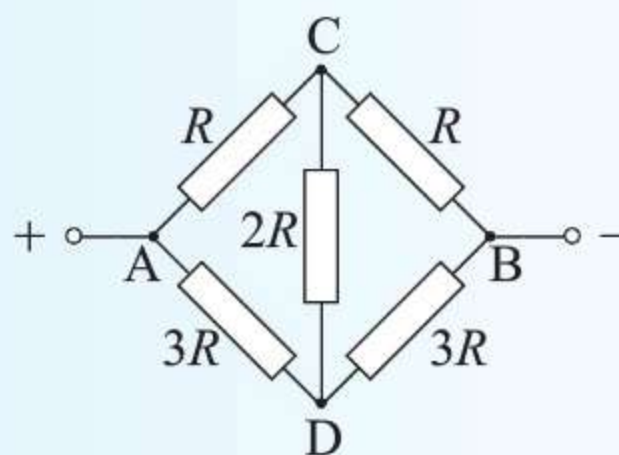
Niekiedy nosi on nazwę **drugiego prawa Kirchhoffa w uproszczonej postaci**. Drugie prawo Kirchhoffa w postaci ogólnej formułujemy w rozdziale 8.

Przykład 3.1

Połączenie mieszane odbiorników

Często w bardziej skomplikowanej sieci spotykamy połączenie mieszane odbiorników. Przykład takiego połączenia przedstawia schemat na rysunku 3.3.

Obliczymy opór zastępczy układu oporników.



Rys. 3.3

Gdy przystępujemy do upraszczania schematu obwodu, warto sprawdzić, czy obwód nie zawiera zbędnych oporników, tzn. takich, przez które nie płynie prąd. Zdarza się to np. wówczas, gdy obwód jest symetryczny, jak w tym przykładzie.

Na rysunku 3.3 potencjał w węźle A jest wyższy niż w węźle B. Potencjały w węzłach C i D są jednakowe ze względu na symetrię obwodu – potencjały w tych punktach są średnimi arytmetycznymi potencjałów V_A i V_B . Przez opornik o oporze $2R$ nie płynie prąd, można go zatem usunąć. Fakt ten znacznie ułatwia obliczenie oporu zastępczego R_{AB} między punktami A i B. Prąd wpływający do węzła A rozdziela się bowiem na dwie części i płynie do węzła B przez górną gałąź będącą połączeniem szeregowym dwóch oporników o oporze R (czyli o sumarycznym oporze $2R$) oraz równoległe przez dolną gałąź, którą stanowi połączenie szeregowo dwóch jednakowych oporników o oporze zastępczym $6R$.

To znaczy, że:

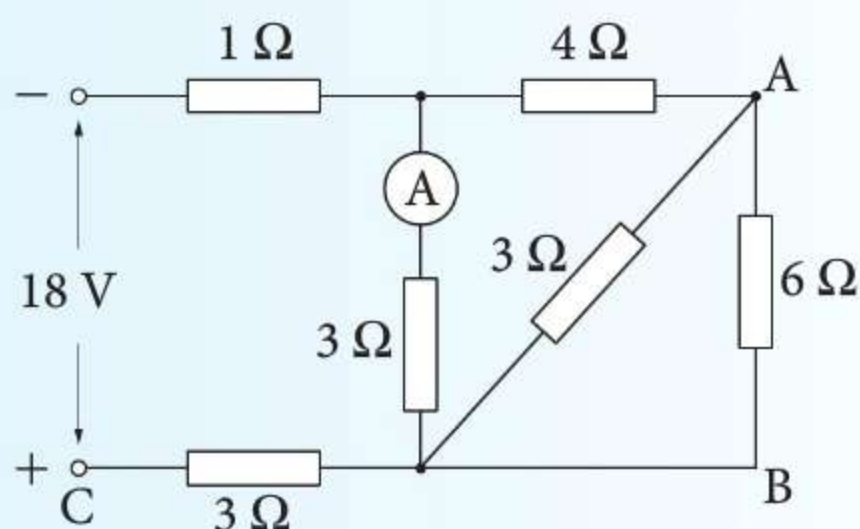
$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{6R} = \frac{2}{3R}$$

czyli:

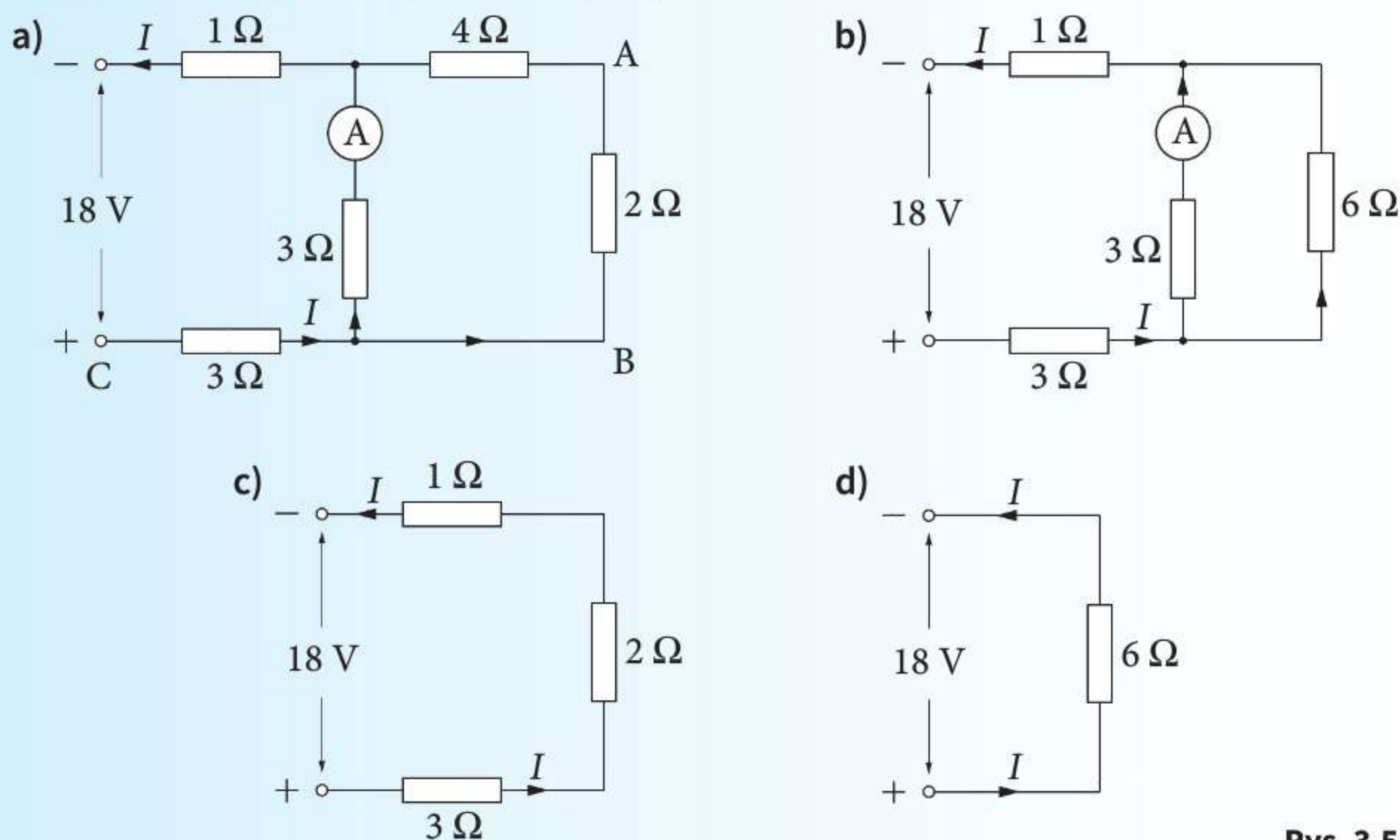
$$R_{AB} = \frac{3}{2}R$$

Przykład 3.2**Upraszczanie schematu obwodu**

Obliczymy natężenie prądu wskazywane przez amperomierz o pomijalnie małym oporze i napięcie między punktami A i B oraz A i C w obwodzie przedstawionym na schemacie (rys. 3.4).

**Rys. 3.4**

W tym celu musimy najpierw obliczyć opór całkowity R_c i natężenie prądu I w całym obwodzie. Zastosujemy metodę stopniowego upraszczania obwodu.

**Rys. 3.5**

$$R_c = 6 \Omega \quad I = \frac{18 \text{ V}}{6 \Omega} = 3 \text{ A}$$

Prąd o natężeniu 3 A rozdziela się na dwie części w stosunku 3 : 6 = 1 : 2 (rys. 3.5b), a przez opornik z włączonym amperomierzem płynie jego część o większym natężeniu, tzn. $I_A = 2 \text{ A}$. Druga część (o natężeniu 1 A) płynie w oporniku o oporze zastępczym 6Ω , a więc także między punktami A i B na rysunku 3.5a.

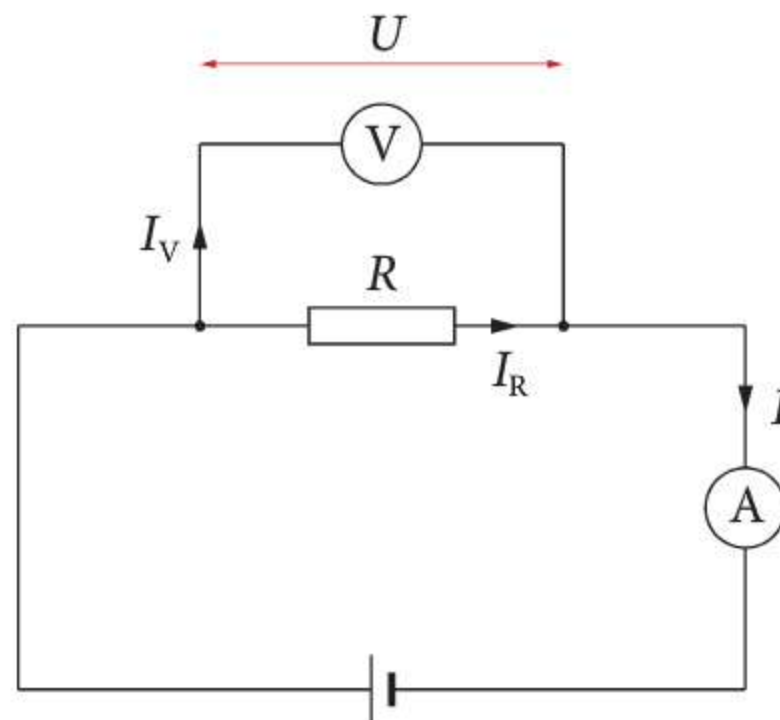
$$U_{AB} = 2 \Omega \cdot 1 \text{ A} = 2 \text{ V} \quad U_{BC} = 3 \Omega \cdot 3 \text{ A} = 9 \text{ V}$$

Wynika z tego, że:

$$U_{AC} = 2 \text{ V} + 9 \text{ V} = 11 \text{ V}$$

Wróćmy teraz do sposobu włączania w obwód amperomierza i woltomierza. Podczas badania zależności $I(U)$ stosowaliśmy obwód, którego schemat został przedstawiony

na rysunku 3.6. Zastanówmy się, czy tak włączony amperomierz wskazuje natężenie prądu płynącego przez odbiornik o oporze R .

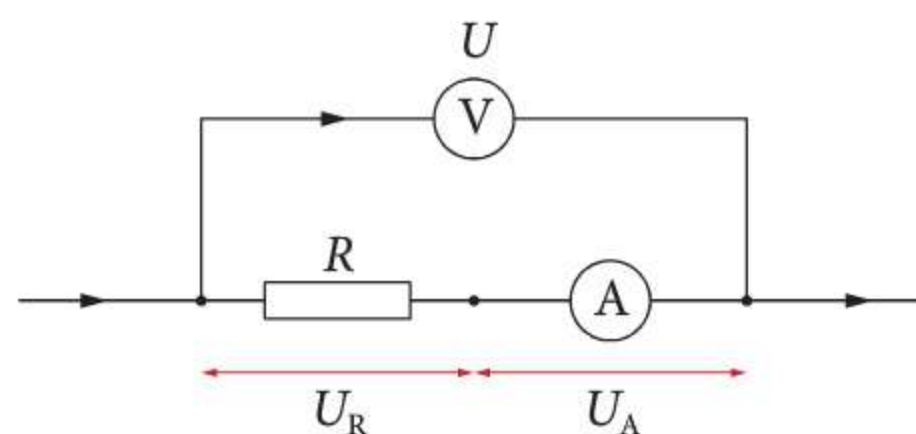


Rys. 3.6 Czy tak włączony amperomierz wskazuje natężenie prądu płynącego przez odbiornik?

Łatwo zauważyć, że amperomierz wskazuje natężenie prądu I większe od natężenia prądu płynącego przez odbiornik, ponieważ:

$$I = I_R + I_V$$

Aby obliczyć opór, dzieliliśmy napięcie U przez I , zamiast przez I_R , otrzymaliśmy więc za małą wartość oporu. Czy popełniliśmy duży błąd? Zależy to od oporu woltomierza R_V , bowiem $I_V = \frac{U}{R_V}$. Opór własny stosowanego przez nas miernika uniwersalnego o zakresie np. 6 V równa się $120 \text{ k}\Omega$, zatem natężenie prądu pobieranego przez woltomierz wynosi około $\frac{1}{20} \cdot 10^{-3} \text{ A}$. Jest to znacznie mniej, niż wynosi niepewność pomiarowa, z jaką mierzyliśmy I ; postępowanie nasze było więc całkowicie poprawne. Teraz widzisz, jakie znaczenie ma fakt, że woltomierze mają duże opory własne. Gdyby wyznaczany opór był zbliżony do oporu woltomierza (np. gdyby miał wartość około $1 \text{ k}\Omega$), racjonalniej byłoby stosować połączenie mierników pokazane na rysunku 3.7.



Rys. 3.7 Czy tak włączony woltomierz wskazuje napięcie na odbiorniku?

W tym przypadku amperomierz wskaże natężenie prądu płynącego przez odbiornik, którego opór chcemy mierzyć, natomiast woltomierz wskaże sumę napięć:

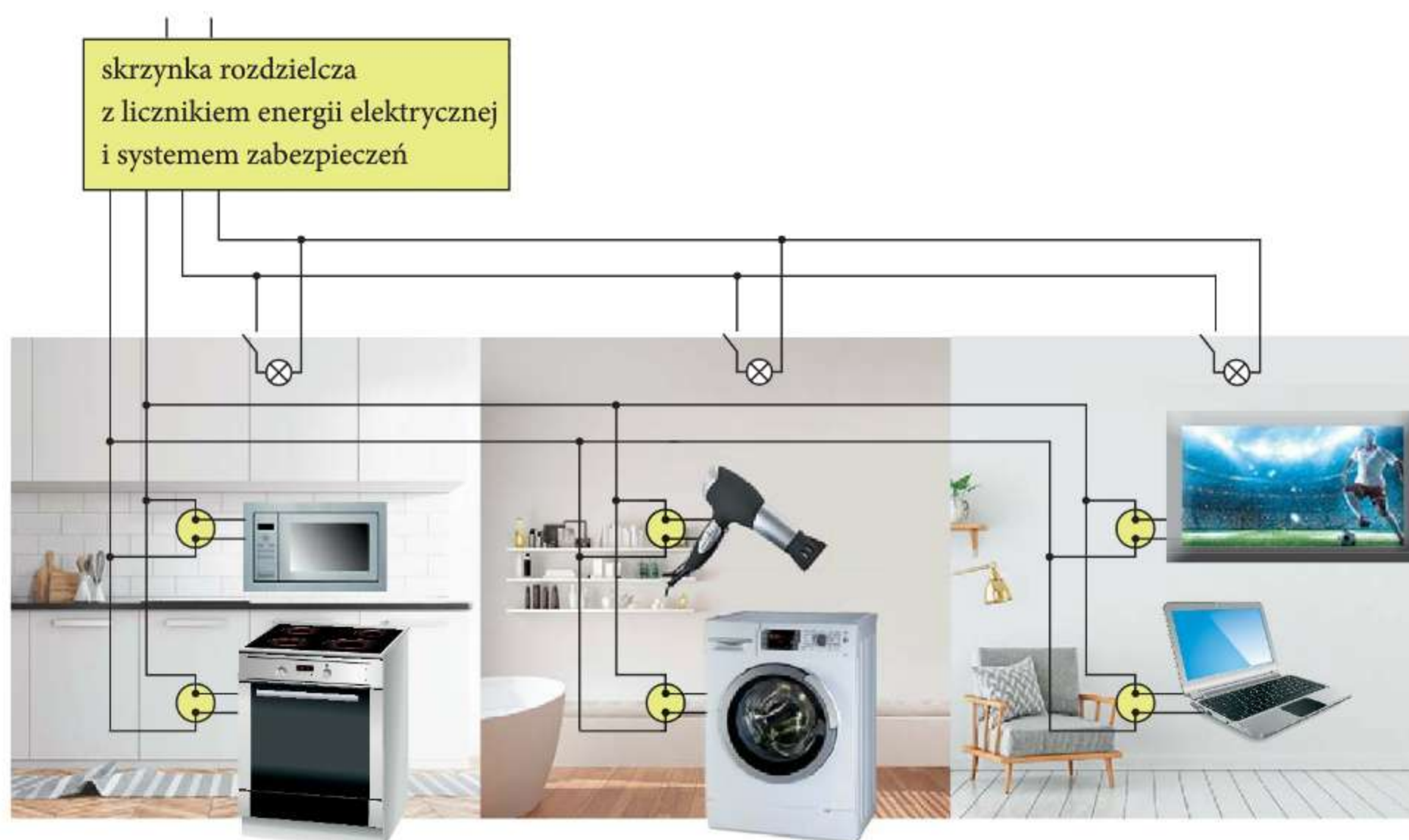
$$U = U_R + U_A$$

Wynika z tego, że po podzieleniu $\frac{U}{I}$ otrzymalibyśmy za dużą wartość oporu. Czy popełniony błąd byłby duży? Zależy to od oporu amperomierza, bowiem $U_A = IR_A$. Opór miernika uniwersalnego, którym posługiwaliśmy się w naszych pomiarach, o zakresie np. 15 mA, wynosi $10\ \Omega$, więc $U_A = 0,015\ \text{A} \cdot 10\ \Omega = 0,15\ \text{V}$. Tę wartość należałoby porównać z niepewnością pomiarową ΔU , z którą mierzyliśmy napięcie, aby zdecydować, czy należy wnieść odpowiednią poprawkę. Im mniejszy jest opór amperomierza w porównaniu z oporem mierzonym, tym mniejsze jest napięcie U_A w porównaniu z napięciem U_R , więc tym mniejszy popełniamy błąd.

Metoda pomiaru oporu za pomocą amperomierza i woltomierza (użytych w połączeniu przedstawionym na rysunkach 3.6 i 3.7) jest tzw. metodą techniczną. Dokładniejsze są metody laboratoryjne, w których posługujemy się specjalnymi urządzeniami, np. mostkiem Wheatstone'a lub mostkiem Thomsona. Nie będziemy tu jednak omawiać tych metod.

Domowa sieć elektryczna

Przykładem obwodu elektrycznego rozgałęzionego, w którym wszystkie odbiorniki połączone są równolegle, jest domowa instalacja elektryczna. Współczesne instalacje składają się co najmniej z dwóch niezależnych elektrycznych obwodów rozgałęzionych (rys. 3.8): jeden służy do oświetlania pomieszczeń, a drugi (lub kilka kolejnych) do zasilania odbiorników podłączonych do gniazd wtykowych. Na każdym odbiorniku panuje takie samo napięcie $230\ \text{V}^2$. Napięcie do odbiorników jest doprowadzane dwoma



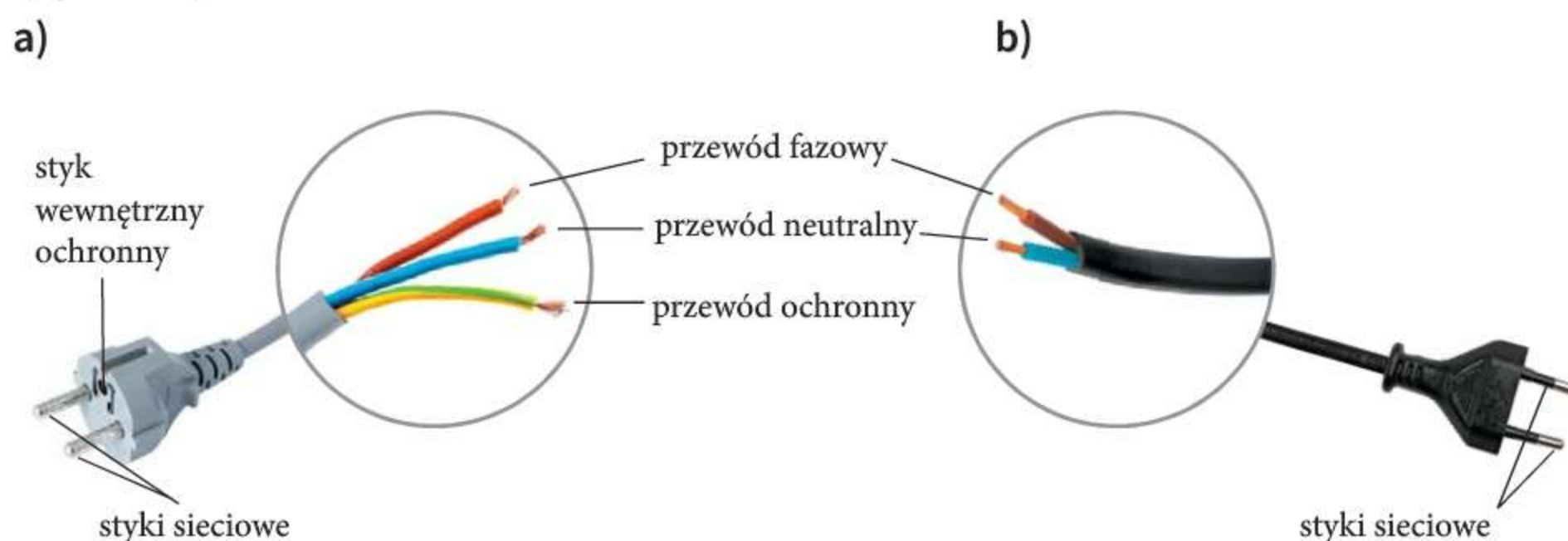
Rys. 3.8 Uproszczony schemat domowej instalacji elektrycznej z osobnym obwodem oświetlenia i obwodem odbiorników podłączonych do gniazd wtykowych

² Wiesz zapewne, że w sieci elektrycznej płynie prąd przemienny. Napięcie 230 V to napięcie skuteczne prądu przemiennego (o czym będzie mowa w rozdziale 25).

przewodami: fazowym i neutralnym (rys. 3.9). Oba przewody połączone są z siecią zewnętrzną zasilającą mieszkanie poprzez skrzynkę rozdzielczą.

Podczas eksploatacji niektórych urządzeń elektrycznych na ich metalowych zewnętrznych częściach (wskutek tzw. przebicia, tzn. połączenia przewodu fazowego z obudową urządzenia) może pojawić się potencjał. Dotknięcie takiego urządzenia grozi porażeniem prądem elektrycznym. Aby temu zapobiec, stosuje się różne zabezpieczenia. Najczęściej instaluje się w sieci zasilającej trzeci przewód (tzw. przewód ochronny), który jest połączony wewnątrz urządzenia z jego metalową obudową. Wtyczka takiego odbiornika (np. żelazka, lodówki, pralki) zakończona jest dwoma bolcami oraz stykiem wewnętrznym ochronnym (rys. 3.9a). W przypadku wystąpienia przebicia na obudowę obwód prądu zamiast przez ciało człowieka zamyka się wówczas przez przewód ochronny, co powoduje odłączenie całego obwodu od sieci.

Jest także pewna grupa odbiorników o obudowie wykonanej z materiałów izolacyjnych, które nie wymagają stosowania tego typu zabezpieczeń. Dlatego taki odbiornik (np. lampę biurkową, odbiornik radiowy, telewizor) z siecią łączą tylko dwa przewody (rys. 3.9b).



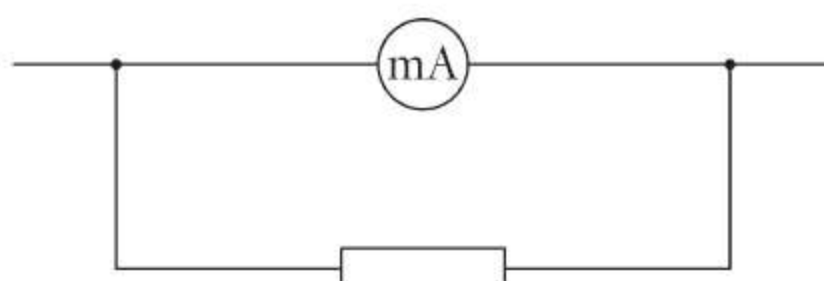
Rys. 3.9 Przewód trójżyłowy (a); przewód dwużyłowy (b)

Obecnie w instalacjach elektrycznych – jako zabezpieczenie przed porażeniem elektrycznym – stosuje się wyłączniki różnicowe. Zasada działania takiego wyłącznika została opisana w rozdziale 26.

ZADANIA

1. Jak są połączone ze sobą odbiorniki w domowej instalacji elektrycznej? Jakie zalety ma takie połączenie?
2. Zbudowano obwód składający się ze źródła napięcia $U = 10 \text{ V}$, odbiornika o oporze $R_1 = 10 \Omega$ i amperomierza o pomijalnie małym oporze. Do pierwszego odbiornika dołączono równoległe odbiornik o oporze $R_2 = 10 \Omega$, a następnie (bez odłączania drugiego) dołączono trzeci odbiornik o oporze $R_3 = 1 \Omega$.
 - a) Oblicz w każdym przypadku całkowity opór obwodu oraz wskazania amperomierza: I_1, I_2, I_3 .

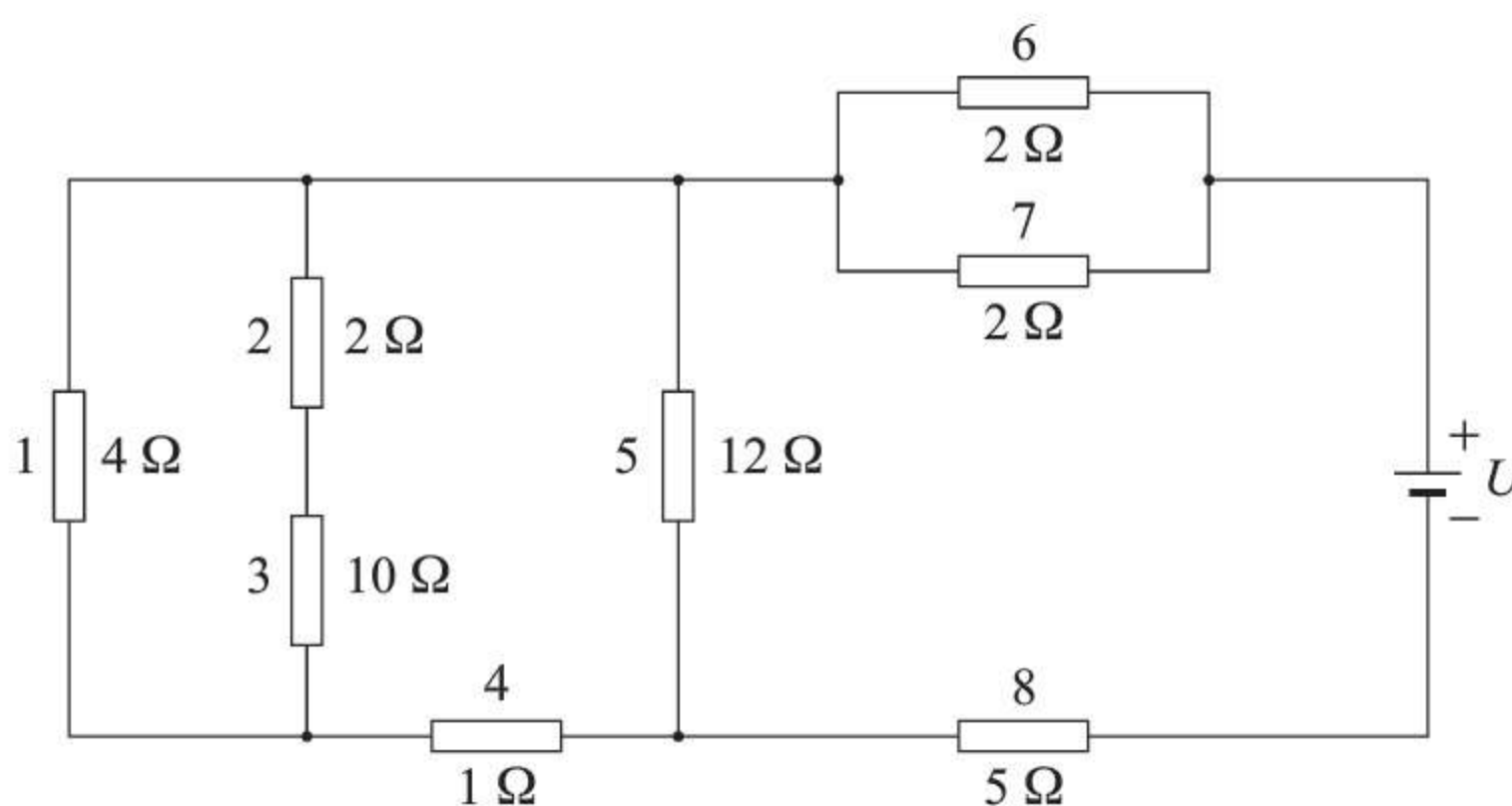
- b) Na podstawie uzyskanych wyników odpowiedz na pytania:
1. Co można powiedzieć o całkowitym oporze trzech odbiorników w porównaniu z najmniejszym oporem włączonym równolegle do obwodu?
 2. Dlaczego równoczesne włączenie wielu odbiorników w mieszkaniu może spowodować wyłączenie prądu przez bezpiecznik?
 3. Dlaczego bezpiecznik wyłącza prąd w przypadku zwarcia, czyli np. zetknięcia się dwóch przewodów w kablu doprowadzającym prąd do żelazka?
3. Skala miliamperomierza o zakresie 0–50 mA zawiera 100 działek, a jego opór wynosi $10^3 \Omega$. Aby przystosować ten przyrząd do mierzenia natężeń prądów w zakresie 0–1 A, dołączono równolegle niewielki opór, tzw. bocznik (rys. 3.10).



Rys. 3.10

Oblicz:

- a) opór bocznika,
 - b) opór tak otrzymanego amperomierza,
 - c) natężenie prądu płynącego w obwodzie, jeśli wskazówka przyrządu zatrzymała się na działce 85.
4. W obwodzie, którego schemat przedstawiono na rysunku 3.6, zmierzono napięcie na odbiorniku o oporze R i natężenie prądu; otrzymano wyniki: $U = 6 \text{ V}$, $I = 50 \text{ mA}$. Jednak do pomiaru napięcia użyto zwykłego, szkolnego woltomierza, którego opór $R_V = 1000 \Omega$. Oblicz opór R z zastosowaniem poprawki, tzn. uwzględnij natężenie prądu pobranego przez woltomierz.
5. Rysunek 3.11 przedstawia schemat obwodu, do którego dołączono źródło napięcia 7,20 V. Obok wszystkich ponumerowanych odbiorników podano ich opory.



Rys. 3.11

Rozwiąż obwód, tzn. oblicz natężenia prądów (odpowiednio I_1 do I_8) płynących w każdym z odbiorników i napięcia (U_1 do U_8) na każdym z nich.

Wskazówka: Aby obliczyć opór zastępczy całego obwodu, zastosuj stopniowe upraszczanie obwodu; posłuż się bezpośrednio wartościami liczbowymi oporów.



4. Zależność oporu od długości i przekroju poprzecznego przewodnika

- Zależność oporu przewodnika od jego długości i przekroju poprzecznego
- Opór właściwy i przewodnictwo właściwe

Przypomnij sobie, ile razy większy jest opór zastępczy pięciu identycznych przewodników połączonych szeregowo od oporu jednego przewodnika, oraz ile razy mniejszy jest opór zastępczy pięciu identycznych przewodników połączonych równolegle od oporu jednego przewodnika.

Od czego zależy opór elektryczny przewodnika? Na to pytanie możemy odpowiedzieć dzięki przeprowadzeniu prostego rozumowania.

Jeśli połączymy **szeregowo** n jednakowych przewodników wykonanych z tego samego materiału, otrzymamy przewodnik o n razy większej długości, a jego opór – jak wynika ze wzoru na opór zastępczy przewodników połączonych szeregowo – też będzie n razy większy. Wynika stąd wniosek, że:

Opór elektryczny przewodnika jest wprost proporcjonalny do jego długości.

$$R \sim l$$

Podobnie, jeśli połączymy **równolegle** n identycznych przewodników, to układ ten jest równoważny jednemu przewodnikowi o n razy większym przekroju poprzecznym. Jego opór, jak wynika ze wzoru na opór zastępczy przewodników połączonych równolegle, będzie n razy mniejszy. Stąd wniosek, który brzmi:

Opór elektryczny przewodnika jest odwrotnie proporcjonalny do jego przekroju poprzecznego.

$$R \sim \frac{1}{S}$$

Stwierdzone fakty można zapisać w postaci proporcjonalności R do $\frac{l}{S}$:

$$R \sim \frac{l}{S}$$

Aby zamiast znaku proporcjonalności napisać znak równości, musimy iloraz pomnożyć przez stały współczynnik (współczynnik proporcjonalności). Oznaczamy go literą ρ (czytaj: ro).

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (4.1)$$

Wielkość ta charakteryzuje rodzaj materiału i nosi nazwę **oporu właściwego**, a jej odwrotność nazywamy **przewodnictwem właściwym** materiału.

Jednostką ρ w SI jest $1 \Omega \cdot \text{m}$ (tzw. omometr), co łatwo sprawdzić przez przekształcenie wzoru (4.1). Opór właściwy wyrażony w tych jednostkach zawiera informację, jaki jest opór przewodnika o długości 1 m i przekroju 1 m^2 . Opór właściwy długiego i cienkiego drutu wygodniej jest niekiedy wyrażać w $\frac{\Omega(\text{mm})^2}{\text{m}}$. Nietrudno obliczyć, że ta jednostka jest 10^6 razy mniejsza od $\Omega \cdot \text{m}$, więc opory właściwe wyrażone w tych jednostkach są 10^6 razy większe.

Poniższa fotografia (rys. 4.1) przedstawia przyrząd służący do badania zależności (4.1) i wyznaczania oporu właściwego ρ materiału. W niektórych przyrządach wszystkie cztery przewodniki zostały wykonane z tego samego materiału.



Rys. 4.1 Przyrząd do badania zależności $R(l, S)$ i wyznaczania ρ

Z pewnością znajdziesz podobny przyrząd w pracowni fizycznej twojej szkoły. Zaplanuj odpowiednie doświadczenie z użyciem takiego zestawu. Wymień w punktach i zapisz w zeszycie, jakie czynności należy kolejno wykonać (z uwzględnieniem wykresów sporządzonych na podstawie wyników pomiarów), aby sprawdzić zależność $R(l, S)$ i wyznaczyć opór właściwy ρ materiału.

Tabela 4.1 zawiera opory właściwe niektórych metali i stopów.

Tabela 4.1

Metal	Opór właściwy ρ ($\Omega \cdot \text{m}$)	Stop	Opór właściwy ρ ($\Omega \cdot \text{m}$)
srebro	$0,016 \cdot 10^{-6}$	mosiądz (Cu, Zn)	około $0,06 \cdot 10^{-6}$
miedź	$0,017 \cdot 10^{-6}$	stal (0,1% C)	około $0,20 \cdot 10^{-6}$
aluminium	$0,030 \cdot 10^{-6}$	nikielina (Cu, Zn, Ni)	$0,40 \cdot 10^{-6}$
nikiel	$0,070 \cdot 10^{-6}$	konstantan (Cu, Ni)	$0,49 \cdot 10^{-6}$
żelazo	$0,098 \cdot 10^{-6}$	chromonikielina (Ni, Cr)	$1,1 \cdot 10^{-6}$
ołów	$0,220 \cdot 10^{-6}$	kantal (Fe, Cr, Al)	około $1,5 \cdot 10^{-6}$

ZADANIA

1. Co można powiedzieć o natężeniach prądu płynącego w przewodach opisanych poniżej?
 - a) Do dwóch przewodów o długościach l oraz $3l$ o takich samych przekrojach i wykonanych z tego samego materiału doprowadzono jednakowe napięcia.
 - b) Do dwóch przewodów o takich samych długościach, wykonanych z tego samego materiału, ale o przekrojach S i $4S$, doprowadzono takie same napięcia.
 - c) Do dwóch przewodów wykonanych z tego samego materiału, z których jeden ma długość l i przekrój poprzeczny S , a drugi ma długość $2l$ i przekrój poprzeczny $S/2$, doprowadzono jednakowe napięcia.
2. Dwa przewody: miedziany i aluminiowy o jednakowych długościach mają takie same opory. Oblicz stosunek średnicy przewodu aluminiowego do średnicy przewodu miedzianego.
3. Masa żelaznego drutu o średnicy $2r = 0,3 \text{ mm}$ jest równa $m = 0,1 \text{ kg}$. Oblicz opór tego drutu. Gęstość żelaza $d = 7,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
4. Z chromonikielinowego drutu o średnicy $0,6 \text{ mm}$ wykonano spiralę kuchenki elektrycznej. Po dołączeniu do napięcia 230 V płynie przez nią prąd o natężeniu $2,5 \text{ A}$. Oblicz długość drutu, z którego wykonano spiralę.
5. Z aluminiowego drutu wykonano dwa przewody o takiej samej masie. Drugi z przewodów jest 4 razy dłuższy niż pierwszy ($l_2 = 4l_1$). Każdy z przewodów ma stały przekrój na całej długości. Stosunek ich średnic ($d_2 : d_1$) jest równy

A. $\frac{1}{16}$	B. $\frac{1}{8}$	C. $\frac{1}{4}$	D. $\frac{1}{2}$
-------------------	------------------	------------------	------------------

 Stosunek oporów przewodów ($R_2 : R_1$) jest równy

A. 1	B. 4	C. 16	D. 32
------	------	-------	-------
6. Na oprawce żarówki od latarki odczytano nominalne wartości: $3,5 \text{ V}$, $0,2 \text{ A}$. Do żarówki doprowadzono napięcie za pomocą dwóch jednakowych, aluminiowych przewodów, każdy o długości $0,4 \text{ m}$ i średnicy $0,3 \text{ mm}$. Oszacuj, jaki procent napięcia na żarówce stanowi spadek potencjału na przewodach doprowadzających.



5. Praca i moc prądu elektrycznego

- Praca prądu (energia elektryczna)
- Ciepło Joule'a
- Moc znamionowa odbiornika
- Bezpieczniki topikowe

Przypomnij sobie, jak obliczamy pracę wykonaną przy przesuwaniu ładunku między dwoma punktami pola elektrostatycznego oraz ilu dżułom (J) jest równa jedna kilowatogodzina (kWh).

Z elektrostatyki wiadomo, że praca wykonana przez siły pola przy przesuwaniu ładunku (dodatniego) q wzdłuż linii pola jest równa:

$$W_{A \rightarrow B} = U_{BA}q = (V_A - V_B)q$$

Taką pracę wykonują siły pola elektrostatycznego w przewodniku, w którym jest przenoszony ładunek, tzn. płynie prąd. Nazywamy ją często **pracą prądu** lub **energią elektryczną doprowadzoną do odbiornika ze źródła**. W tym przypadku wygodniej wyrazić ładunek przez natężenie prądu I , ponieważ wielkość tę łatwo zmierzyć amperomierzem: $q = It$, więc:

$$W_{A \rightarrow B} = (V_A - V_B)It$$

lub krótko:

$$W = UIt \quad (5.1)$$

Ze wzorem tym wiąże się oczywisty fakt, że im dłużej czerpiemy prąd, tym większą energię elektryczną uzyskujemy w odbiorniku.

Moc prądu $P = \frac{W}{t}$, a zatem:

$$P = UI \quad (5.2)$$

Wzory te są ci dobrze znane z klasy ósmej. Podaj związek 1 J i 1 W z jednostkami wielkości elektrycznych (napięcia i natężenia prądu).

Pracę (i moc) prądu możemy wyrazić trzema sposobami:

$$W = UIt \quad W = \frac{U^2}{R}t \quad W = I^2Rt$$

Wzory te nie zawsze są równoważne.

Nośniki ładunku (elektrony) w przewodniku nie rozpędzają się tak bardzo jak w próżni, bo stale zderzają się ze sobą i z dodatnimi jonami sieci krystalicznej, wskutek czego – jak już mówiliśmy poprzednio – ustala się ich prędkość wzdłuż przewodnika, niewielka w porównaniu z prędkością ruchu chaotycznego. Podczas zderzeń elektrony oddają

znaczną część swojej energii jonom sieci, których amplituda drgań rośnie, rośnie więc także szybkość średnia ich drgań. Jeśli ujmimy to zjawisko makroskopowo, stwierdzimy, że wzrasta energia wewnętrzna przewodnika, o czym świadczy wzrost jego temperatury.

Najczęściej cała dostarczona energia elektryczna (praca prądu) zamienia się w energię wewnętrzną odbiornika, a następnie rozprasza się w postaci ciepła. Tak jest w różnego rodzaju grzejnikach elektrycznych, kuchenkach, bojlerach, suszarkach itp. Te odbiorniki nazywamy **elementami biernymi**. Jeśli w obwodzie, do którego doprowadzamy napięcie (np. z zasilacza), znajdują się tzw. **elementy czynne** – niech będzie to inne źródło (np. ładowany akumulator) lub silnik elektryczny – to część dostarczonej energii jest zamieniana na energię chemiczną lub mechaniczną, a reszta jest rozpraszana w postaci ciepła. Jak wygląda wówczas bilans energii w obwodzie, przedstawia przykład 8.1 w rozdziale 8.

Jeśli energia elektryczna nie jest wykorzystywana do reakcji chemicznych (elektroliza) lub otrzymywania energii mechanicznej (silnik elektryczny), to w odbiorniku o oporze R (np. grzałka, spirala żelazka) w całości przekształca się w jego energię wewnętrzną, a następnie w przekazane otoczeniu ciepło, zwane **ciepłem Joule’a**. Ciepło Joule’a zawsze wyrażamy wzorem:

$$W = Q = I^2 R t \quad (5.3)$$

Na odbiorniku energii elektrycznej często jest zaznaczona jego **moc nominalna**, zwana też **mocą znamionową** – np. żarówka sieciowa 60 W, żelazko elektryczne 1000 W itd. Oznacza to, że jeśli dany odbiornik będzie pracował w warunkach opisanych w instrukcji, to moc wydzielana w tym odbiorniku będzie równa mocy nominalnej. Często moc nominalna odbiornika jest zarazem jego mocą maksymalną, której przekroczenie grozi uszkodzeniem odbiornika.

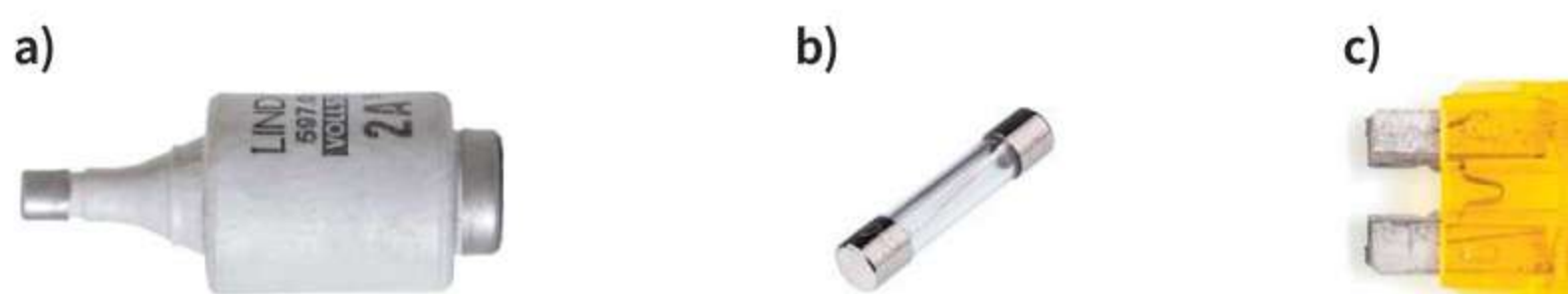
Jako użytkownicy urządzeń elektrycznych powinniśmy pamiętać o tym, aby nie przekroczyć łącznej dopuszczalnej mocy wszystkich odbiorników, które podłączamy do domowej instalacji. Jak wiadomo, odbiorniki w domowej sieci są połączone równolegle, a równoległe dołączenie dodatkowego odbiornika powoduje zmniejszenie oporu całej instalacji, a więc zwiększenie natężenia prądu przed rozgałęzieniem. Wzrostowi natężenia prądu towarzyszy wzrost energii wewnętrznej przewodów, a więc także ilości rozproszonego ciepła. Może to doprowadzić do groźnego pożaru.

To dlatego w domowych instalacjach elektrycznych stosuje się różnego rodzaju bezpieczniki. Najprostszym z nich, choć obecnie stosowanym tylko w starych instalacjach, jest bezpiecznik topikowy (rys. 5.1a) w postaci wmontowanego do specjalnej wkładki drucika, który ulega stopieniu po przekroczeniu dopuszczalnego dla danej instalacji

natężenia prądu. Wówczas obwód zostaje przerwany. Po takim awaryjnym wyłączeniu instalacji należy ograniczyć liczbę podłączonych odbiorników, tak aby sumaryczne natężenie prądu nie przekraczało dopuszczalnej wartości, i wymienić bezpiecznik.

Bezpieczniki topikowe zabezpieczają instalację także w przypadku zwarcia w odbiorniku. Zwarcie następuje wtedy, gdy np. na skutek uszkodzenia izolacji przewody wewnątrz odbiornika zetkną się ze sobą. Gwałtownie rośnie wówczas natężenie prądu, co uaktywnia bezpiecznik.

Zabezpieczenie z wkładką topikową stosuje się też w sprzęcie elektronicznym, np. w odbiornikach TV, odbiornikach radiowych, komputerach (rys. 5.1b), a także w instalacjach samochodowych (rys. 5.1c).



Rys. 5.1 Zabezpieczenia topikowe

ZADANIA

1. Wyraż moc P opornika przez:

- napięcie U na odbiorniku i jego opór R ,
- opór R opornika i natężenie I płynącego w nim prądu.

Przyjrzyj się otrzymanym wzorom i na ich podstawie odpowiedz na pytanie:

Jak zmieni się moc danego opornika (stanowiącego element bierny), gdy napięcie między jego zaciskami dwa razy zmaleje?

Czy taka sama odpowiedź wynika ze wszystkich trzech wzorów na moc? Zakładamy, że charakterystyka prądowo-napięciowa opornika jest liniowa.

2. Odbiorniki o oporach R_1 i R_2 dołączono do źródła napięcia. Wyraż iloraz mocy wydzielonych na odbiornikach (P_1/P_2) przez ich opory, gdy odbiorniki są ze sobą połączone:

- szeregowo,
- równolegle.

Sformułuj wnioski.

3. Odczytaj na tabliczkach znamionowych kilku używanych w domu odbiorników (np. żelazka, suszarki do włosów, czajnika elektrycznego) moc każdego z nich. Oszacuj w godzinach czas używania każdego z tych urządzeń w ciągu doby. Na ostatnim rachunku za energię elektryczną odczytaj aktualną cenę 1 kWh. Oblicz łączny koszt zużycia energii elektrycznej przez te urządzenia w ciągu tygodnia.

4. Zakupiono dwie spirale. Na opakowaniu jednej z nich jest napisane: $P_1 = 400$ W, a na opakowaniu drugiej: $P_2 = 800$ W i obydwie są dostosowane do takiego samego napięcia U . Oblicz moc każdej z nich w przypadku, gdyby obydwie zostały spięte szeregowo i dołączone do napięcia U . Załóż, że opory spiral nie zależą od temperatury.



6. Siła elektromotoryczna. Prawo Ohma dla całego obwodu

- Siła elektromotoryczna źródła energii elektrycznej
- Wielkości charakteryzujące źródło energii elektrycznej
- Prawo Ohma dla całego obwodu

Przypomnij sobie znane ci źródła energii elektrycznej oraz prawo Ohma dla odcinka obwodu.

Wszystkie prawa, jakie dotychczas formułowaliśmy w tym dziale (a także w klasie ósmej w dziale *O prądzie elektrycznym*), odnoszą się do fragmentu zamkniętego obwodu elektrycznego. Może to być odcinek obwodu w postaci pojedynczego przewodnika lub też fragment zawierający kilka przewodników połączonych szeregowo lub równolegle. Obecnie będziemy formułować prawa dotyczące całego obwodu zamkniętego, łącznie ze źródłem energii elektrycznej lub nawet z większą ich liczbą.

Aby umożliwić stały przepływ prądu w przewodniku, musimy podtrzymywać różnicę potencjałów (napięcie) na jego końcach. Wiesz, że źródła stałej różnicy potencjałów mogą być różne. Jednym z rodzajów takich źródeł są ogniwa galwaniczne, w których dzięki reakcjom chemicznym powstaje różnica potencjałów między elektrodami stanowiącymi bieguny „+” i „-”. Każde ogniwo galwaniczne składa się z dwóch płytek, wykonanych z odmiennych materiałów przewodzących (są to właśnie elektrody), zanurzonych w roztworze zwanym elektrolitem. Powszechna w użyciu jest bateryjka płaska, będąca połączeniem trzech ogniw. Każde ogniwo zawiera dwie elektrody: węglową (biegun dodatni) i cynkową (biegun ujemny), zanurzone w wodnym roztworze chlorku amonu. Różnica potencjałów pomiędzy biegunami pojedynczego ogniwa wynosi około 1,5 V. Ograniczymy się tutaj do scharakteryzowania ogólnych elektrycznych właściwości ogniw.

Jeżeli ogniwo połączymy z opornikiem o oporze R i zamkniemy obwód, to prąd popłynie nie tylko przez zewnętrzny opór R , ale także przez ogniwo. Pamiętamy, że prąd w przewodniku polega na uporządkowanym ruchu elektronów, ale teraz przeprowadzimy rozumowanie tak, jakby uporządkowany ruch w obwodzie wykonywały ładunki dodatnie (zgodnie z umownym kierunkiem prądu). Ładunki dodatnie w części zewnętrznej obwodu poruszają się od „+” do „-”, czyli zgodnie z siłami pola elektrycznego, ale wewnątrz ogniwa muszą się poruszać od „-” do „+”. Ogniwo ma być zdolne do wykonania pracy w celu przesunięcia ładunku dodatniego od punktu o potencjale niższym do punktu o potencjale wyższym, podobnie jak pompa, która powoduje

przepływ wody z poziomu o niższym potencjale grawitacyjnym na poziom o potencjale wyższym. Pracę tę ogniwo galwaniczne może wykonać dzięki reakcjom chemicznym, które zachodzą na granicy zetknięcia elektrod z elektrolitem.

Praca W , jaką musi wykonać ogniwo na przesunięcie w swoim wnętrzu ładunku Δq , jest wprost proporcjonalna do tego ładunku, tak samo jak praca wykonana przez pompę jest wprost proporcjonalna do masy przepompowanej wody.

$$W \sim \Delta q$$

Z tego wynika, że iloraz $\frac{W}{\Delta q}$ jest wielkością stałą, niezależną od przemieszczonego przez ogniwo ładunku. Iloraz ten zawiera informację, jak wielką pracę wykona ogniwo, by przenieść między biegunami ładunek jednostkowy (1 C), i wyraża się w dżulach na kulomb. Ta jednostka nosi nazwę **wolta** (1 V).

$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$

Okazuje się, że nie każde ogniwo wykonuje jednakową pracę, by przemieścić między swymi biegunami jednostkowy ładunek. Iloraz $\frac{W}{\Delta q}$ zależy od rodzaju ogniwa i charakteryzuje je pod względem właściwości elektrycznych. Wielkość ta nosi nazwę **siły elektromotorycznej ogniwa** i jest oznaczana literą $\mathcal{E}$.

$$\mathcal{E} = \frac{W}{\Delta q}$$

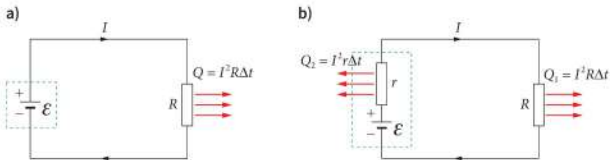
(6.1)

Nazwa „siła elektromotoryczna” może być myląca, bowiem $\mathcal{E}$ nie jest przecież siłą! Siła elektromotoryczna jest wyrażona w woltach, a nie w niutonach. Gdy mówimy o ogniwie, można ją interpretować jako pewną różnicę potencjałów. O tym, gdzie i kiedy ją mierzymy, dowiesz się w rozdziale 7.

Często siłę elektromotoryczną nazywamy w skrócie: **SEM**.

Aby sformułować prawo Ohma dla całego, zamkniętego obwodu, rozważymy procesy energetyczne, które zachodzą w tym obwodzie.

Obwód zawiera źródło siły elektromotorycznej i opornik o oporze R (rys. 6.1a). W czasie Δt źródło posiadające energię chemiczną wykonuje pracę W nad ładunkiem Δq , czyli przenosi go przez swoje wnętrze od bieguna „–” do „+” (zgodnie z przyjętą umową przepływający w obwodzie ładunek będziemy nadal uważali za dodatni). W tym samym czasie Δt taki sam ładunek musi przepłynąć przez zewnętrzną część obwodu – wynika to z zasady zachowania ładunku. Jeśli obwód nie zawiera silnika wykonującego pracę mechaniczną ani urządzenia, w którym zachodziłyby przemiany chemiczne (a założyliśmy, że w obwodzie oprócz źródła znajduje się tylko opornik), wówczas cała praca wykonana przez źródło siły elektromotorycznej zostaje w oporniku zamieniona na jego energię wewnętrzną. Ta z kolei rozprasza się w otoczeniu w postaci ciepła (ciepło Joule’a). Ilustruje to rysunek 6.1a.



Rys. 6.1 Ciepło Joule'a: źródło idealne (a), źródło rzeczywiste z oporem wewnętrznym (b)

Jeśli założymy, że opór przewodów doprowadzających jest znikomo mały, możemy napisać:

$$W = Q \quad \mathcal{E} \Delta q = I^2 R \Delta t$$

Ładunek po lewej stronie równania wyrażamy przez natężenie prądu: $\Delta q = I \Delta t$.

$$\mathcal{E} I \Delta t = I^2 R \Delta t$$

Po podzieleniu obu stron przez iloczyn $I \Delta t$ otrzymujemy:

$$\mathcal{E} = IR \quad \text{lub} \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

W tym wzorze R jest oporem tej części obwodu, w której wykonana przez źródło praca zostaje zamieniona na energię wewnętrzną. W naszych uproszczonych rozważaniach założyliśmy, że następuje to w oporniku dołączonym do biegunów ogniwa. Potraktowaliśmy zatem ogniwo jako „źródło idealne”. W rzeczywistości jednak samo ogniwo, a głównie zawarty w nim elektrolit, też ma pewien opór, a jego energia wewnętrzna wzrasta na skutek przepływu prądu (rys. 6.1b).

Dla odróżnienia opór źródła siły elektromotorycznej będziemy nazywać oporem wewnętrznym i oznaczać literą r , a opór całej części obwodu mieszczącej się na zewnątrz źródła określimy jako opór zewnętrzny R . Aby uwzględnić opór wewnętrzny, powinniśmy napisać:

$$\mathcal{E} \Delta q = Q_1 + Q_2$$

$$\mathcal{E} \Delta q = I^2 R \Delta t + I^2 r \Delta t$$

Jeśli wykonamy podobne obliczenia jak poprzednio, otrzymamy:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

(6.2)

W mianowniku występuje opór całego obwodu zamkniętego. Wzór (6.2) wyraża prawo rządzące obwodem zamkniętym prądu stałego. Nazywamy je **prawem Ohma dla całego obwodu**. Możemy z niego odczytać, że:

Natężenie prądu płynącego w obwodzie jest wprost proporcjonalne do siły elektromotorycznej, a odwrotnie proporcjonalne do całkowitego oporu obwodu.

Pamiętaj, że dwie wielkości występujące w tym wzorze – **siła elektromotoryczna $\mathcal{E}$ i opór wewnętrzny r** – **charakteryzują ogniwo**. Są więc dla obwodu z danym ogniwem wielkościami stałymi. Zmianie ulegać może opór zewnętrzny R i w zależności od niego natężenie prądu: $I = f(R)$.

Siła elektromotoryczna wspomnianego wyżej ogniwa (składnika baterijki płaskiej) wynosi $1,5 \frac{\text{J}}{\text{C}}$, a jego opór wewnętrzny jest równy około 1Ω .

Podstaw do wzoru (6.2) kilka wartości oporu zewnętrznego R (np. od $0,5 \Omega$ do 5Ω) i oblicz odpowiadające im wartości natężenia prądu; sporządź wykres $I(R)$ dla tego ogniwa.

W celu potwierdzenia charakteru narysowanej zależności wykonaj odpowiednie doświadczenie.

Doświadczenie 6.1

Obserwacja zależności natężenia prądu od oporu zewnętrznego

Narysuj schemat obwodu, który zbudujesz. Opór zewnętrzny możesz zmieniać za pomocą opornika suwakowego. Dobierz amperomierz o odpowiednim zakresie. Zaobserwuj, jak zmienia się natężenie prądu przy wzroście oporu zewnętrznego, gdy nie jest on jeszcze zbyt duży, a jak zmienia się ono przy takim samym (mniej więcej) wzroście ΔR (takie samo przesunięcie suwaka), gdy opór zewnętrzny jest większy.

Czy wyniki twoich obserwacji są zgodne ze wzorem (6.2)?

ZADANIA

1. W obwodzie zamkniętym zawierającym ogniwo płynie prąd o natężeniu $0,25 \text{ A}$. Oblicz pracę, którą musi wykonać ogniwo w ciągu 1 minuty, by przesunąć ładunek od swojego bieguna „-” do „+”, jeśli wiesz, że siła elektromotoryczna ogniwa wynosi $1,2 \text{ V}$.
2. Na podstawie jakiego prawa otrzymaliśmy zależność natężenia prądu płynącego w obwodzie od oporu zewnętrznego $I(R)$? Przypomnij odpowiednie rozumowanie.
3. Przyjrzyj się matematycznej postaci wzoru (6.2). Czy prawdziwe byłoby stwierdzenie, że natężenie prądu w obwodzie jest odwrotnie proporcjonalne do jego oporu zewnętrznego?
4. W tym samym układzie współrzędnych narysuj (dla porównania) wykresy $I(R)$ w zakresie $0 \leq R \leq 4 \Omega$ dla akumulatora o sile elektromotorycznej $\mathcal{E}_{\text{ak}} = 2 \text{ V}$ i oporze wewnętrznym $r_{\text{ak}} = 0,1 \Omega$ oraz dla ogniwa o sile elektromotorycznej $\mathcal{E}_{\text{ogn}} = 1,5 \text{ V}$ i oporze wewnętrznym $r_{\text{ogn}} = 1,0 \Omega$. Sformułuj wnioski wynikające z wykresów.
5. Do drutu wykonanego z konstantanu o długości 10 m i średnicy $0,4 \text{ mm}$ dołączono baterię złożoną z sześciu akumulatorów połączonych szeregowo. Siła elektromotoryczna i opór wewnętrzny każdego akumulatora są odpowiednio równe 2 V i $0,1 \Omega$. Oblicz natężenie prądu płynącego przez drut.



7. Co wskazuje woltomierz dołączony do źródła siły elektromotorycznej?

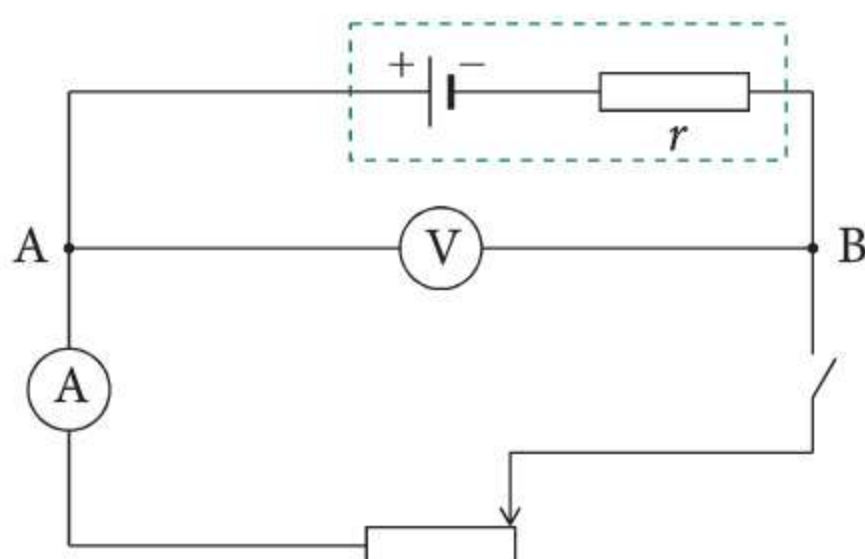
- Zależność napięcia na biegunach źródła od natężenia prądu
- Związek między siłą elektromotoryczną a napięciem na biegunach źródła
- Jak można wyznaczyć SEM i opór wewnętrzny ogniwa

Przypomnij sobie, dlaczego opór woltomierza powinien być duży.

Doświadczenie 7.1

Obserwacja zależności napięcia na biegunach źródła od natężenia prądu

Zaobserwuj, jak zmienia się napięcie na biegunach źródła, gdy natężenie prądu w obwodzie wzrasta. W tym celu zbuduj obwód złożony z baterii płaskiej i z opornika suwakowego (rys. 7.1).



Rys. 7.1

Włącz do obwodu odpowiednio dobrany amperomierz. Do biegunów źródła dołącz woltomierz pozwalający mierzyć napięcie od zera do kilku woltów. Przed zamknięciem obwodu nastaw suwak opornika tak, aby opór zewnętrzny był maksymalny. Zmniejszaj opór zewnętrzny i obserwuj wskazania amperomierza oraz woltomierza. Nie czerp długo zbyt silnego prądu z baterii, aby jej szybko nie rozładować.

To, że amperomierz wskazuje coraz większe natężenie prądu i że wzrasta ono coraz gwałtowniej podczas zmniejszania oporu, nie powinno cię już dziwić (przypomnij sobie doświadczenie 6.1). Jak jednak zachowuje się wskazówka woltomierza? **Wskazuje coraz mniej!**

Jak wyjaśnić zmniejszanie się napięcia na biegunach źródła, gdy czerpiemy z niego coraz silniejszy prąd? Czy zjawisko to jest zgodne z poznany w poprzednim rozdziale prawem Ohma dla zamkniętego obwodu? Odwołajmy się do tego prawa. Znajdźmy w nim składnik równy napięciu U mierzonemu przez woltomierz.

$$\mathcal{E} = I(R + r) \quad \mathcal{E} = IR + Ir$$

Pierwszy składnik sumy po prawej stronie ostatniego wzoru jest równy właśnie temu napięciu.

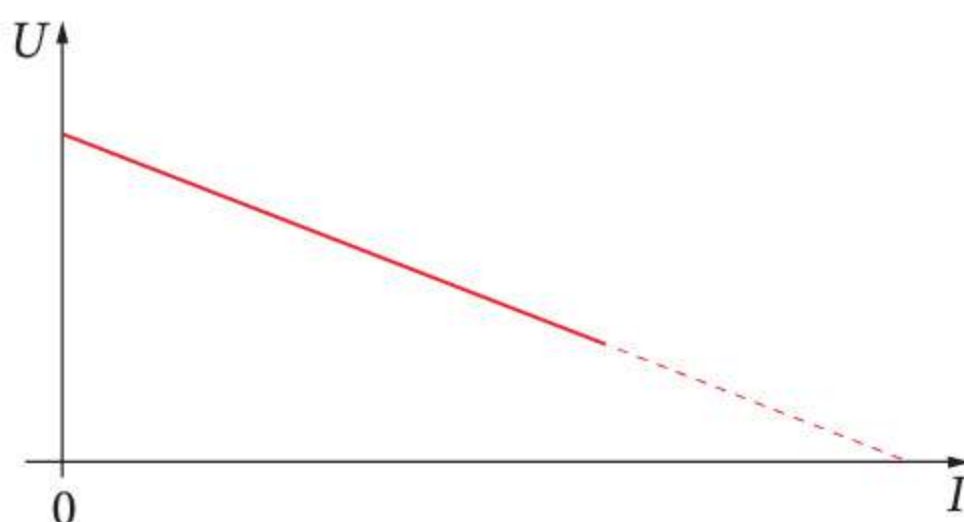
$$\mathcal{E} = U + Ir$$

Stąd:

$$U = \mathcal{E} - Ir \quad (7.1)$$

Z otrzymanego wzoru wynika wiele wniosków, które zapisujemy poniżej.

Wzór (7.1) przedstawia zależność $U(I)$, tzn. napięcia mierzonego między biegunami źródła siły elektromotorycznej w obwodzie zamkniętym od natężenia prądu w obwodzie; $\mathcal{E}$ i r możemy uważać za wielkości stałe, jeśli używamy ciągle tego samego źródła. $U(I)$ jest więc funkcją liniową malejącą (rys. 7.2; porównaj tę zależność ze znanym z matematyki kierunkowym równaniem prostej: $y = ax + b$, gdzie $a < 0$).



Rys. 7.2 Zależność napięcia na biegunach źródła od natężenia prądu w obwodzie

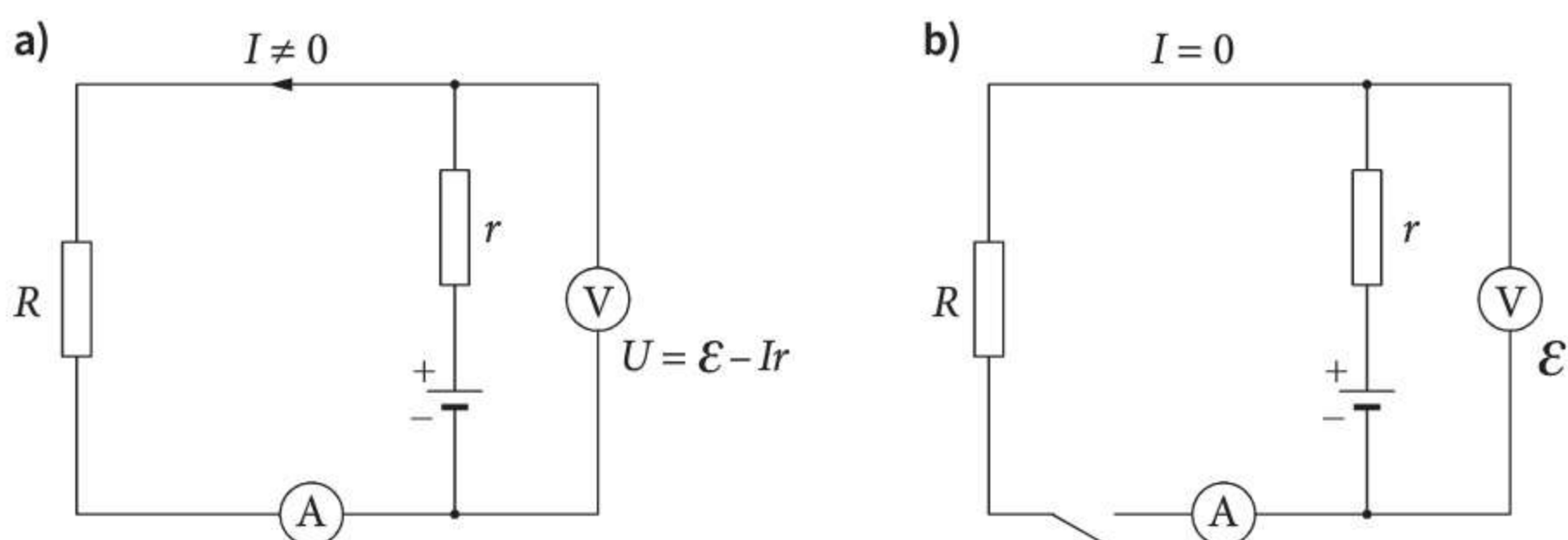
Ze wzoru (7.1) wynika także, jaki jest związek mierzonego napięcia z siłą elektromotoryczną źródła. Gdy $I \neq 0$, to napięcie na biegunach źródła jest zawsze mniejsze od jego siły elektromotorycznej – i to tym mniejsze, im silniejszy czerpiemy prąd. Iloczyn Ir jest równy napięciu na oporze wewnętrznym. Nie jest ono łatwe do bezpośredniego zmierzenia.

Woltomierz dołączony do biegunów źródła siły elektromotorycznej wskazuje napięcie na oporze zewnętrznym i zarazem różnicę między SEM źródła a napięciem na jego oporze wewnętrznym, ponieważ te dwie wielkości (U i $\mathcal{E} - Ir$) są sobie równe (rys. 7.3a). Na schemacie obwodu obok źródła zaznaczamy jego opór wewnętrzny r .

Gdy $I = 0$, to $U = \mathcal{E}$ (rys. 7.3b). Oznacza to, że gdy obwód jest otwarty, woltomierz o bardzo dużym oporze, dołączony do biegunów źródła, wskazywałby jego siłę elektromotoryczną. Wiemy jednak, że opory woltomierzy, jakkolwiek na ogół bardzo duże, mają wartość skończoną, więc każdy woltomierz pobiera jakiś niewielki prąd³. Dołą-

³ Wyjątek stanowią woltomierze elektrostatyczne, ale takimi woltomierzami nie posługujemy się w opisywanych doświadczeniach.

czenie samego woltomierza stanowi już zamknięcie obwodu. Gdy $I \rightarrow 0$, to $U \rightarrow \mathcal{E}$, ostatecznie więc im większy opór woltomierza, tym bardziej wskazywane przezeń napięcie jest zbliżone do siły elektromotorycznej źródła.



Rys. 7.3 Woltomierz (o bardzo dużym oporze) wskazuje: napięcie (a), siłę elektromotoryczną (b)

Po zapisaniu wzoru w postaci:

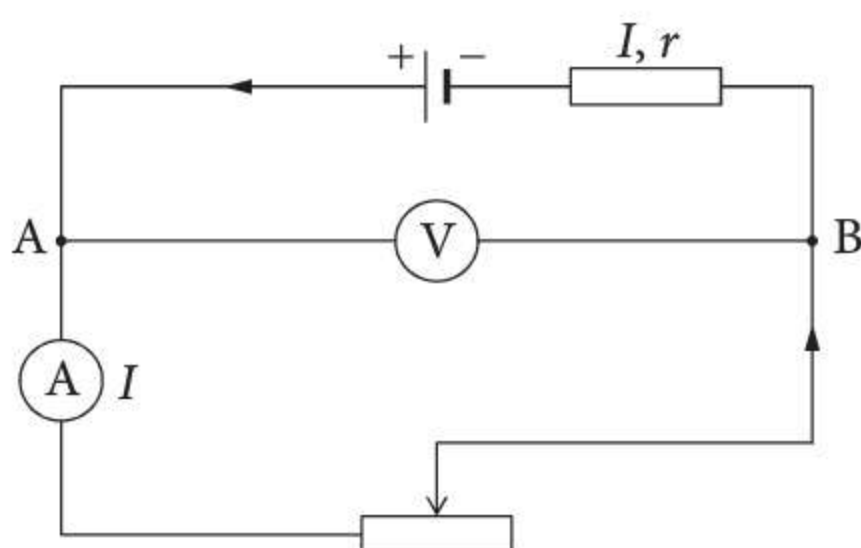
$$\mathcal{E} = IR + Ir$$

widzimy, że siła elektromotoryczna źródła jest równa sumie napięć (spadków potencjału) na oporach zewnętrznym i wewnętrznym.

Doświadczenie 7.2

Wyznaczanie siły elektromotorycznej i oporu wewnętrznego baterii płaskiej

Zamknij zbudowany poprzednio obwód, a wcześniej ustaw suwak opornika w takiej pozycji, aby opór zewnętrzny był maksymalny. Zmniejszaj opór zewnętrzny i zmierz kilka wartości natężenia prądu i napięcia na biegunach baterii (nie czerp długo zbyt silnego prądu). Sporządź wykres zależności $U(I)$. Po naniesieniu odpowiednich punktów na płaszczyznę układu współrzędnych przeprowadź prostą najlepiej dobraną do tych punktów.



Rys. 7.4

Wykorzystaj wiedzę z matematyki na temat interpretacji geometrycznej współczynnika r i wyrazu wolnego $\mathcal{E}$, by odczytać ze swojego wykresu wartości: siły elektromotorycznej i oporu wewnętrznego użytej przez ciebie baterii płaskiej.

W tej metodzie zakładamy, że przez ogniwo płynie prąd o takim samym natężeniu, jak przez odbiornik o oporze R . Ściśle rzecz biorąc, przez ogniwo płynie prąd o większym natężeniu niż to, które mierzymy (na rysunku 7.4 w węźle A następuje rozgałęzienie

prądu). Nie uwzględniamy tego faktu i wyznaczamy siłę elektromotoryczną ogniwa z pewnym przybliżeniem, tym lepszym, im słabszy prąd pobiera woltomierz, tzn. im jego opór jest większy.

ZADANIA

1. Do ogniwa o siłę elektromotorycznej 2 V dołączono opornik. W obwodzie płynie prąd o natężeniu $0,25\text{ A}$, a napięcie między biegunami ogniwa jest równe $1,7\text{ V}$. Oblicz:
 - a) całkowity opór obwodu,
 - b) opór wewnętrzny ogniwa,
 - c) natężenie prądu zwarcia.
2. Gdy ze źródła czerpiemy prąd o natężeniu $I_1 = 0,6\text{ A}$, napięcie między biegunami $U_1 = 2,4\text{ V}$. Gdy natężenie prądu zwiększymy do $I_2 = 1,4\text{ A}$, napięcie między biegunami zmaleje do $U_2 = 1,6\text{ V}$. Oblicz siłę elektromotoryczną i opór wewnętrzny źródła.
3. Wyprowadź zależność napięcia pomiędzy biegunami źródła od oporu zewnętrznego R obwodu. Będzie to funkcja $U(R)$, w której $\mathcal{E}$ i r będą stałymi współczynnikami. Narysuj wykres funkcji, wstawiając za R : $0, r, 2r, 3r, 4r, 5r$. Skomentuj tę zależność.

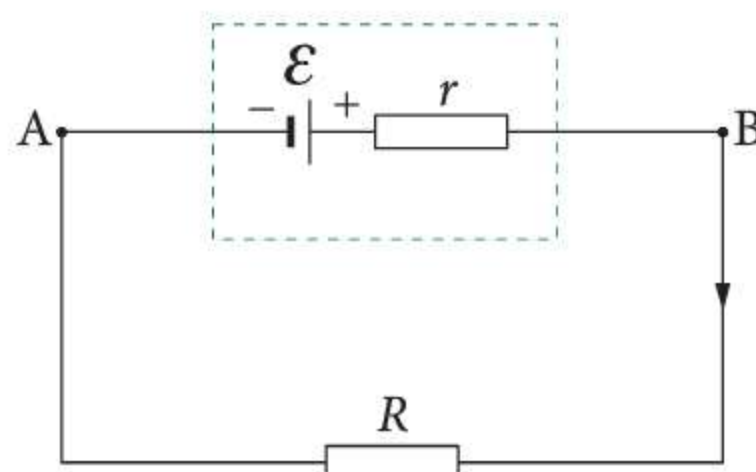


8. Wzrosty i spadki potencjału. Drugie prawo Kirchhoffa

- Suma zmian potencjału w obwodzie zamkniętym
- Zasada zachowania energii dla obwodu zawierającego tzw. elementy czynne
- Drugie prawo Kirchhoffa dla oczka sieci

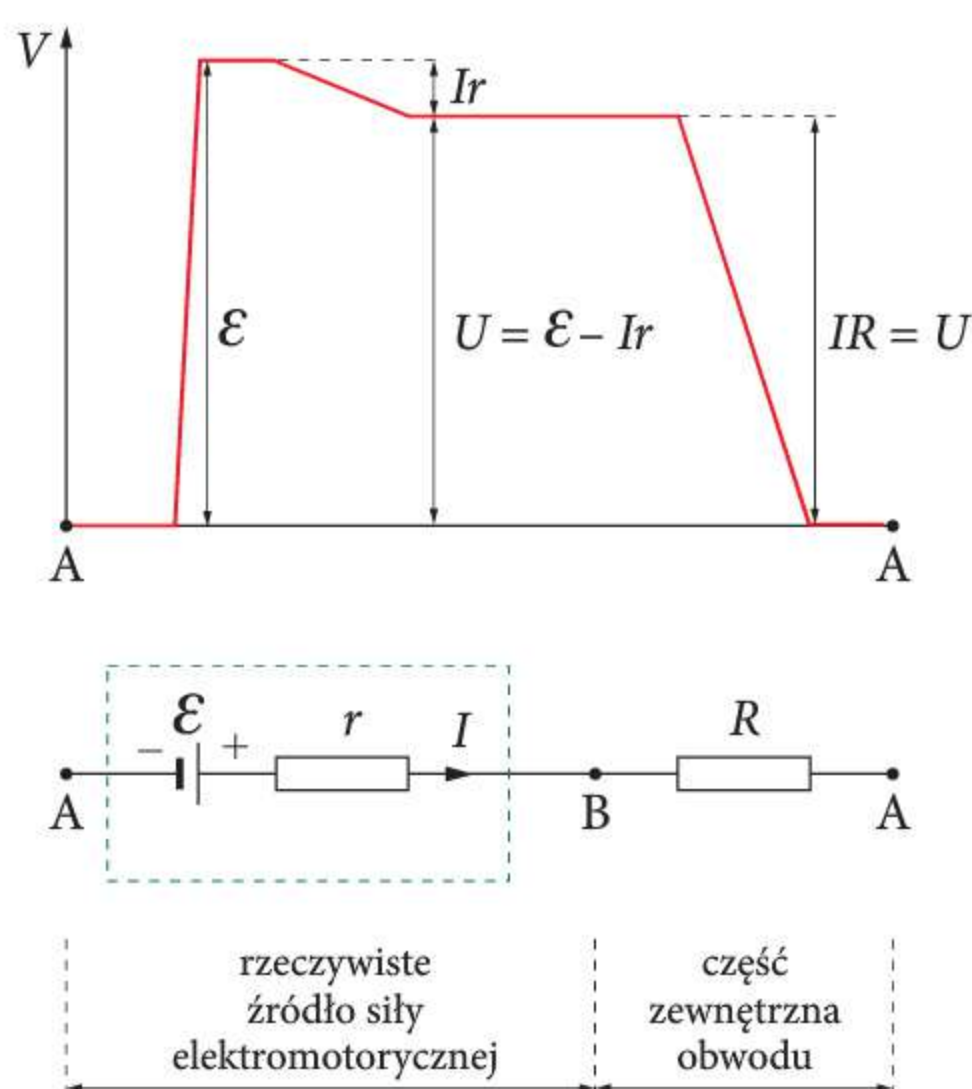
Przypomnij sobie, co wiesz o różnicy potencjałów między biegunami źródła siły elektromotorycznej.

Wróćmy jeszcze raz do obwodu zamkniętego złożonego ze źródła o sile elektromotorycznej $\mathcal{E}$ i oporze wewnętrznym r oraz z części zewnętrznej o oporze R (rys. 8.1).



Rys. 8.1 Obwód z rzeczywistym źródłem siły elektromotorycznej

Dla wygody „rozprostujemy” ten obwód, tzn. przedstawimy go w takiej postaci jak na rysunku 8.2.



Rys. 8.2 Wzrosty i spadki potencjału w obwodzie zamkniętym

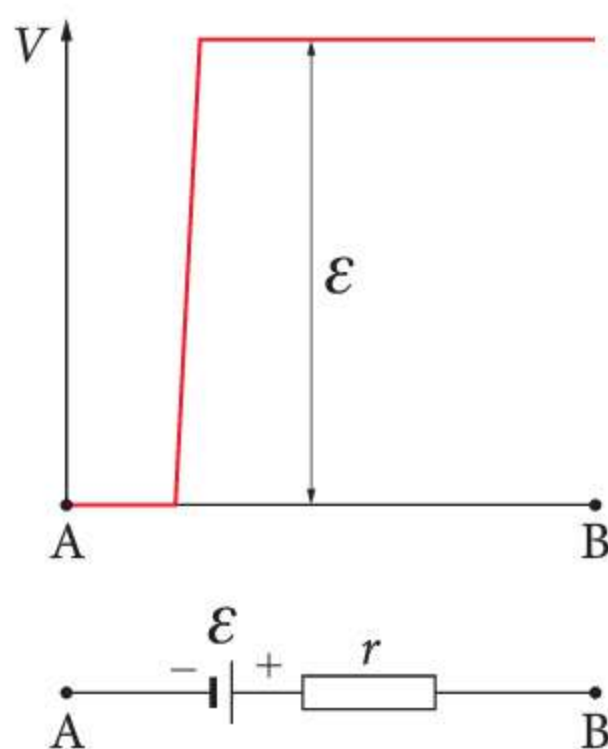
Oczywiście nie oznacza to, że obwód został otwarty. Gdy przechodzimy od strony lewej do prawej przedstawionego w taki sposób obwodu zamkniętego, natrafiamy na różne potencjały, ale potencjał w punkcie początkowym musi być taki sam, jak potencjał w punkcie końcowym (V_A), ponieważ jest to ten sam punkt A obwodu.

Wiadomo, że przez odcinek przewodnika niezawierający źródła prąd płynie zawsze w stronę malejącego potencjału. Przyjmujemy tak jak poprzednio, że opór przewodów doprowadzających jest znikomo mały, z czego wynika, że nie zachodzi na nich spadek potencjału. Rysunek 8.2 przedstawia graficznie, jak zmienia się potencjał wzdłuż obwodu, gdy przechodzimy od A (po stronie lewej), poprzez B, do A (po stronie prawej), tzn. gdy na rysunku 8.1 obiegamy obwód od A, poprzez B, do A zgodnie z ruchem wskazówek zegara.

Wygodnie jest oznaczać na schemacie oddzielnie (tzn. obok symbolu ogniwa) jego opór wewnętrzny. Łatwo wtedy graficznie przedstawić wzrost potencjału na biegunach źródła, równy jego sile elektromotorycznej, oraz spadek potencjału na oporze wewnętrznym. W rzeczywistości zarówno ten wzrost, jak i spadek zachodzą między biegunami ogniwa.

Dalszy spadek potencjału następuje na oporze zewnętrznym R . Na rysunku 8.2 widać, że suma wzrostów potencjałów w obwodzie musi być równa sumie spadków. W przeciwnym razie potencjał w punkcie początkowym naszej wędrówki nie mógłby być równy potencjałowi w punkcie końcowym tej wędrówki. Wzrostowi potencjału przypisujemy w równaniu znak „+”, spadkowi znak „-”.

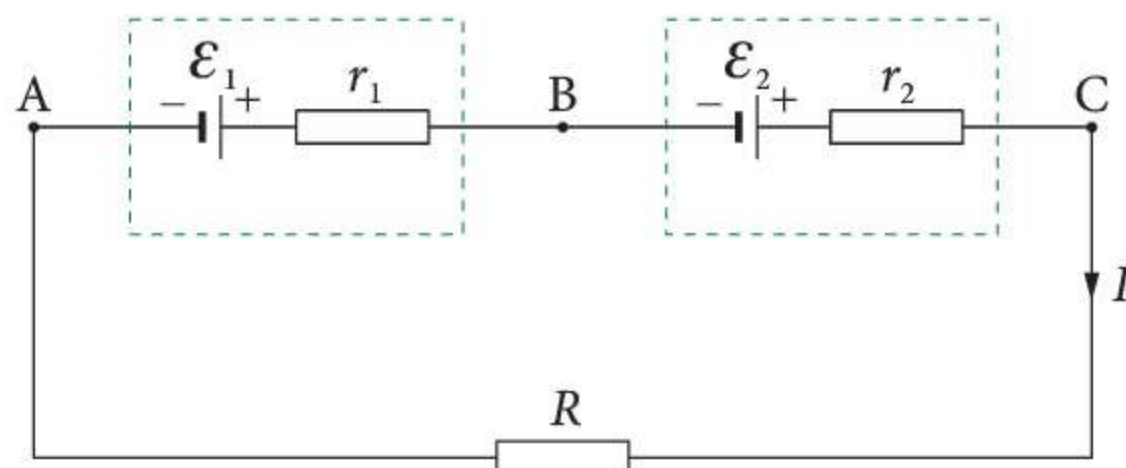
Gdy prąd nie płynie, nie ma spadku potencjału w obwodzie ani na oporze zewnętrznym, ani na wewnętrznym; wówczas różnica potencjałów między biegunami ogniwa wynosi $\mathcal{E}$ (rys. 8.3).



Rys. 8.3 Różnica potencjałów na biegunach źródła w obwodzie otwartym

Często mamy do czynienia z bardziej skomplikowanymi obwodami, w których występuje więcej niż jedno źródło siły elektromotorycznej. Na przykład w baterii płaskiej są połączone ze sobą szeregowo trzy jednakowe ogniwa (biegun „-” pierwszego ogniwa z biegunem „+” drugiego itd.; na zewnątrz są wyprowadzone blaszki z biegunów „+” i „-” skrajnych ogniw).

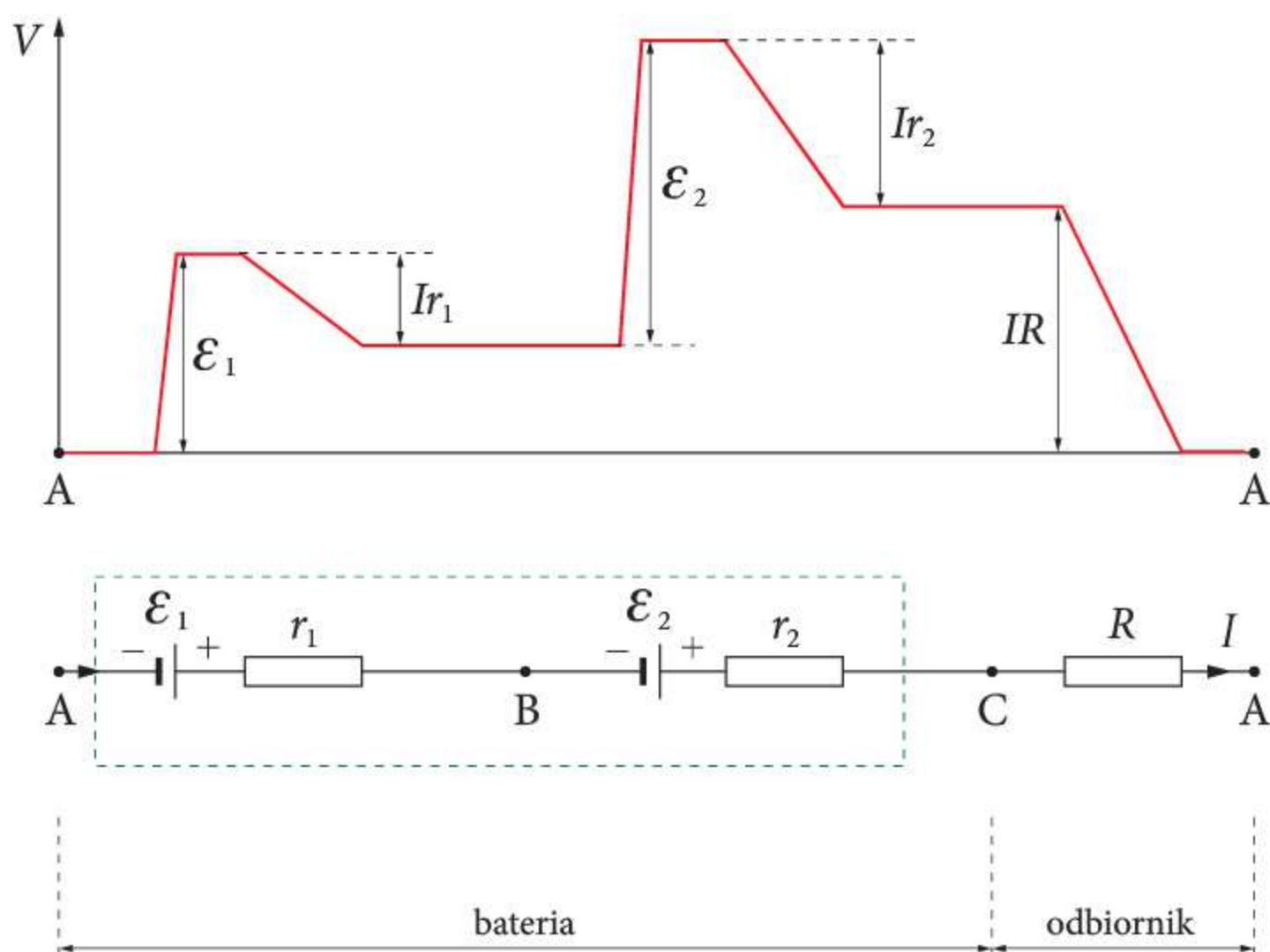
Weźmy pod uwagę obwód, w którym połączone są szeregowo dwa źródła siły elektromotorycznej, z tym, że mogą to być różne ogniwa, o różnych siłach elektromotorycznych $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$ i różnych oporach wewnętrznych r_1 i r_2 . R oznacza opór zewnętrzny odbiornika (rys. 8.4).



Rys. 8.4 Dwa różne ogniwa połączone szeregowo

Naszym celem jest znalezienie związku między natężeniem prądu w obwodzie a siłami elektromotorycznymi źródeł oraz oporami, które tutaj występują. Inaczej mówiąc: znalezienie prawa rządzącego tym obwodem.

Spadki i wzrosty potencjałów w obwodzie łatwo sobie uświadomić, gdy narysuje się wykres podobny do przedstawionego na stronie 39. „Rozprostujmy” więc rozważany obwód i postąpmy tak jak poprzednio (rys. 8.5).



Rys. 8.5 Wzrosty i spadki potencjału w obwodzie z baterią ogniw

Suma wzrostów potencjału wynosi $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$, zaś suma spadków $Ir_1 + Ir_2 + IR$. Wzrostom przypisujemy znak „+”, a spadkom znak „-”.

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - Ir_1 - Ir_2 - IR = 0$$

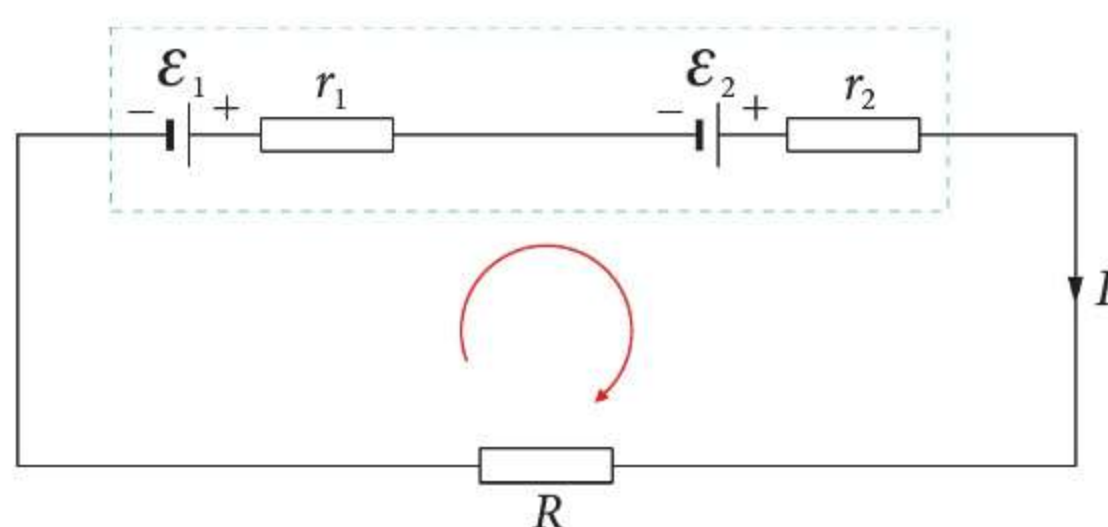
lub:

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = I(r_1 + r_2 + R)$$

Wynik ten możemy łatwo zinterpretować: suma sił elektromotorycznych obu źródeł stanowi siłę elektromotoryczną tak utworzonej baterii (połączenie szeregowe ogniw), a suma ich oporów wewnętrznych – jej opór wewnętrzny.

Uprościmy nieco sposób zastosowany poprzednio.

Narysujmy jeszcze raz ten sam obwód, obierzmy kierunek wędrówki po obwodzie zgodny z ruchem wskazówek zegara. Dwa razy napotykamy wzrosty potencjału (gdy mijamy źródła siły elektromotorycznej od „–” do „+”) i trzy razy – spadki potencjału (na trzech oporach), gdyż w tym przypadku wędrujemy po obwodzie zgodnie z kierunkiem prądu, a prąd płynie przez przewodnik od wyższego do niższego potencjału.



Rys. 8.6 Obieg oczka zgodnie z ruchem wskazówek zegara

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - Ir_1 - Ir_2 - IR = 0$$

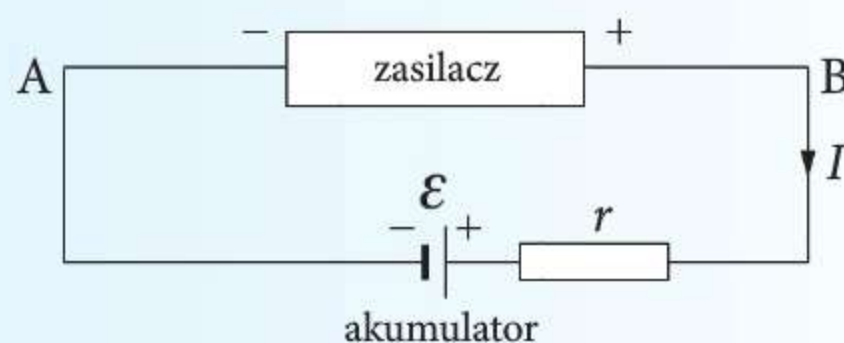
Rysowanie wykresów potencjału pomogło nam wyobrazić sobie jego wzrosty i spadki.

Przykład 8.1

Akumulator lub silnik w obwodzie prądu stałego

W rozdziale 5 zasygnalizowaliśmy zagadnienie bilansu energii w obwodzie zewnętrznym zawierającym źródła siły elektromotorycznej lub silniki (tzw. elementy czynne).

Przyjrzyjmy się zjawisku ładowania akumulatora o sile elektromotorycznej $\mathcal{E}$ i oporze wewnętrznym r (rys. 8.7).



Rys. 8.7

Po włączeniu akumulatora do zasilacza w obwodzie płynie prąd o natężeniu I . Obliczymy najpierw napięcie U_{AB} dostarczane przez zasilacz (obiegamy obwód zgodnie z ruchem wskazówek zegara).

$$U_{AB} - Ir - \mathcal{E} = 0 \quad U_{AB} = Ir + \mathcal{E}$$

Moc dostarczoną przez zasilacz zawsze możemy obliczyć jako iloczyn IU_{AB} :

$$P_{AB} = IU_{AB} = I^2r + \mathcal{E}I$$

Energia pobrana z zasilacza w czasie t jest równa:

$$W_{AB} = I^2 r t + \mathcal{E} I t$$

Część tej energii ($I^2 r t$) to energia rozproszona w postaci ciepła Joule'a na oporze r , a pozostała część ($\mathcal{E} I t$) zostaje zużyta na zwiększenie energii chemicznej ładowanego akumulatora.

Podobnie rozumujemy w przypadku obecności w obwodzie silnika o oporze R (patrz zadanie 3 na s. 44).

W praktyce spotykamy często znacznie bardziej skomplikowane sieci elektryczne, w których można wyróżnić wiele tzw. oczek. Każdy zbiór gałęzi, tworzący w sieci drogę zamkniętą, stanowi oczko sieci. Przykłady znajdziesz w rozdziale 9.

Jeśli oczko jest częścią sieci elektrycznej, to niektóre jego punkty są węzłami sieci – następują w nich rozgałęzienia prądów. Natężenia prądów w poszczególnych odcinkach oczka są więc różne, a prądy mogą mieć różne kierunki. Zawsze jednak **suma zmian** (wzrostów i spadków) **potencjału w oczku musi być równa zeru**, ponieważ po rozpoczęciu wędrówki od punktu o dowolnym potencjale musimy po obejściu całego oczka wrócić do tego samego potencjału. Możemy łatwo zapisać równanie wyrażające związek między natężeniami prądów, oporami i siłami elektromotorycznymi w oczku, jeśli uwzględnimy konwencję przyjętą poprzednio (rys. 8.6), ale jeszcze niedokładnie sprecyzowaną. Zapiszmy ją zatem w całości.

Jeżeli podczas wędrówki po oczku zgodnie z ruchem wskazówek zegara napotkamy:

źródło siły elektromotorycznej i mijamy je od bieguna „–” do bieguna „+” (wzrost potencjału),	to	$\mathcal{E}$ tego źródła zapisujemy ze znakiem plus;
źródło siły elektromotorycznej i mijamy je od bieguna „+” do bieguna „–” (spadek potencjału),	to	$\mathcal{E}$ tego źródła zapisujemy ze znakiem minus;
opór, przez który płynie prąd o kierunku zaznaczonym przez nas przeciwnie ⁴ do kierunku naszej wędrówki,	to	iloczyn tego oporu i natężenia prądu zapisujemy ze znakiem plus;
opór, przez który płynie prąd o kierunku zgodnym z kierunkiem naszej wędrówki,	to	iloczyn tego oporu i natężenia prądu zapisujemy ze znakiem minus.

Suma algebraiczna tych wszystkich składników jest równa zeru.

⁴ Nie zawsze wiemy, w którą stronę płynie prąd w danym fragmencie oczka. W bardziej skomplikowanej sieci przyjmujemy dowolne kierunki prądów. Gdy przy obliczonej wartości natężenia prądu pojawia się znak minus, oznacza to, że kierunek prądu jest przeciwny do tego, co założyliśmy (patrz przykład 9.1 na s. 45).

Ogólnie zapiszemy to następująco:

Suma algebraiczna wszystkich sił elektromotorycznych i napięć w oczku sieci jest równa zero.

$$\sum_{k=1}^n \mathcal{E}_k + \sum_{k=1}^m I_k R_k = 0$$

(8.1)

Sformułowanie to nosi nazwę **drugiego prawa Kirchhoffa dla oczka sieci**. W równaniu (8.1) n oznacza liczbę wszystkich źródeł w oczku, a m – liczbę napięć na oporach. Liczby te nie muszą być jednakowe.

ZADANIA

- Spójrz na rysunki 8.4 i 8.5 i napisz odpowiedni wzór na:
 - napięcie, które zmierzyłby woltomierz dołączony do źródła o sile elektromotorycznej $\mathcal{E}_1$, tzn. między punktami A i B;
 - napięcie, które zmierzyłby woltomierz dołączony do źródła o sile elektromotorycznej $\mathcal{E}_2$, tzn. między punktami B i C;
 - napięcie, które zmierzyłby woltomierz dołączony do całej baterii, tzn. między punktami A i C.
 Każde napięcie wyraż przez wielkości: $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, r_1 , r_2 i R .
 - Czy z rysunku 8.5 można wywnioskować, który z oporów r_1 , r_2 , R jest najmniejszy, a który największy?
- Zadanie stanowi dalszy ciąg zadania 1. Rozważ przypadek, gdy $\mathcal{E}_2 = 2\mathcal{E}_1$, $r_1 = r_2 = R$. Napisz odpowiedni wzór na:
 - napięcia wskazane przez woltomierz dołączony kolejno między punktami A i B, B i C, A i C;
 - napięcia wskazane przez ten woltomierz w przypadku, gdy opory wewnętrzne $r_1 = r_2 = R$, a opór zewnętrzny wyniesie $R/2$. Który punkt obwodu będzie miał teraz najniższy potencjał? W jaki sposób należałoby włączyć woltomierz do pierwszego źródła? Przedstaw graficznie wzrosty i spadki potencjału w obwodzie dla tego przypadku.
- Silnik, którego uzwojenia mają opór $R = 18 \Omega$, włączono do sieci o napięciu $U = 230 \text{ V}$. W czasie pracy silnika przez jego uzwojenie płynie prąd o natężeniu $I = 1,5 \text{ A}$. Oblicz:
 - moc pobieraną z sieci,
 - moc traconą na ciepło Joule'a,
 - moc użyteczną silnika.
- Wyjaśnij przyjętą w tym podręczniku konwencję znaków sił elektromotorycznych i napięć w oczku. Czy rzeczywiste kierunki prądów w poszczególnych gałęziach oczka sieci są wyznaczone jednoznacznie przez biegunowość występujących w oczku sił elektromotorycznych?

9. Przykłady stosowania drugiego prawa Kirchhoffa

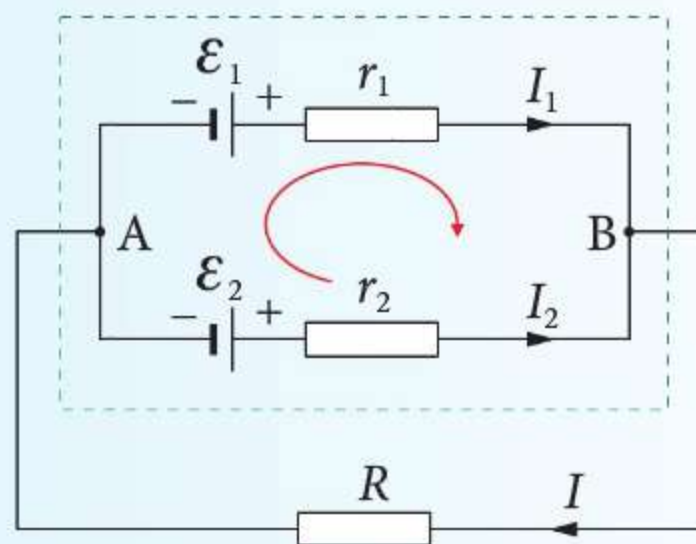
- Baterie ogniw o różnych siłach elektromotorycznych
- Obliczanie oporu zastępczego na podstawie prawa Ohma i praw Kirchhoffa

Przypomnij sobie prawo Ohma i prawa Kirchhoffa.

Przykład 9.1

Natężenia prądów płynących przez ogniwa i przez odbiornik

Dwa różne ogniwa o siłach elektromotorycznych $\mathcal{E}_1 = 1,5 \text{ V}$ i $\mathcal{E}_2 = 1,2 \text{ V}$ oraz o oporach wewnętrznych $r_1 = 0,5 \Omega$ i $r_2 = 1,0 \Omega$ połączono ze sobą równolegle (rys. 9.1) i do takiej baterii dołączono odbiornik o oporze $R = 1,6 \Omega$.



Rys. 9.1

Obliczymy natężenia prądów płynących przez każde z ogniw oraz przez odbiornik.

Natężenie prądu płynącego przez pierwsze ogniwo oznaczmy jako I_1 , przez drugie ogniwo: I_2 , przez odbiornik: I . Natężenia te są w naszym zadaniu trzema niewiadomymi. Kierunki prądów zaznaczamy (tak jak dotychczas) od bieguna „+” każdego ogniwa.

Na podstawie drugiego prawa Kirchhoffa piszemy trzy równania dla trzech oczek, widocznych na rysunku 9.1.

$$\mathcal{E}_1 - I_1 r_1 - IR = 0$$

$$\mathcal{E}_2 - I_2 r_2 - IR = 0$$

$$\mathcal{E}_1 - I_1 r_1 + I_2 r_2 - \mathcal{E}_2 = 0$$

Zauważ, że trzecie z tych równań nie wnosi nic nowego, gdyż takie samo równanie otrzymalibyśmy w wyniku odjęcia stronami drugiego równania od pierwszego. Mówimy, że jest ono zależne od tamtych równań. Musimy zatem napisać jeszcze jedno równanie, niezależne od dwóch pierwszych, pokazujące związek między szukanyymi wielkościami: I_1, I_2, I . Będzie to równanie dla węzła sieci (pierwsze prawo Kirchhoffa). W sieci tej występują dwa węzły:

A i B. I znowu pierwsze prawo Kirchhoffa zastosowane do każdego z tych węzłów daje to samo równanie. Bierzemy więc pod uwagę tylko jeden z węzłów.

Mamy do rozwiązania układ równań:

$$\mathcal{E}_1 - I_1 r_1 - IR = 0$$

$$\mathcal{E}_2 - I_2 r_2 - IR = 0$$

$$I_1 + I_2 - I = 0$$

Nie musisz w tej chwili rozwiązywać tego układu, bo strona rachunkowa mniej nas teraz interesuje. Oto ostateczne wyniki rozwiązania:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + R(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} \approx 0,68 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 + R(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} \approx 0,04 \text{ A}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} \approx 0,72 \text{ A}$$

Zinterpretujmy otrzymane wyniki. Jeśli wartości natężeń prądów są dodatnie (tak jak w naszym przypadku), oznacza to, że kierunki prądów są takie, jak zaznaczono na rysunku 9.1. Jeżeli w rzeczywistości któryś prąd miałby kierunek przeciwny, to wartość jego natężenia po rozwiązaniu układu równań otrzymalibyśmy ze znakiem „-”.

Z ogólnej postaci otrzymanych wyników (zapisanych za pomocą symboli literowych) możemy wywnioskować, że w przypadku, gdy połączone równoległe źródła mają różne siły elektromotoryczne (i $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$), w gałęzi zawierającej źródło o większej SEM prąd „wyływa” z bieguna dodatniego, podczas gdy w gałęzi z drugim źródłem prąd może mieć różne kierunki.

$$I_2 > 0 \quad \text{gdy} \quad \mathcal{E}_2 r_1 + R(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1) = \mathcal{E}_2 r_1 - R(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) > 0$$

skąd:

$$R < \frac{\mathcal{E}_2 r_1}{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}$$

Z tej nierówności wynika, że prąd o natężeniu I_2 będzie miał taki kierunek, jak pokazano na rysunku, przy odpowiednio małym oporze R odbiornika.

W przypadku gdy $R = \frac{\mathcal{E}_2 r_1}{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}$, prąd przez źródło o mniejszej SEM nie płynie (sprawdź, że wówczas $I_1 = I$).

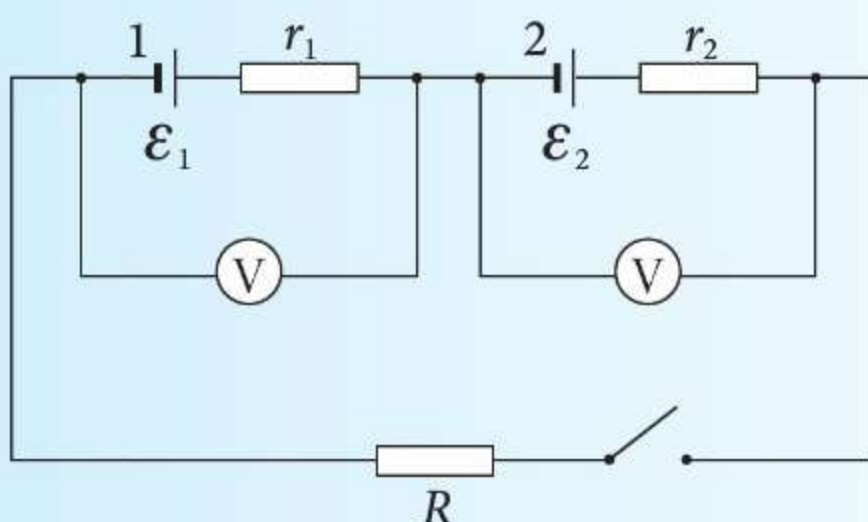
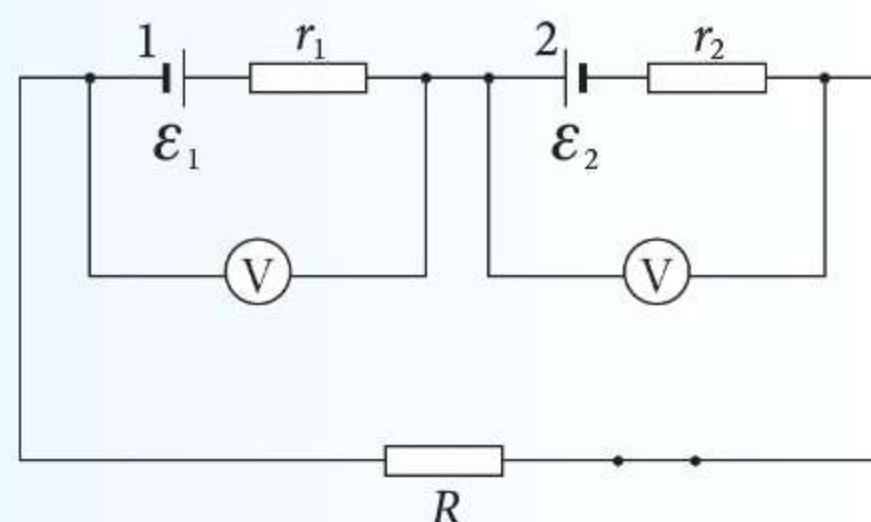
Gdy $R > \frac{\mathcal{E}_2 r_1}{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}$, prąd o natężeniu I_2 płynie odwrotnie.

Dla podanych w naszym przykładzie wartości liczbowych ta „graniczna” wartość oporu odbiornika jest równa 2Ω .

Jeśli siły elektromotoryczne źródeł będą jednakowe, to niezależnie od oporu R prądy będą płynęły przez źródła tak jak na rysunku, a o wartościach ich natężeń będą decydowały opory wewnętrzne:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (\text{odwrotna proporcja}).$$

Przeprowadzone tutaj rozważania i wysnute z nich wnioski pokazują, jak pożyteczne jest otrzymywanie wyników w postaci ogólnej – dzięki temu potrafimy dostrzec pewne ogólne prawidłowości.

Przykład 9.2**Napięcia na biegunach ogniwo umieszczonych w jednym szeregu****Rys. 9.2****Rys. 9.3**

W doświadczeniu użyto woltomierzy o bardzo dużych oporach, z zerem na środku skali. Gdy obwód przedstawiony na rys. 9.2 jest otwarty, woltomierze wskazują: 4,5 V i 1,5 V, a ich wskazówki wychylają się w prawo. **Po zamknięciu tego obwodu** wskazówki woltomierzy są także wychylone w prawo, ale wskazania wynoszą odpowiednio: 3,3 V i 0,9 V.

Obliczymy, jakie będą wskazania woltomierzy w obwodzie na rysunku 9.3, gdy obwód jest zamknięty. Zauważ, że na tym rysunku ogniwo o sile elektromotorycznej $\mathcal{E}_2$ jest włączone odwrotnie.

Wskazania woltomierzy przy otwartym wyłączniku to oczywiście siły elektromotoryczne ogniwo: $\mathcal{E}_1 = 4,5 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 1,5 \text{ V}$, a ich wskazania po zamknięciu obwodu to napięcia: $U_1 = 3,3 \text{ V}$, $U_2 = 0,9 \text{ V}$. Naszym zadaniem jest obliczenie napięć U'_1 i U'_2 na biegunach ogniwo w obwodzie na rysunku 9.3.

W obwodzie na rysunku 9.2 prąd płynie zgodnie z ruchem wskazówek zegara, więc podczas wędrówki po oczku zgodnie z kierunkiem prądu otrzymujemy:

$$\mathcal{E}_1 - Ir_1 + \mathcal{E}_2 - Ir_2 - IR = 0 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2}$$

$$U_1 = \mathcal{E}_1 - Ir_1 \quad U_2 = \mathcal{E}_2 - Ir_2$$

$$U_1 = \mathcal{E}_1 - (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) \frac{r_1}{R + r_1 + r_2} \quad U_2 = \mathcal{E}_2 - (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) \frac{r_2}{R + r_1 + r_2} \quad (9.1)$$

Gdy postąpimy tak samo dla obwodu na rys. 9.3, otrzymamy:

$$\mathcal{E}_1 - I'r_1 - \mathcal{E}_2 - I'r_2 - I'R = 0 \quad \Rightarrow \quad I' = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2}$$

$$U'_1 = \mathcal{E}_1 - I'r_1 = \mathcal{E}_1 - (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) \frac{r_1}{R + r_1 + r_2} \quad U'_2 = -\mathcal{E}_2 - I'r_2 = -\mathcal{E}_2 - (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) \frac{r_2}{R + r_1 + r_2}$$

Potrzebne ilorazy oporów obliczamy ze wzorów (9.1):

$$\frac{r_1}{R + r_1 + r_2} = \frac{\mathcal{E}_1 - U_1}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2} \quad \frac{r_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{\mathcal{E}_2 - U_2}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}$$

Wobec tego:

$$U'_1 = \mathcal{E}_1 - \frac{(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)(\mathcal{E}_1 - U_1)}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2} \quad U'_2 = -\mathcal{E}_2 - \frac{(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)(\mathcal{E}_2 - U_2)}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}$$

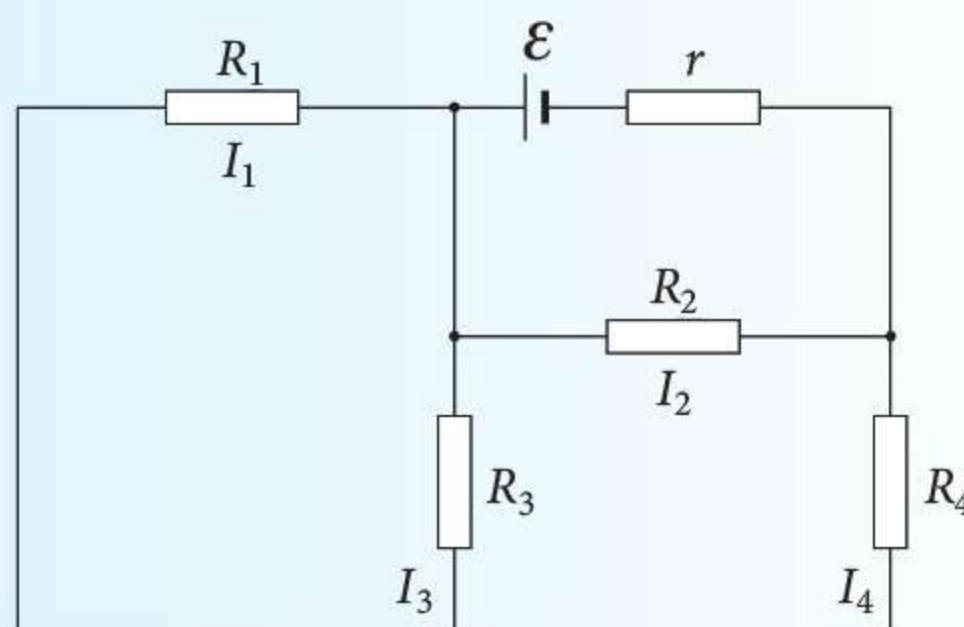
Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$U'_1 = 3,9 \text{ V} \quad U'_2 = -1,8 \text{ V}$$

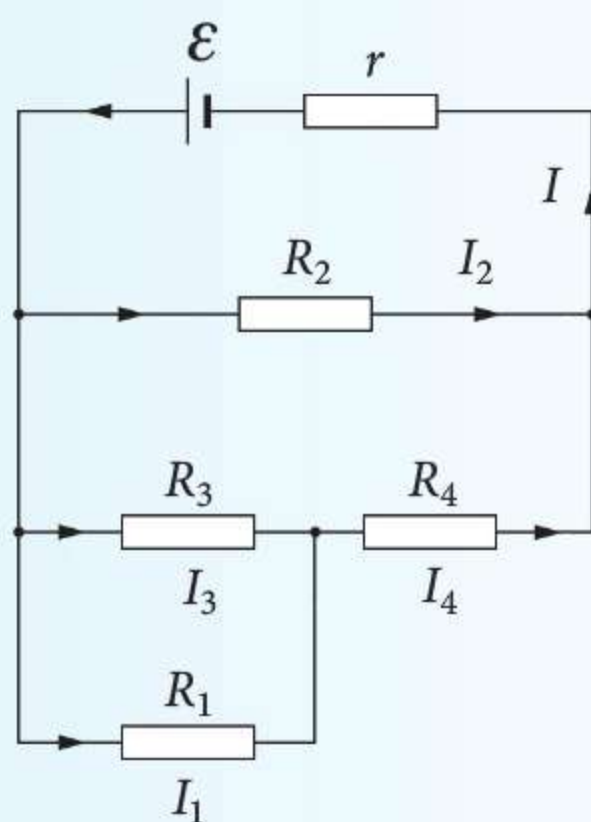
Wskazówka pierwszego woltomierza wychyli się w prawo, a drugiego w lewo.

Przykład 9.3**Zastosowanie praktyczne uproszczenia obwodu**

W tym przykładzie pokażemy, że w niektórych przypadkach (także gdy obwód zawiera kilka oczek) nie musimy korzystać z praw Kirchhoffa.

**Rys. 9.4**

Rysunek 9.4 przedstawia schemat obwodu, w którym znane są wszystkie opory: $R_1 = 12 \, \Omega$, $R_2 = 16 \, \Omega$, $R_3 = 4 \, \Omega$, $R_4 = 1 \, \Omega$, a także natężenie prądu $I_2 = 0,1 \, \text{A}$ płynącego przez opornik o oporze R_2 . Opór wewnętrzny źródła $r = 0,8 \, \Omega$. Obliczymy siłę elektromotoryczną źródła. Moglibyśmy zastosować drugie prawo Kirchhoffa dla trzech oczek i pierwsze prawo Kirchhoffa dla dwóch węzłów; otrzymalibyśmy wówczas układ pięciu równań o pięciu niewiadomych: $\mathcal{E}$, I , I_1 , I_3 , I_4 (siła elektromotoryczna byłaby jedną z nich). Rozwiązanie takiego układu równań jest dość uciążliwe. Zawsze warto rozważyć możliwość „uproszczenia” obwodu – niekiedy wystarczy w inny sposób narysować schemat. Zauważmy, że w tym przypadku obwód można przedstawić w sposób pokazany na rysunku 9.5, na którym zaznaczono również kierunki wszystkich prądów.

**Rys. 9.5**

Gdy podane są wszystkie opory, łatwo obliczyć opór zewnętrzny R_z . Zrezygnujemy z obliczeń za pomocą symboli literowych, skorzystamy od razu z wartości liczbowych podanych oporów.

$$\text{Opór dolnej gałęzi: } 1 \, \Omega + \frac{4 \, \Omega \cdot 12 \, \Omega}{4 \, \Omega + 12 \, \Omega} = 1 \, \Omega + 3 \, \Omega = 4 \, \Omega$$

$$\text{Opór zewnętrzny: } R_z = \frac{4 \, \Omega \cdot 16 \, \Omega}{(4 + 16) \, \Omega} = 3,2 \, \Omega$$

Wobec tego całkowity opór obwodu: $R_z + r = (3,2 + 0,8) \Omega = 4 \Omega$

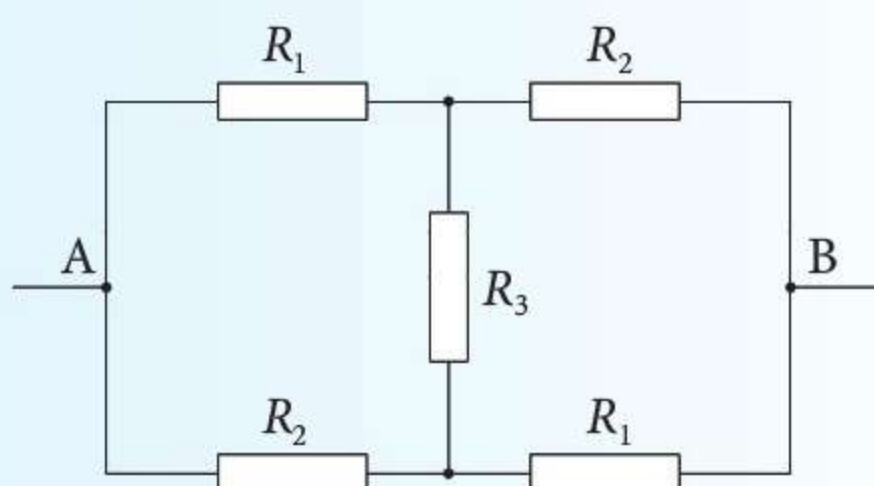
Aby obliczyć siłę elektromotoryczną, musimy jeszcze znać natężenie prądu I w obwodzie. Napięcie na oporze R_2 jest równe $I_2 R_2 = 0,1 \text{ A} \cdot 16 \Omega = 1,6 \text{ V}$. Jest to równocześnie napięcie na dolnej gałęzi, zatem natężenie prądu w dolnej gałęzi jest równe $\frac{1,6 \text{ V}}{4 \Omega} = 0,4 \text{ A}$. Całkowite natężenie prądu jest sumą natężeń: $0,1 \text{ A} + 0,4 \text{ A} = 0,5 \text{ A}$. Siła elektromotoryczna źródła:

$$\mathcal{E} = I(R_z + r) = 0,5 \text{ A} \cdot 4 \Omega = 2 \text{ V}$$

Przykład 9.4

Obliczanie oporu zastępczego na podstawie praw Kirchhoffa

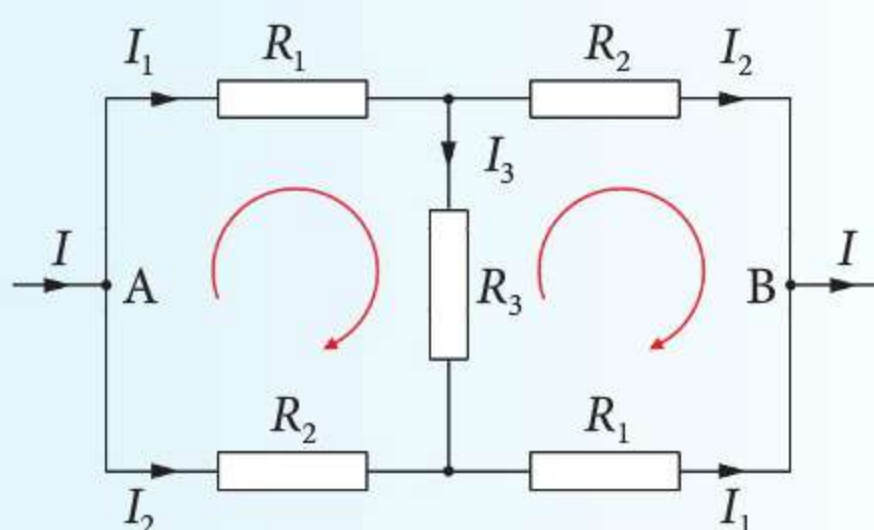
Obliczymy opór zastępczy części obwodu zawartej między punktami A i B (rys. 9.6).



Rys. 9.6

Połączenie oporów, przedstawione na rysunku, nie jest ani połączeniem szeregowym, ani równoległym, nie jest nawet ich kombinacją. Nie możemy więc w tym przypadku stosować wyprowadzonych wzorów na opory zastępcze. Rozwiązanie tego zadania wymaga zastosowania prawa Ohma i praw Kirchhoffa.

Oznaczmy kierunki prądów w poszczególnych opornikach, np. tak jak na rysunku 9.7, a obliczany opór zastępczy literą R .



Rys. 9.7

Jeśli I jest natężeniem prądu dopływającego do węzła A z zewnątrz, a U_{AB} napięciem między węzłami A i B, to z prawa Ohma dla odcinka obwodu wynika, że $R = \frac{|U_{AB}|}{I}$. Napięcie U_{AB} jest różnicą potencjałów, którą możemy obliczyć dzięki przejściu od A do B po dowolnej „drodze”, np. wzdłuż dolnych oporników o oporach R_1 i R_2 . Jeśli I_1 i I_2 będą oznaczać natężenia prądów płynących w tych opornikach, to możemy napisać:

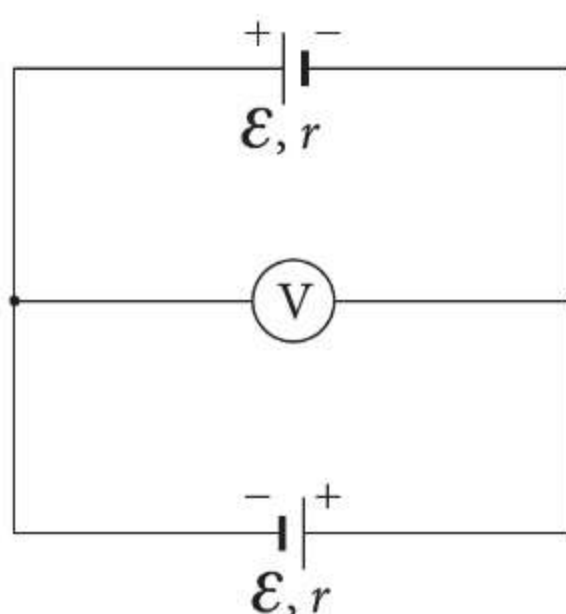
$$R = \frac{I_1 R_1 + I_2 R_2}{I} \quad (9.2)$$

Koncepcja rozwiązania jest następująca. Stosujemy prawa Kirchhoffa dla oczek i węzłów, by wyrazić natężenia prądów we wszystkich opornikach przez I . Jest dość oczywiste, że każde z tych natężeń będzie liniową funkcją I (gdy wzrośnie natężenie dopływającego prądu, proporcjonalnie wzrosną także natężenia prądów w każdym oporniku tego połączenia). Wobec tego ułamek po prawej stronie wzoru (9.2) można uprościć przez I . Po uproszczeniu otrzymamy wzór na opór zastępczy R . W naszym przykładzie nie wszystkie opory są różne, mamy zatem tylko trzy różne natężenia prądu (I_1, I_2, I_3). Napisz odpowiedni układ trzech równań i wykonaj obliczenia. Otrzymasz wynik:

$$R = \frac{R_1(R_2 + R_3) + R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + 2R_3}$$

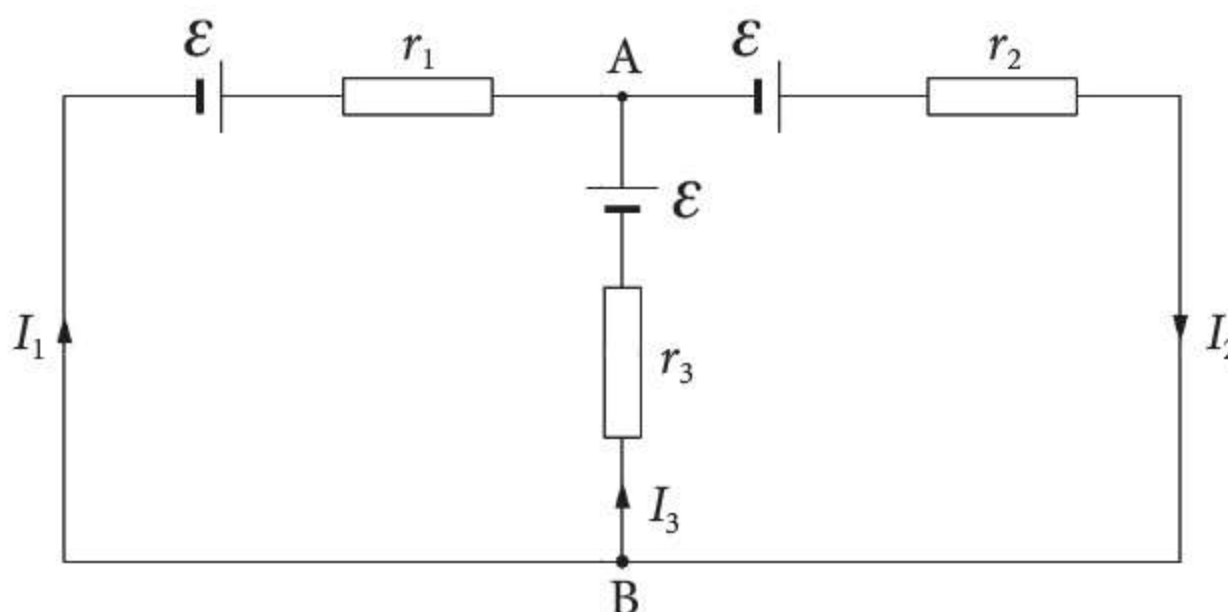
ZADANIA

1. Połączono dwa jednakowe ogniwa o sile elektromotorycznej równej $1,5 \text{ V}$ i oporze wewnętrznym 2Ω każde (rys. 9.8). Oblicz natężenie prądu płynącego w tych ogniwach oraz napięcie wskazane przez woltomierz, jeśli jego opór jest bardzo duży.



Rys. 9.8

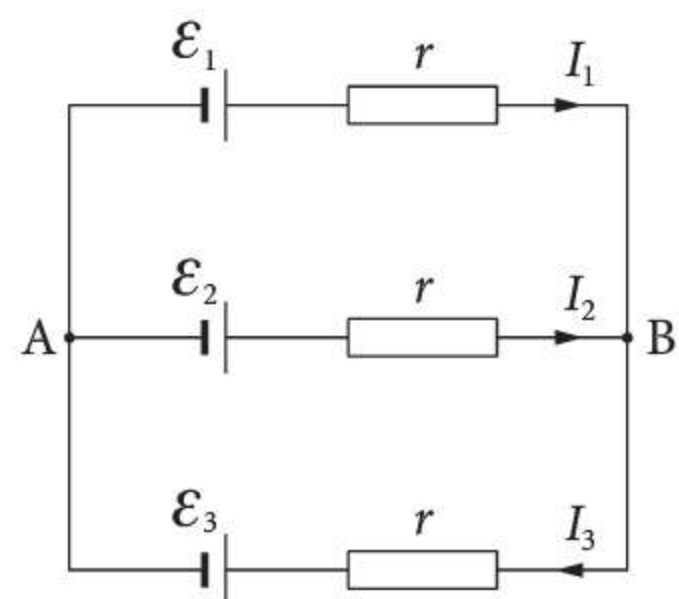
2. Trzy ogniwa o jednakowych siłach elektromotorycznych $\mathcal{E}$ i różnych oporach wewnętrznych r_1, r_2, r_3 połączono tak, jak pokazuje schemat (rys. 9.9).



Rys. 9.9

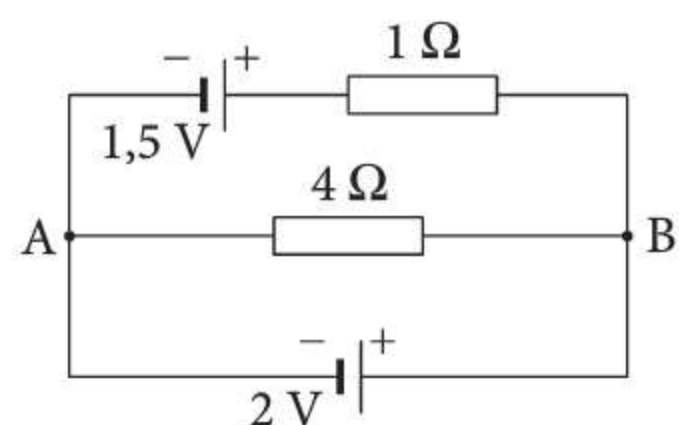
- a) Wyprowadź wzory na natężenia prądów I_1, I_2, I_3 . Przyjmij takie ich kierunki, jak pokazano na rysunku.
- b) Oblicz napięcie $U_{AB} = V_B - V_A$.
- c) Do jakich postaci zredukują się wyprowadzone wzory, gdy $r_1 = r_2 = r_3 = r$?

3. Trzy źródła napięcia o siłach elektromotorycznych $\mathcal{E}_1 = 1,5 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 1,0 \text{ V}$, $\mathcal{E}_3 = 0,5 \text{ V}$ i jednakowych oporach wewnętrznych $r = 1 \Omega$ połączono zgodnie ze schematem (rys. 9.10).
- Oblicz natężenia prądów I_1 , I_2 , I_3 . Przyjmij kierunki prądów zaznaczone na rysunku.
 - Oblicz napięcie $U_{AB} = V_B - V_A$. W celu przećwiczenia przejdź z punktu A do punktu B wszystkimi trzema możliwymi sposobami.



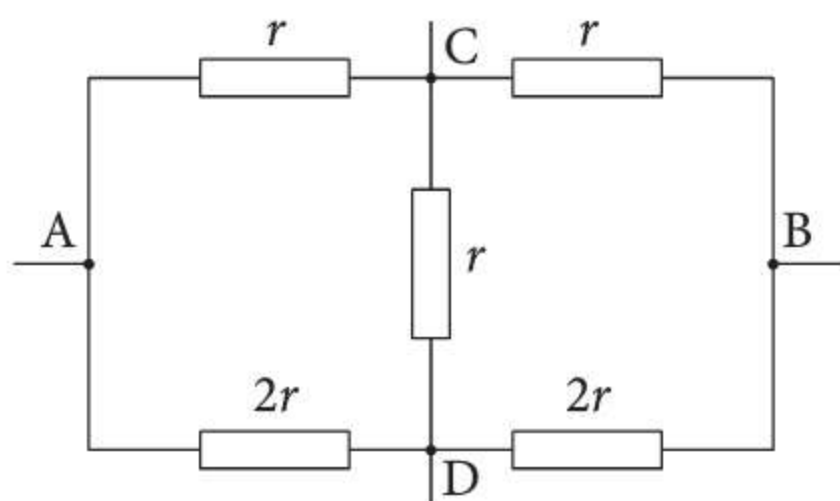
Rys. 9.10

4. Opornik o oporze 4Ω dołączono do ogniwa o sile elektromotorycznej $1,5 \text{ V}$ i oporze wewnętrznym 1Ω . Następnie do opornika dołączono dodatkowo akumulator o sile elektromotorycznej 2 V i pomijalnie małym oporze wewnętrznym, tak jak pokazuje rysunek 9.11. Oblicz:
- natężenie prądu płynącego w oporniku przed dołączeniem akumulatora i po jego dołączeniu; wskaż kierunki prądów;
 - napięcie $U_{AB} = V_B - V_A$ przed dołączeniem akumulatora i po jego dołączeniu; po dołączeniu akumulatora oblicz napięcie U_{AB} trzema różnymi sposobami.



Rys. 9.11

5. Na rysunku 9.12 przedstawiono układ oporników.
- Oblicz opór zastępczy układu, jeśli do sieci włączamy wszystkie możliwe kombinacje par zacisków A, B, C, D (A i B, A i C, A i D, C i B, C i D, B i D). Natężenie prądu dopływającego do układu w każdym przypadku wynosi I .



Rys. 9.12

Wskazówka: Zastanów się, w których przypadkach trzeba koniecznie korzystać z drugiego prawa Kirchhoffa w postaci ogólnej, a w których układ stanowi proste połączenie mieszane.

- Wyraź natężenie prądu w każdym oporniku przez natężenie I prądu, który wpływa do układu w punkcie A, a wypływa z niego w punkcie B.



10. Modele przewodnictwa ciał stałych: przewodników i półprzewodników

- Związek między natężeniem prądu a szybkością i liczbą nośników ładunku w przewodniku
- Budowa półprzewodników
- Półprzewodniki samoistne i domieszkowane

Przypomnij sobie, na czym polega przepływ prądu elektrycznego w różnych ośrodkach oraz co wiesz o budowie atomu.

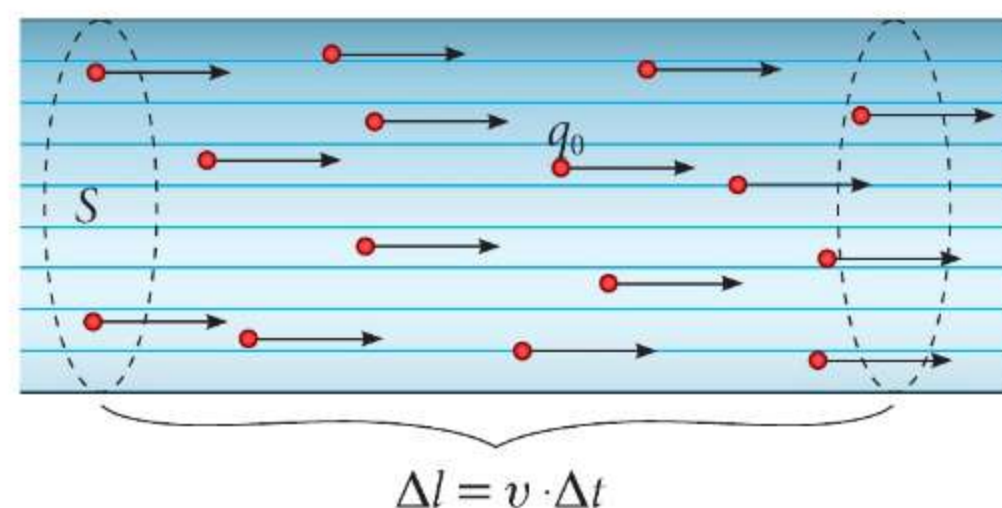
Pod względem właściwości elektrycznych ciała stałe możemy podzielić na trzy grupy: dobre przewodniki (głównie metale), izolatory i półprzewodniki. Rozpiętość możliwych wartości oporu właściwego dla tych substancji jest olbrzymia: od jednej stumilionowej (10^{-8}) $\Omega \cdot m$ dla najlepszych przewodników do bilionów (10^{12}) $\Omega \cdot m$ dla najlepszych izolatorów.

O własnościach elektrycznych substancji decyduje stan elektronów w jej atomach i cząsteczkach. W dobrych przewodnikach, takich jak metale, znaczna część elektronów nie jest silnie związana z atomami, więc może się od nich odrywać i swobodnie poruszać w całej objętości przewodnika w postaci „gazu swobodnych elektronów”.

W rozdziale 1 mówiliśmy o uporządkowanym ruchu nośników ładunku pod wpływem sił pola elektrostatycznego. W próżni cząstki naładowane (elektrony i jony) poruszają się w stałym polu elektrostatycznym ruchem jednostajnie przyspieszonym. Inaczej sprawa wygląda w ośrodkach złożonych z cząsteczek. Była już mowa o tym, że np. w przewodnikach (metalach), które mają budowę krystaliczną, elektrony swobodne w polu elektrostatycznym poruszają się nie tylko chaotycznie pomiędzy jonami sieci, ale też w sposób uporządkowany wzdłuż linii pola z **niewielką** ustaloną szybkością średnią, zwaną **szybkością dryfu**, bowiem ruch ten jest utrudniony przez stałe zderzanie się z jonami sieci.

Rozpatrzmy odcinek przewodnika o długości Δl i przekroju poprzecznym S , w którym płynie prąd o natężeniu I (rys. 10.1).

Przyjmijmy, że liczba nośników ładunku przypadająca na jednostkę objętości materiału przewodnika wynosi n (liczbę tę nazywamy **koncentracją**



Rys. 10.1 Uporządkowany ruch nośników ładunku (model)

nośników ładunku), a ładunek każdego z nośników równa się q_0 . Nośniki poruszają się zgodnie z siłami pola elektrycznego z prędkością średnią $\vec{v}$; w czasie Δt przebędą one drogę $\Delta l = v\Delta t$. Przez przekrój S przepłynie w czasie Δt ładunek Δq , znajdujący się w objętości $\Delta V = S\Delta l$, czyli:

$$\Delta q = nq_0S\Delta l \quad \text{lub} \quad \Delta q = nq_0Sv\Delta t$$

Po podzieleniu obu stron tego równania przez Δt otrzymujemy natężenie prądu I płynącego w tym przewodniku:

$$I = nq_0Sv \quad (10.1)$$

Wzór (10.1) można stosować nie tylko dla przewodnika metalicznego, lecz także dla innych ośrodków, w których przepływ prądu jest wynikiem ruchu nośników jednego rodzaju, dlatego na rysunku 10.1 nie zaznaczono, że nośnikami ładunku muszą być elektrony.

Jeśli chcemy nasze rozważania ograniczyć do przewodników metalicznych, to za n musimy podstawić koncentrację elektronów swobodnych w danym metalu, a za q_0 ładunek elementarny e , czyli wartość bezwzględną ładunku elektronu.

Przykład 10.1

Szybkość elektronów swobodnych w miedzi

Koncentracja elektronów swobodnych w miedzi wynosi $n = 8,5 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3}$. Załóżmy, że w miedzianym przewodniku o przekroju $S = 0,1 \text{ mm}^2 = 1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$ płynie prąd o natężeniu $I = 1 \text{ A}$. Obliczmy szybkość dryfu elektronów w tym przewodniku.

$$v = \frac{I}{neS}$$

$$v = \frac{1 \text{ A}}{8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^{-7} \text{ m}^2}$$

Po wykonaniu obliczeń otrzymujemy:

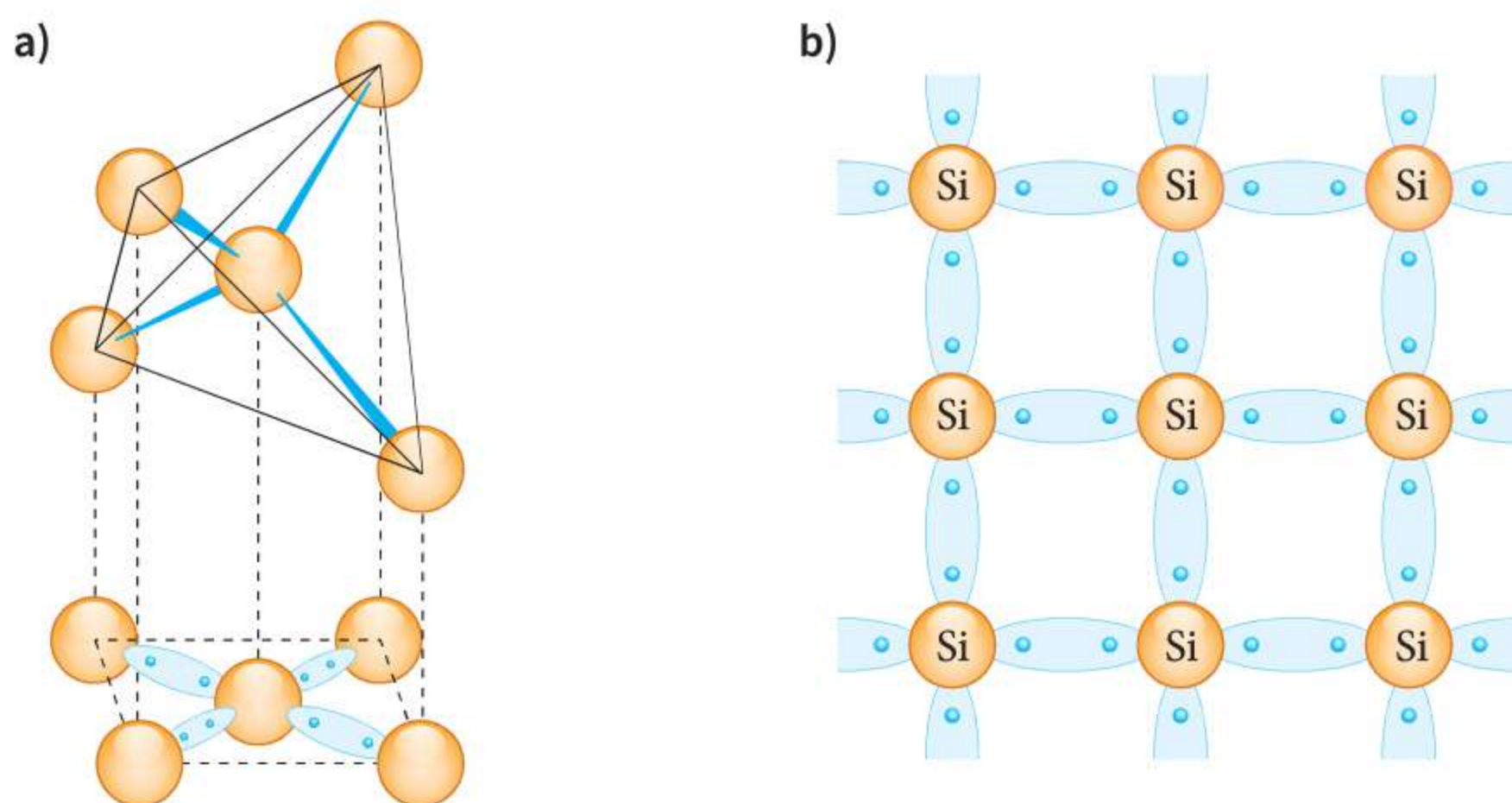
$$v = 0,74 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} = 0,74 \text{ mm/s}$$

Według tego modelu średnia szybkość dryfu elektronów w cienkim drucie miedzianym jest bardzo mała, mniejsza niż 1 mm/s. Mamy nadzieję, iż nie dziwisz się, że lampa po naciśnięciu włącznika zapala się natychmiast. Szybkość rozchodzenia się sygnału elektrycznego (pola elektrycznego w obwodzie) jest zbliżona do szybkości światła, więc elektrony swobodne w całym obwodzie „ruszają” prawie równocześnie.

Aby uniknąć nieporozumień, musimy wyraźnie podkreślić, że w powyższych rozważaniach była mowa o szybkości elektronów wzdłuż przewodnika. Nie należy mylić tego ruchu z ruchem chaotycznym elektronów w metalu (tzw. ruchem cieplnym), który występuje niezależnie od tego, czy w przewodniku płynie prąd, czy nie. Beładny ruch elektronów nie powoduje przenoszenia ładunku w jakimś jednym kierunku. Średnia szybkość elektronów swobodnych metalu w ich beładnym ruchu cieplnym w temperaturze pokojowej jest wielkością rzędu 10^5 m/s !

W izolatorach prawie nie ma swobodnych elektronów. Pośrednim potwierdzeniem słuszności tego założenia jest odmienna zależność oporu właściwego od temperatury: w przewodnikach ze wzrostem temperatury opór rośnie, gdyż coraz częstsze zderzenia z drgającymi jonami sieci utrudniają elektronom uporządkowany ruch, a w izolatorach opór właściwy maleje, gdyż ze wzrostem temperatury coraz większa liczba elektronów odrywa się od drgających intensywnie atomów i cząsteczek i może brać udział w przepływie prądu. Pośrednie miejsce zajmują **półprzewodniki** – substancje najważniejsze dla współczesnej elektroniki.

Półprzewodniki, np. krzem i german, są pierwiastkami z IV grupy układu okresowego. Sieć krystaliczna krzemu jest tak zbudowana, że każdy atom z czterema elektronami walencyjnymi sąsiaduje z czterema atomami rozmieszczonymi w wierzchołkach czworościanu foremnego (rys. 10.2a). Jest z nimi powiązany za pomocą par elektronów wspólnych dla sąsiadujących atomów, które tworzą tzw. wiązania kowalencyjne.

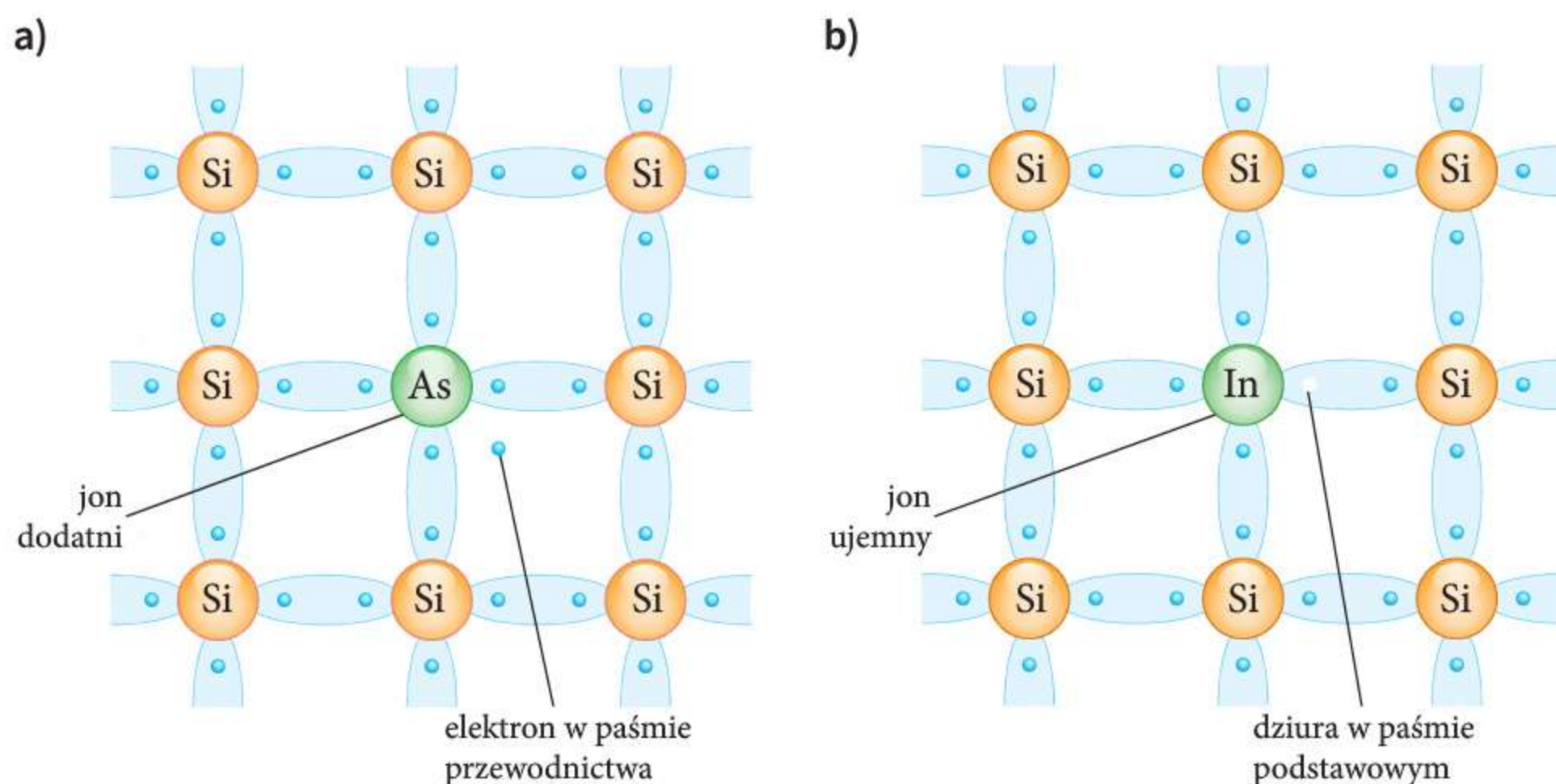


Rys. 10.2 Budowa krystaliczna krzemu: sieć przestrzenna (a), rzut prostokątny na płaszczyznę (b)

Zbiór takich czworościanów ściśle wypełniających przestrzeń tworzy trójwymiarową sieć krystaliczną krzemu. Na rysunku 10.2b przedstawiono rzut prostokątny sieci przestrzennej na płaszczyznę kartki. W krzemie nie ma swobodnych elektronów, toteż w niskich temperaturach czyste kryształy krzemu nie przewodzą prądu. Jednak już w temperaturze pokojowej niektóre elektrony uzyskują energię umożliwiającą oderwanie się od macierzystego atomu i stają się elektronami przewodnictwa. Na orbicie walencyjnej brakuje wtedy elektronu, czyli powstaje tzw. dziura. Może do niej wskoczyć sąsiedni elektron walencyjny (wówczas jego dotychczasowe miejsce robi się puste) i w ten sposób dziura przemieszcza się po całym kawałku półprzewodnika, chociaż nie całkiem swobodnie. W półprzewodniku samoistnym, np. w czystym krzemie, nośnikami prądu są w równym stopniu elektrony i dziury. Im wyższa temperatura, tym elektronów swobodnych i dziur jest więcej, dlatego:

Opór elektryczny półprzewodnika maleje ze wzrostem temperatury.

Do półprzewodników samoistnych wprowadza się celowo **domieszki** atomów innej substancji⁵, zastępujące w niektórych miejscach atomy krzemu. Jeśli jeden z atomów krzemu zamienimy na atom pierwiastka pięciowartościowego, np. arsenu lub fosforu, cztery jego elektrony walencyjne zostaną zużyte na wiązanie z czterema atomami krzemu, a piąty będzie swobodny (rys. 10.3a). Wówczas kryształ krzemu będzie przewodził prąd elektryczny, ponieważ pojawią się nośniki – swobodne elektrony. Oczywiście opór właściwy takiego kryształu jest znacznie większy od oporu właściwego metalu, gdyż elektronów swobodnych jest tu tylko tyle, ile atomów domieszki (tzw. donora; z łac. *donore* – dawać, dostarczać). Ze względu na przewodnictwo elektronowe taki półprzewodnik nazywamy półprzewodnikiem typu n (ang. *negative*).



Rys. 10.3 Budowa krzemu domieszkowanego atomami pierwiastka: z V grupy (a), z III grupy (b)

Jeśli natomiast atom krzemu zastąpimy atomem pierwiastka trójwartościowego (tzw. akceptora; z łac. *accipere* – brać, przyjmować), np. indu lub boru, to do związania go z czterema sąsiadami zabraknie jednego elektronu (rys. 10.3b). W wiązaniu powstaje więc dziura, zachowująca się jak ładunek dodatni. Jeśli dziura zostanie zapełniona elektronem sąsiedniego atomu, to powstanie ona w sąsiednim wiązaniu. Dziura przemieszcza się więc w takim kierunku jak ładunek dodatni, tzn. zgodnie ze zwrotem linii pola elektrycznego.

Półprzewodniki o przewodnictwie dziurowym nazywamy półprzewodnikami typu p (ang. *positive*).

⁵ Jedną z metod jest wprowadzanie domieszek do półprzewodników podczas hodowania kryształów tych substancji.

Atom domieszki w półprzewodniku typu n po stracie elektronu staje się jonem dodatnim, zaś atom domieszki w półprzewodniku typu p po dołączeniu elektronu od sąsiada staje się jonem ujemnym. Wobec tego zarówno półprzewodnik typu n, jak i typu p jest obojętny elektrycznie, gdyż w pierwszym ładunek dodatni jonów domieszki i dziur jest równy wartości bezwzględnej ładunku ujemnego elektronów swobodnych, a w drugim – wartość bezwzględna ładunku jonów ujemnych i elektronów swobodnych jest równa dodatniemu ładunkowi dziur. Jony domieszki pod wpływem sił pola elektrycznego nie przemieszczają się, a elektrony swobodne i dziury wędrują ruchem uporządkowanym (stanowią tzw. większościowe nośniki ładunku).

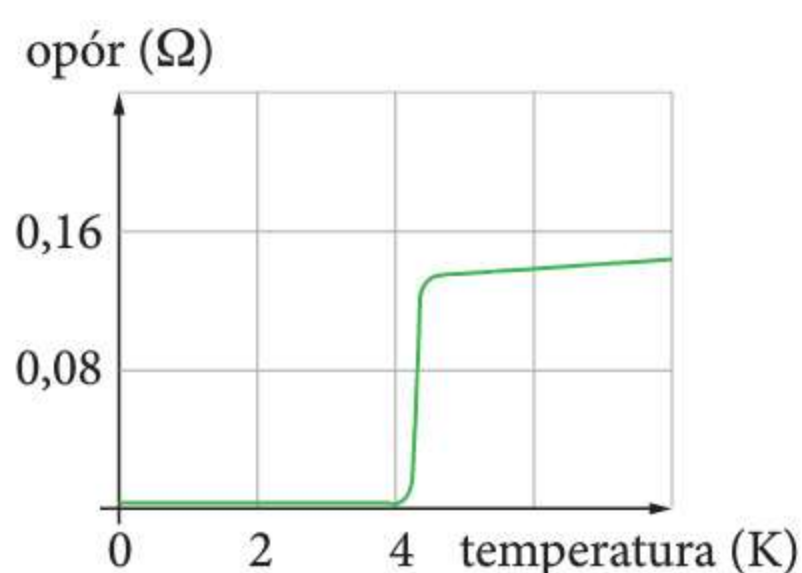
WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Nadprzewodnictwo

W 1911 roku zostało odkryte zjawisko zwane nadprzewodnictwem. Polega ono na gwałtownym zmniejszeniu się (praktycznie do zera) oporu właściwego niektórych metali, gdy ich temperatura obniży się do kilku kelwinów. Zjawisko zauważono dla rtęci, dla której temperatura przejścia **w stan nadprzewodnictwa** (tzw. temperatura krytyczna) wynosi około 4 K (rys. 10.4). Poza rtęcią do **nadprzewodników** należą m.in. ołów, cyna, niob oraz niektóre stopy, np. niobowo-cynowy (Nb-Sn) czy niobowo-tytanowy (Nb-Ti). Najlepsze przewodniki prądu (srebro, miedź) nie wykazują cech nadprzewodnictwa.

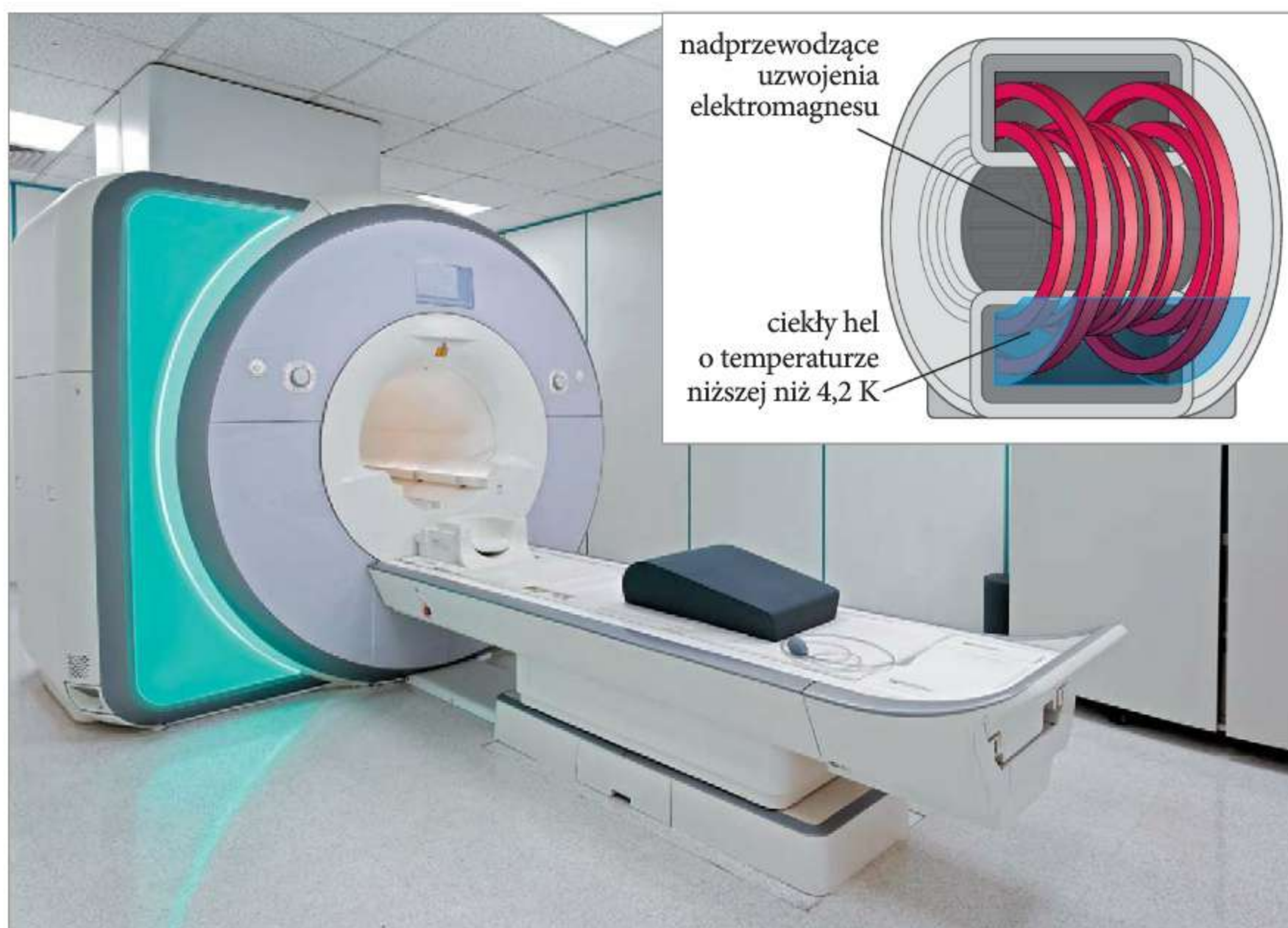
Po odpowiednim ochłodzeniu obwodu elektrycznego np. ciekłym helem źródło napięcia można wyłączyć, a mimo to prąd nie przestaje płynąć. Przepływ prądu można także zapoczątkować przez nagłe usunięcie obwodu z zewnętrznego pola magnetycznego – na skutek zmiany strumienia w obwodzie powstaje prąd indukcyjny; płynie on tak długo, jak długo zostaje utrzymana odpowiednio niska temperatura. W latach osiemdziesiątych XX wieku odkryto materiały ceramiczne (będące izolatorami w temperaturze pokojowej), które stają się nadprzewodnikami w nieco wyższej temperaturze niż metale (kilkunastu kelwinów). Zjawisko nadprzewodnictwa jest związane ze zmianą struktury elektronowej substancji; można je wyjaśnić tylko na podstawie kwantowej teorii tej struktury.

Nadprzewodnictwo wykorzystuje się do wytwarzania silnych pól magnetycznych (rzędu 10 T) w elektromagnesach o uzwojeniach wykonanych z nadprzewodzących stopów. Wiadomo, że aby wytworzyć silne pole magnetyczne, w uzwojeniach musi płynąć prąd o bardzo dużym natężeniu. W zwykłych elektromagnesach o oporze uzwojeń różnym od zera zachodzą ogromne straty energii na ciepło Joule'a (moc tracona $P = I^2 R$), podczas gdy uzwojenia z materiału nadprzewodzącego nie mają oporu, zatem nie zachodzą w nich straty energii.



Rys. 10.4 Temperatura krytyczna rtęci

Elektromagnes nadprzewodnikowy stanowi podstawową część aparatury do rezonansu magnetycznego, stosowanego w diagnostyce medycznej. Badanego pacjenta umieszcza się wewnątrz elektromagnesu (rys. 10.5).

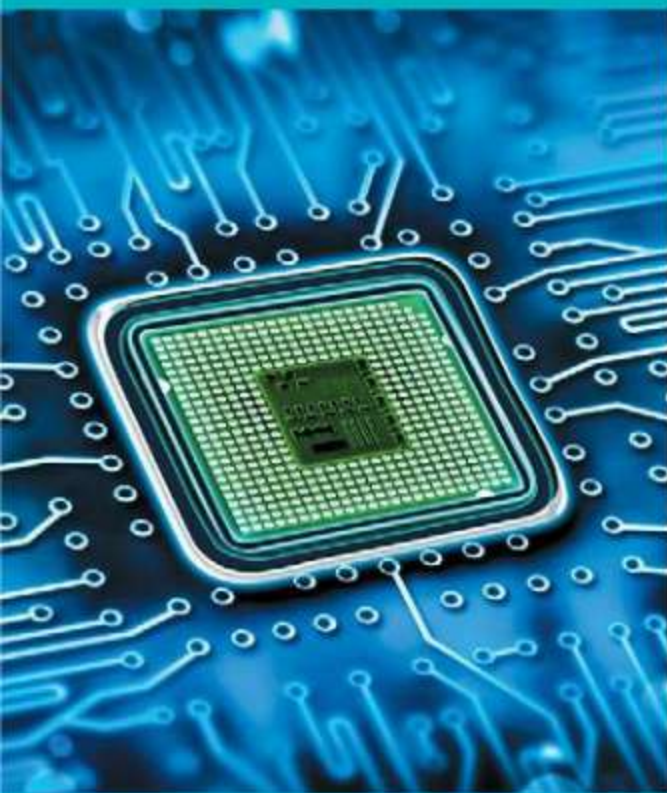


Rys. 10.5 Skaner do badania metodą rezonansu magnetycznego

Trudności w praktycznym wykorzystaniu elementów nadprzewodnikowych wiążą się z koniecznością utrzymywania superniskich temperatur. Dużym wyzwaniem dla badaczy jest znajdowanie materiałów nadprzewodzących w możliwie „wysokich” temperaturach, co umożliwi ich szerokie zastosowanie w różnych gałęziach nauki i techniki.

ZADANIA

1. Opór zarówno przewodników, jak i półprzewodników zmienia się wraz ze zmianą temperatury. Wynika z tego, że gdy przyłożone napięcie pozostaje stałe, a zmienia się temperatura odbiornika, to zmienia się natężenie prądu, który płynie w odbiornikach zbudowanych z tych materiałów. Wyjaśnij, która z wielkości występujących we wzorze (10.1) zmienia się pod wpływem zmiany temperatury w przewodnikach, a która w półprzewodnikach.
2. We wszystkich półprzewodnikach, zarówno samoistnych, jak i domieszkowanych, występują elektrony jako nośniki ładunku. Podkreślamy, że są to elektrony **swobodne**. Odpowiedz na pytanie, czy dziury (także nośniki ładunku we wszystkich półprzewodnikach) są nośnikami swobodnymi czy związanymi. Uzasadnij odpowiedź.



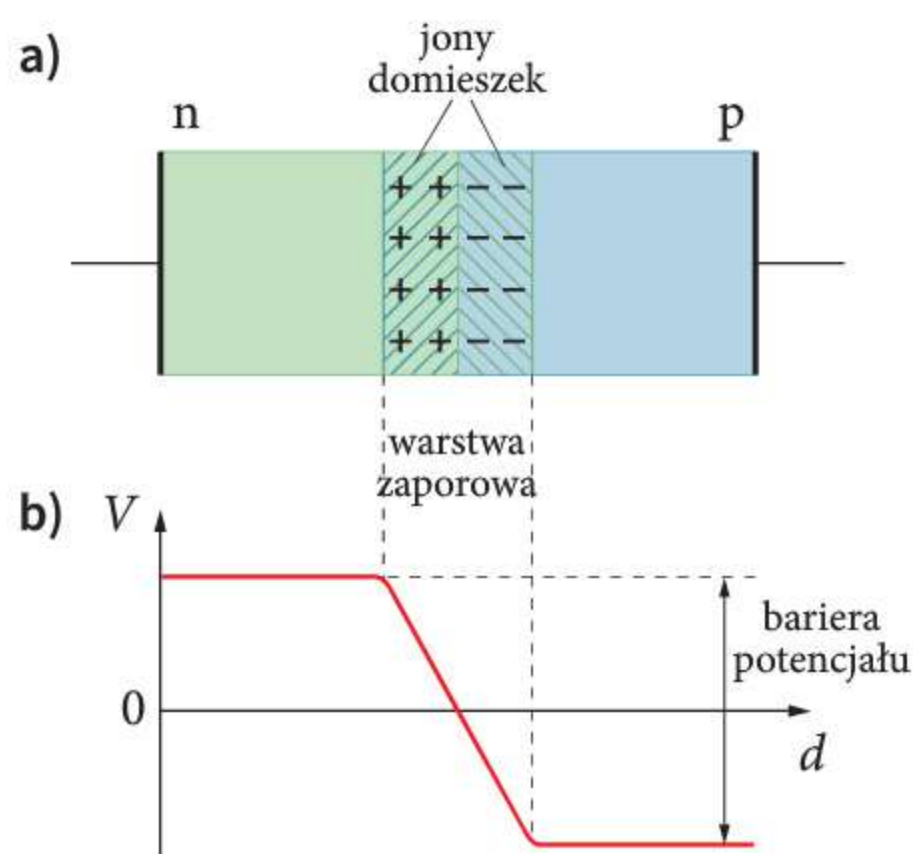
11. Dioda półprzewodnikowa (złącze n-p). Tranzystor

- Budowa i działanie półprzewodnikowej diody prostowniczej
- Charakterystyka prądowo-napięciowa diody prostowniczej
- Budowa i działanie tranzystora n-p-n

Przypomnij sobie, co wiesz o budowie półprzewodników samoistnych i domieszkowanych.

Dioda półprzewodnikowa

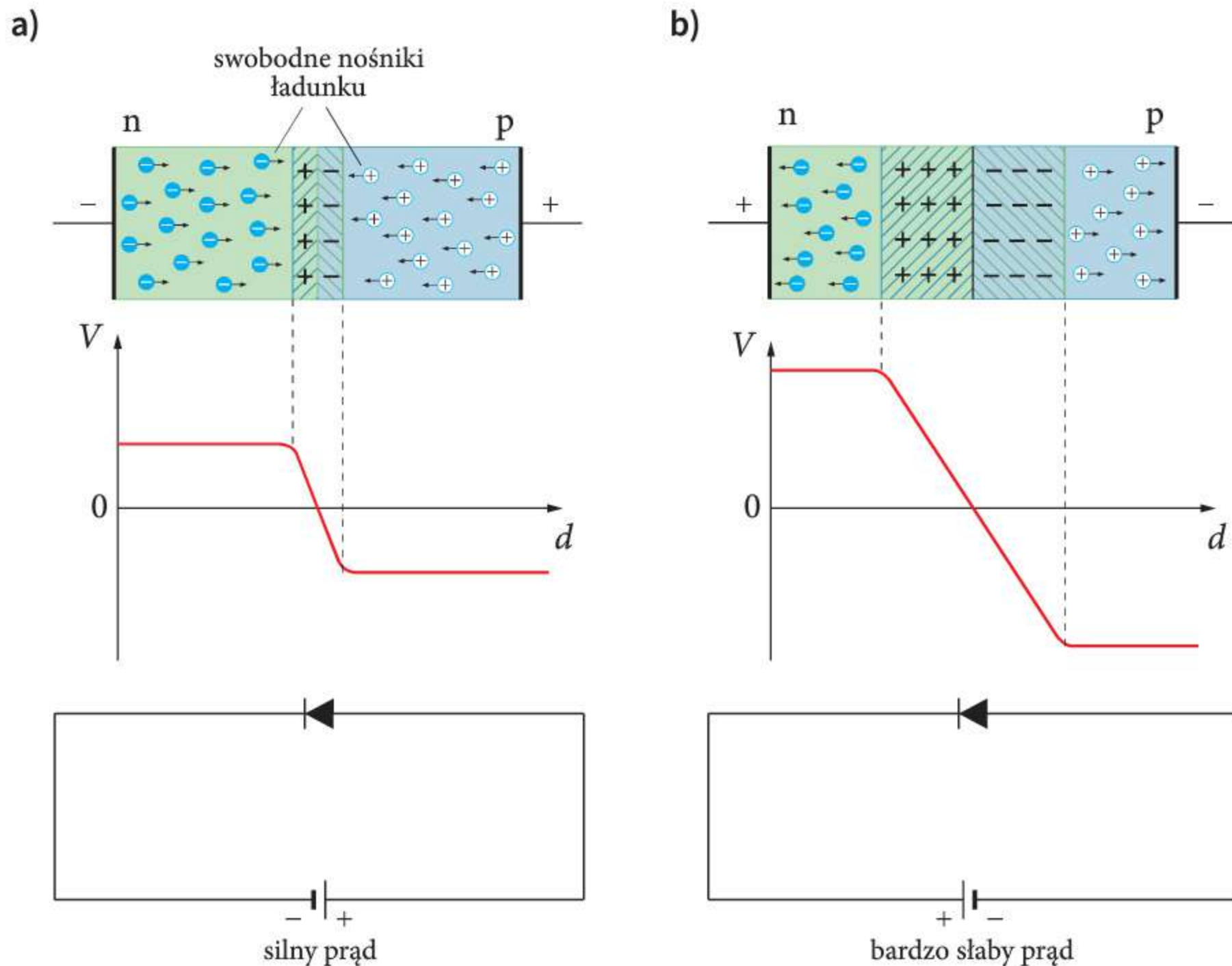
Diodę stanowią dwa półprzewodniki: typu n i typu p, zetknięte z sobą (rys. 11.1a). Przez granicę zetknięcia obu obszarów z n do p przechodzą (dyfundują) elektrony, a z p do n – dziury. Elektrony po przejściu wpadają do dziur (rekombinacja), a dziury łączą się z elektronami swobodnymi, tak że blisko granicy zetknięcia po obu stronach pozostają osamotnione jony: po stronie n jony dodatnie donora, a po stronie p jony ujemne akceptora, które nie mogą się przemieszczać. Jest to cienka tzw. **warstwa zaporowa**, gdyż nie ma w niej nośników ładunku. Pojawia się skok (bariera) potencjału (rys. 11.1b).



Rys. 11.1 Złącze n-p bez zewnętrznego napięcia: jony domieszek tworzące warstwę zaporową (a), bariera potencjału na złączu (b)

Dla typowych złączy krzemowych szerokość warstwy zaporowej waha się w granicach od $0,1\ \mu\text{m}$ aż do $0,5\ \mu\text{m}$, a bariera potencjału może mieć w temperaturze pokojowej wartość od $0,1\ \text{V}$ do $0,3\ \text{V}$ i zmniejsza się wraz ze wzrostem temperatury mniej więcej o $2,3\ \frac{\text{mV}}{\text{K}}$.

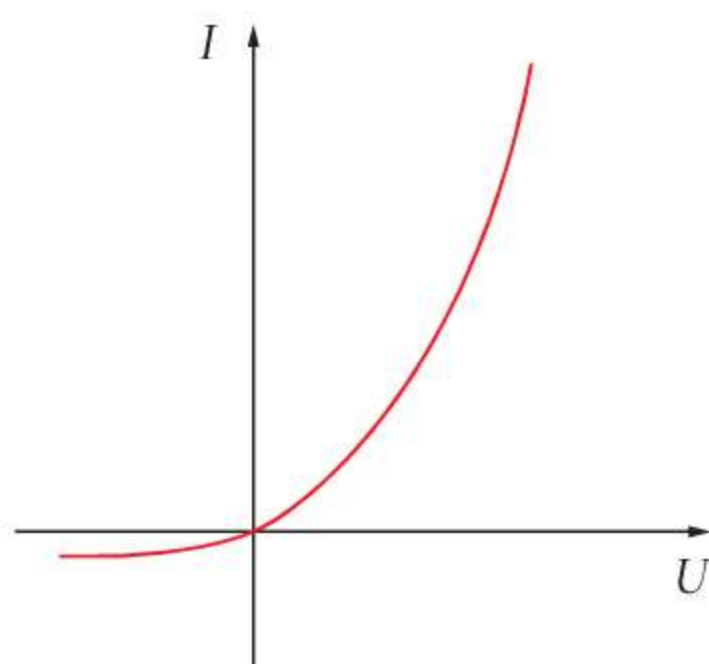
Na rysunku 11.2 pokazano dwa sposoby podłączenia diody do obwodu elektrycznego.



Rys. 11.2 Półprzewodnikowa dioda prostownicza dołączona do zewnętrznego napięcia: w kierunku przewodzenia (a), w kierunku zaporowym (b)

Jeśli do złącza przyłożymy zewnętrzne napięcie tak, że dodatni biegun źródła napięcia jest połączony z obszarem p, a ujemny z obszarem n, to potencjał półprzewodnika typu p wzrośnie, a potencjał półprzewodnika typu n zmaleje. Tym sposobem zmniejszymy wewnętrzną różnicę potencjałów (barierę potencjału) i w efekcie elektrony przyciągane przez biegun dodatni źródła będą „przeskakiwać” barierę potencjału z n do p (dziury będą dążyć w kierunku przeciwnym, z p do n). Wskutek tego przez złącze popłynie prąd, którego nośniki to elektrony i dziury poruszające się w kierunkach przeciwnych. Mówimy, że takie napięcie **polaryzuje diodę w kierunku przewodzenia** (rys. 11.2a). Jeśli diodę podłączymy do obwodu odwrotnie, tzn. obszar p połączymy z ujemnym biegunem źródła, a obszar n z dodatnim, to wewnętrzna różnica potencjałów wzrośnie, a elektrony i dziury będą odciągane od złącza. Wskutek tego warstwa zaporowa poszerzy się; wzrośnie jej opór elektryczny. Prąd płynący przez złącze jest w tym przypadku bardzo słaby. Mówimy, że takie napięcie **polaryzuje diodę w kierunku zaporowym** (rys. 11.2b).

Omówione zjawiska można zilustrować wykresem przedstawiającym zależność natężenia prądu płynącego przez złącze n-p od przyłożonego do tego złącza napięcia zewnętrznego, czyli charakterystykę diody półprzewodnikowej (rys. 11.3).



Rys. 11.3 Charakterystyka prądowo-napięciowa diody półprzewodnikowej

Część wykresu położona w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych odnosi się do sytuacji, gdy dioda jest spolaryzowana w kierunku przewodzenia, natomiast pozostała część wykresu do sytuacji, gdy dioda jest spolaryzowana w kierunku zaporowym. W drugim przypadku przez złącze płynie słaby prąd, tzw. **prąd wsteczny**. Prąd ten jest efektem przepływu nośników mniejszościowych przeciwnego znaku. Należy pamiętać, że nośniki takie zawsze powstają przez odrywanie się elektronów od atomów samoistnej substancji macierzystej (np. krzemu) na skutek energii drgań. W warunkach technicznych słaby prąd wsteczny można pominąć.

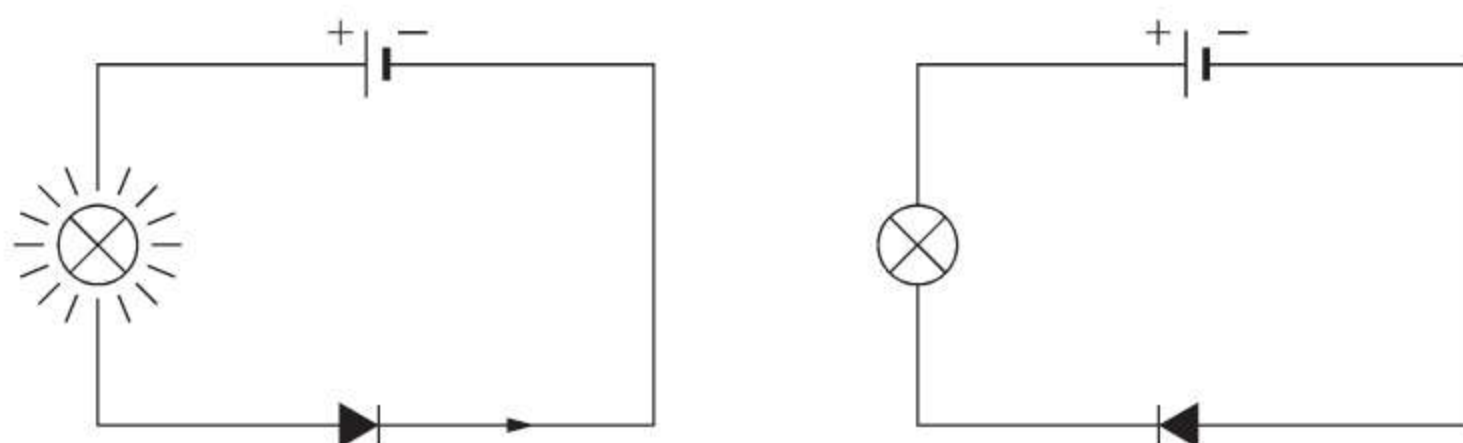
Podsumowując, można powiedzieć, że:

Dioda półprzewodnikowa funkcjonuje jak zawór jednokierunkowy, tzn. wykazuje bardzo duży opór, jeśli jest spolaryzowana w kierunku zaporowym, i znikomy opór, jeśli jest spolaryzowana w kierunku przewodzenia. Zależność I od U nie jest liniowa – do diody nie stosuje się prawo Ohma.

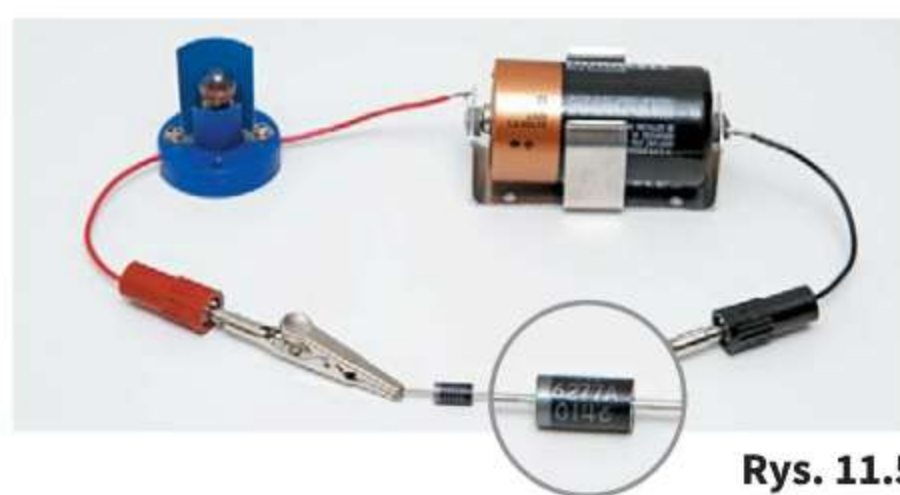
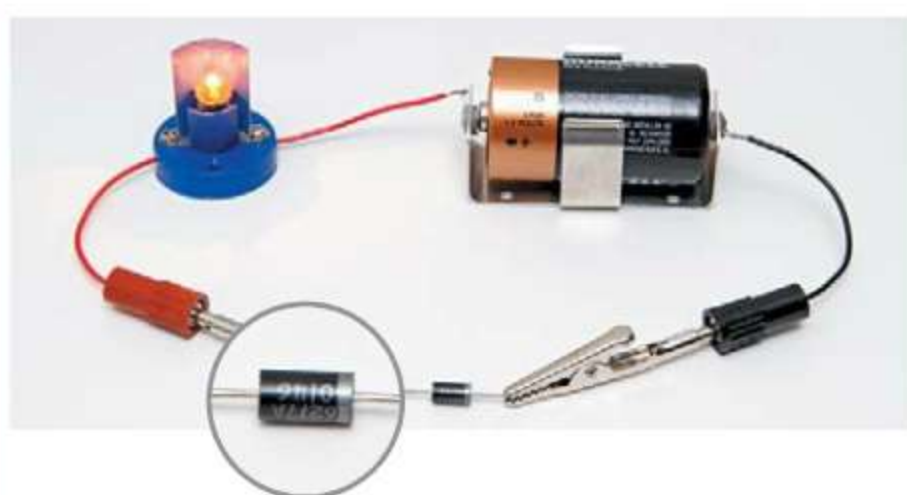
Doświadczenie 11.1

Obserwacja przepływu prądu w obwodzie zawierającym diodę

a) Zbuduj obwód złożony z baterijki płaskiej i żaróweczki oraz odpowiednio dobranej diody półprzewodnikowej (rys. 11.4 i 11.5). Zmień bieguny baterijki lub włącz diodę odwrotnie. Zauważ, że w jednym przypadku żaróweczka świeci (gdy dioda jest włączona w kierunku przewodzenia), a w drugim nie (gdy dioda jest włączona w kierunku zaporowym).

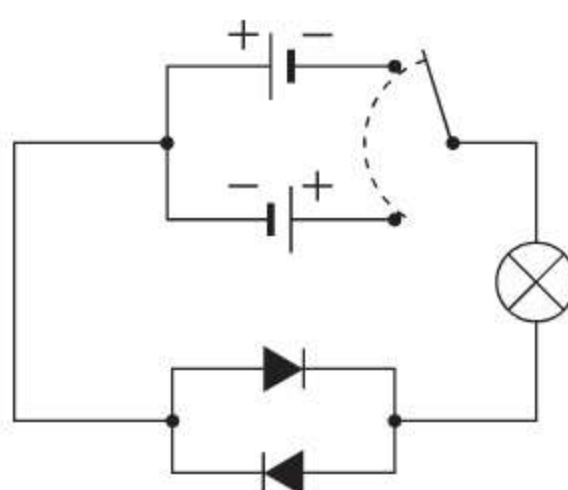


Rys. 11.4



Rys. 11.5

b) Do obwodu z baterijką i żaróweczką włącz dwie połączone równolegle diody, ale tak, aby jedna była włączona w kierunku przewodzenia, a druga w kierunku zaporowym. Zmień bieguny baterijki (rys. 11.6). Objaśnij zaobserwowane fakty.

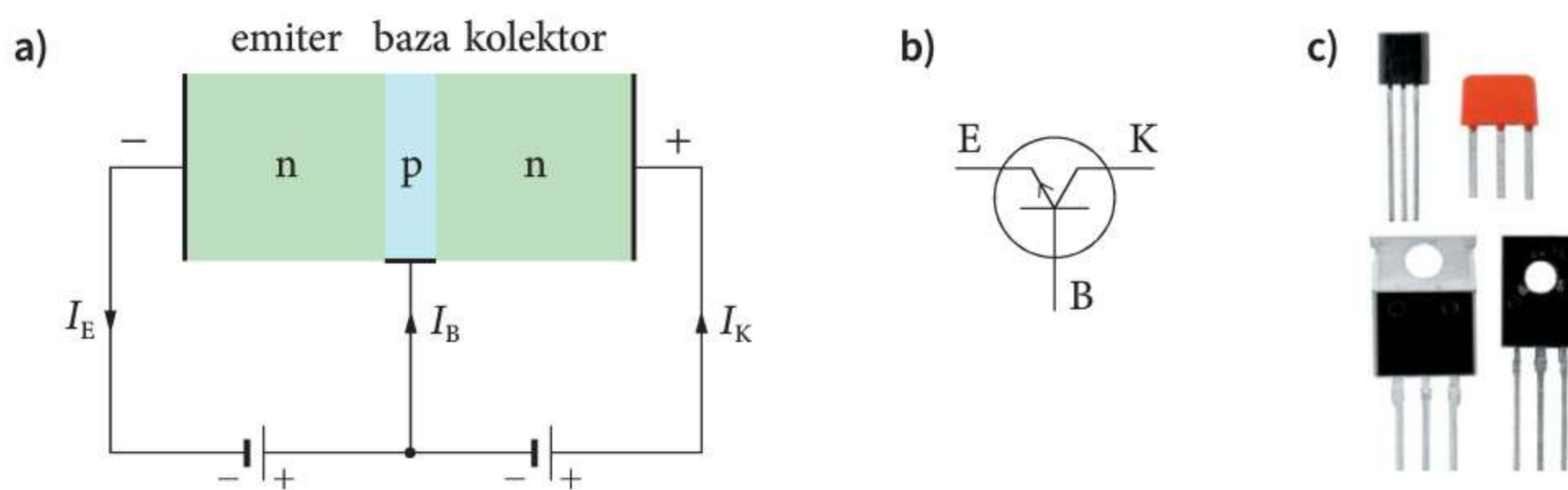


Rys. 11.6

Opisane własności diody stanowią o jej zastosowaniu jako prostownika prądu zmiennego, co zostanie omówione w dalszej części podręcznika (w rozdziale 27).

Tranzystor

Jest to element półprzewodnikowy pozwalający sterować przepływem prądu w obwodach elektrycznych. Jego angielska nazwa *transistor* pochodzi od słów *transfer* – przekaz i *resistor* – opornik. Elementarną strukturę tzw. **tranzystora bipolarnego** stanowi układ trzech stykających się warstw półprzewodnikowych, kolejno n-p-n lub p-n-p. Zasadę działania przedstawimy na przykładzie tranzystora n-p-n (rys. 11.7).



Rys. 11.7 Tranzystor n-p-n: budowa (a), symbol graficzny (b). Przykładowe tranzystory (c)

Obszar typu n (z lewej strony) nosi nazwę **emitera**, czyli obszaru wprowadzającego nośniki (w tym przypadku elektrony) do obszaru **bazy**; końcowym elementem tranzystora jest **kolektor** zbierający nośniki. Emiter jest silnie domieszkowany, więc jest bogaty w nośniki ładunków i ma mały opór elektryczny. Bardzo cienka baza jest słabo domieszkowana, podobnie jak znacznie szerszy kolektor. Podczas pracy tranzystora

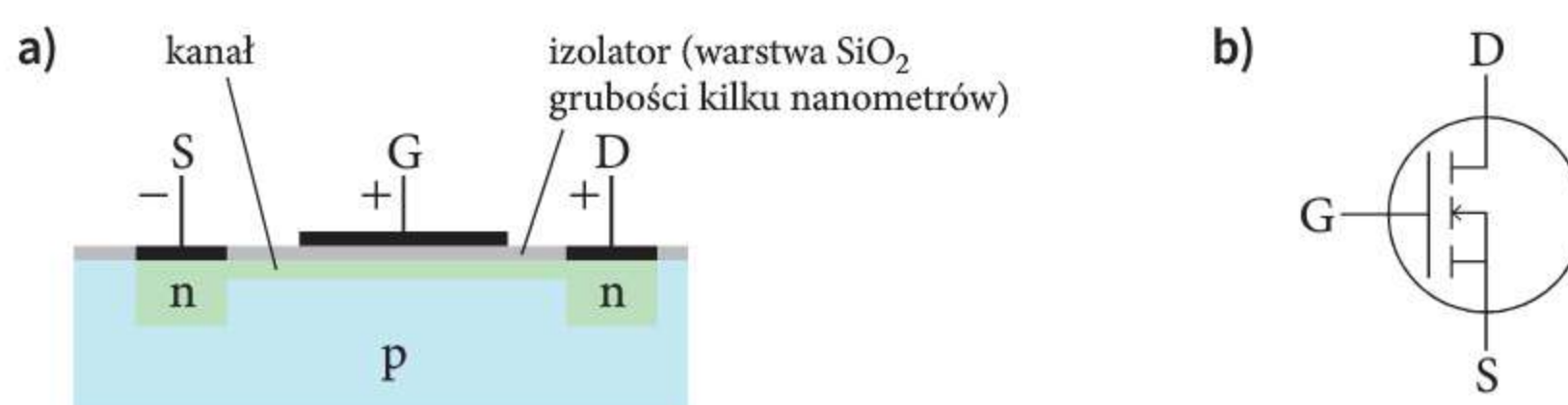
jego elektrody są podłączone do źródeł napięcia tak, by emiter miał potencjał ujemny, a kolektor dodatni w stosunku do bazy; wówczas złącze na granicy emiter-baza jest spolaryzowane w kierunku przewodzenia, natomiast złącze na granicy baza-kolektor odwrotnie, czyli w kierunku zaporowym. W efekcie elektrony płyną swobodnie z emitera do bazy. Ze względu na małą szerokość bazy i słabe jej domieszkowanie zaledwie nieliczne elektrony wypełniają dziury w jej obszarze (rekombinują), a znaczna ich większość dociera do złącza między bazą a kolektorem i może przeskakiwać przez to złącze, gdyż jest „wciągana” przez kolektor (potencjał kolektora jest wyższy od potencjału bazy). Niewielkie zmiany napięcia w obwodzie emiter-baza powodują duże zmiany natężenia prądu płynącego między emiterem i kolektorem, a także duże zmiany napięcia na odbiorniku włączonym w obwód baza-kolektor. Oznacza to, że tranzystor ma właściwości wzmacniające słabe sygnały elektryczne.

Zmiany natężenia prądu bazy ΔI_B są rzędu mikroampera, a zmiany natężenia prądu kolektora ΔI_K są rzędu miliampera, więc współczynnik wzmocnienia prądowego $K_i = \frac{\Delta I_K}{\Delta I_B}$ ma wartość od kilkudziesięciu do kilkuset.

Bardzo ważną rolę w elektronice odgrywają obecnie tranzystory **unipolarne**. Ich podstawowym elementem jest kryształ domieszkowanego półprzewodnika, zazwyczaj typu p. W nim znajduje się odpowiednio uformowany, silnie domieszkowany półprzewodnik przeciwnego typu (n), do którego dołączone są dwie elektrody: **źródło S** (ang. *source*) i **dren D** (ang. *drain*). Trzecia elektroda to **bramka G** (ang. *gate*). Odmian tranzystorów unipolarnych jest kilka, lecz najczęściej są stosowane tranzystory typu MOSFET. W tranzystorze MOSFET (rys. 11.8) pod wpływem dodatniego potencjału bramki tworzy się cienki kanał typu n, ponieważ nośnikami ładunku są w nim elektrony.

Tranzystory unipolarne nazywamy **polowymi**, ponieważ natężenie prądu płynącego przez kanał jest sterowane za pomocą pola elektrycznego wytworzonego przez bramkę.

Zastosowania tranzystora omówimy w rozdziale 27.



Rys. 11.8 Tranzystor MOSFET (ang. *Metal-Oxide Semiconductor Field-Effect Transistor*): budowa (a), symbol graficzny (b)

ZADANIA

1. Przeanalizuj samodzielnie zjawiska zachodzące w tranzystorze p-n-p.



12. Przewodnictwo elektryczne cieczy i gazów

- Nośniki ładunku w cieczach (elektrolitach)
- Nośniki ładunku w gazach
- Zjawiska zachodzące w gazach podczas przepływu prądu

Przypomnij sobie, jakie są konieczne warunki przepływu prądu przez dowolną substancję.

Ciecze

Prąd płynie w cieczach, jeśli znajdują się w nich nośniki ładunku. Czysta (destylowana) woda jest izolatorem, ale gdy wsypujemy do niej trochę soli kuchennej lub dodamy np. kroplę kwasu siarkowego, to staje się przewodnikiem. W roztworze wodnym cząsteczki kwasów, zasad i soli ulegają dysocjacji, tzn. pod wpływem wody część cząsteczek tych związków rozpada się na dodatnie i ujemne jony (kationy i aniony). Ciecz przewodzi prąd dzięki obecności tych jonów. O tym, jaka część cząsteczek się rozpada, decydują rodzaj substancji rozpuszczonej, stężenie roztworu i temperatura. Jak wiesz z chemii, takie roztwory nazywamy elektrolitami.

Doświadczenie 12.1

Detektor przewodnictwa

Do szklanego naczynia nalej wody destylowanej i zanurz w niej dwie grafitowe elektrody (mogą to być wyczyszczone pałeczki węglowe z baterii płaskiej), połączone szeregowo z małą żaróweczką sześciowoltową. Obwód dołącz do wtórnego uzwojenia transformatora dzwonkowego. Żarówka nie świeci. Wystarczy jednak wsypać do wody trochę soli (NaCl) lub wlać nieco rozcieńzonego kwasu solnego, a żarówka rozbłyśnie.

Można ostrożnie zbliżać elektrody. Można także zmniejszać głębokość zanurzenia elektrod.

Doświadczenie pozwala wywnioskować, że opór warstwy elektrolitu (podobnie jak opór kawałka drutu) jest wprost proporcjonalny do jej długości, a odwrotnie proporcjonalny do pola poprzecznego przekroju warstwy.

Możesz także posłużyć się gotowym urządzeniem zwanym detektorem przewodnictwa, przedstawionym na fotografii (rys. 12.1).

Zanurz dwie elektrody w czystej wodzie (najlepiej destylowanej, ale może być też woda z kranu). Obserwuj intensywność świecenia lampki podczas powolnego wsypywania soli i mieszania jej z wodą oraz podczas wynurzania elektrod z roztworu. Wyjaśnij obserwowane efekty.

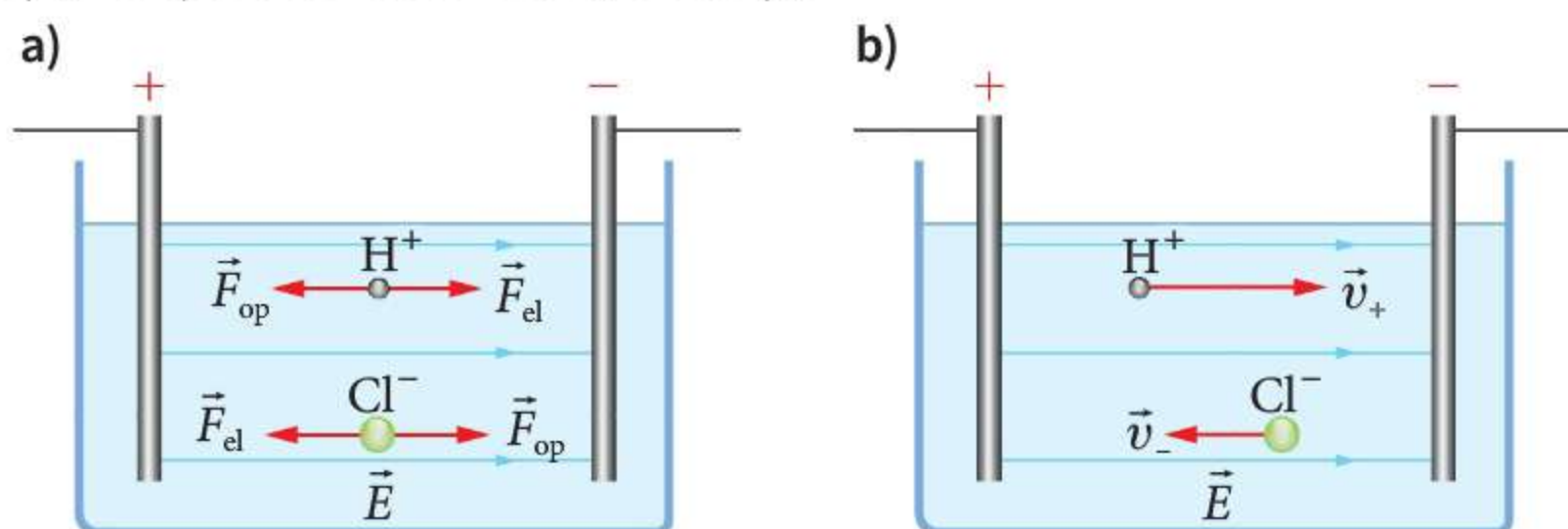


Rys. 12.1

Uporządkowany ruch jonów w kierunku elektrod występuje pod wpływem sił pola elektrycznego. Na poruszający się w elektrolicie jon działa siła oporu, zwana siłą lepkości cieczy, którą możemy wyrazić następująco:

$$\vec{F}_{\text{op}} = -b\vec{v}$$

gdzie $b > 0$ stanowi współczynnik proporcjonalności zależny od wielkości jonu i temperatury (maleje ze wzrostem temperatury).



Rys. 12.2 Jony H^+ i Cl^- powstałe w wyniku dysocjacji roztworu kwasu solnego: siły działające na jony (a), prędkości jonów (b)

Gdy siła elektryczna zostanie zrównoważona przez siłę lepkości cieczy (rys. 12.2a), jon porusza się ruchem jednostajnym (rys. 12.2b).

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{el}} + \vec{F}_{\text{op}} &= \vec{0} & q\vec{E} - b\vec{v} &= \vec{0} & q\vec{E} &= b\vec{v} \\ \vec{v} &= \frac{q\vec{E}}{b} \end{aligned} \quad (12.1)$$

Zarówno q , jak i współczynnik b mogą być różne dla kationów i anionów (nawet w tym samym elektrolicie!), więc prędkości tych jonów są na ogół różne. Zwykle jednak ich wartości nie przekraczają bardzo małych ułamków centymetra na sekundę.

Gdy rośnie temperatura elektrolitu, szybkości dryfu jonów rosną (bo współczynnik proporcjonalności b maleje). Dlatego opór właściwy elektrolitów maleje ze wzrostem temperatury.

Dla wszystkich substancji przewodzących:

$$\rho \frac{l}{S} = \frac{U}{I} \quad \text{gdzie} \quad I = qnSv \quad \text{a} \quad \frac{U}{l} = E$$

Wobec tego:

$$\rho = \frac{E}{qnv}$$

Nośnikami prądu w elektrolicie są jony obu znaków (rys. 12.2b), więc opór właściwy elektrolitów:

$$\rho = \frac{E}{qn(v_+ + v_-)}$$

gdzie q oznacza wartość bezwzględną ładunku jonów (w przypadku roztworu HCl $q = e$), a n jest koncentracją jonów jednego znaku.

Gazy

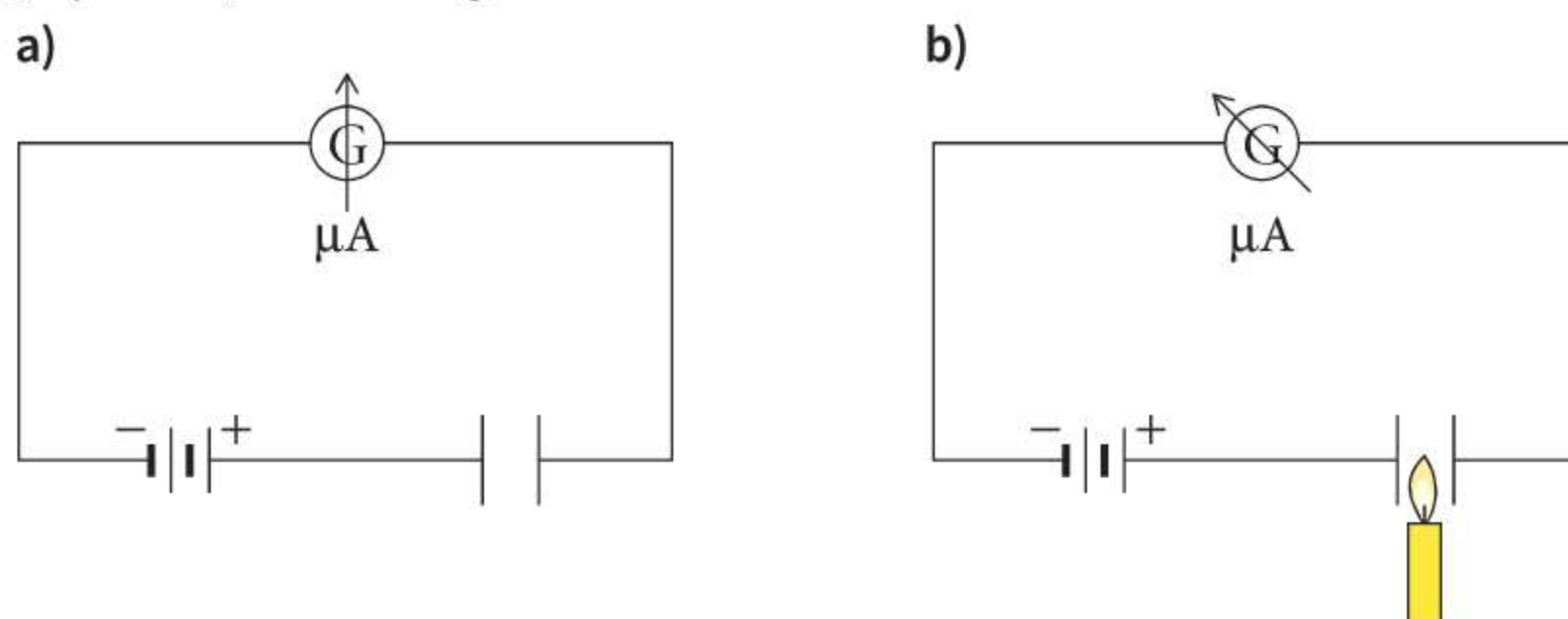
W stanie naturalnym gaz (np. powietrze) nie przewodzi prądu. Aby gaz stał się przewodnikiem, należy wytworzyć w nim jony. Jonizacja gazu polega na odrywaniu elektronów od obojętnych atomów lub cząsteczek. Część elektronów może się połączyć z obojętnymi cząsteczkami gazu; w ten sposób w gazie powstają jony dodatnie i ujemne. Jonizację gazów możemy spowodować na różne sposoby. Jednym z nich jest zwiększenie temperatury. Cząsteczki gazu o odpowiedniej energii kinetycznej podczas wzajemnych zderzeń mogą sobie przekazywać energię potrzebną do wybicia elektronu (do zjonizowania cząsteczki gazu konieczna jest ściśle określona energia, zależna od rodzaju gazu – patrz tabela 12.1).

Tabela 12.1

Gaz	Energia jonizacji (eV)	Gaz	Energia jonizacji (eV)
wodór (H)	13,6	neon	21,6
wodór cząsteczkowy (H ₂)	15,4	argon	15,8
hel	24,6	sód	5,1

Innym sposobem wywołania jonizacji jest promieniowanie (np. promieniowanie rentgenowskie lub promieniowanie ciał promieniotwórczych).

Po umieszczeniu gazu w polu elektrycznym (np. pomiędzy odległymi o kilka centymetrów płytami, do których doprowadzono napięcie rzędu kilku tysięcy woltów – rys. 12.3) elektrony i jony uzyskują pewną ustaloną szybkość średnią uporządkowanego ruchu; jony dodatnie poruszają się w stronę płyty naładowanej ujemnie, a elektrony i jony ujemne – w stronę płyty naładowanej dodatnio. Na płytach ulegają zubożeniu, a w obwodzie płynie prąd. Przeszkodę w ruchu jonów stanowią oczywiście zderzenia z obojętnymi cząsteczkami gazu.

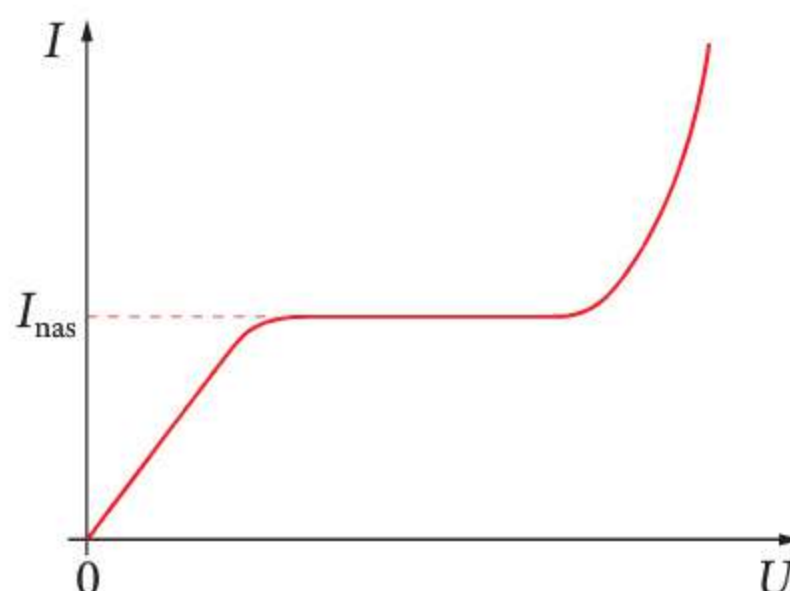


Rys. 12.3 Brak czynnika jonizującego – prąd nie płynie (a). Czynniki jonizujące – prąd płynie (b)

Jeśli do płyt docierają tylko te jony, które zostały wytworzone przez zewnętrzny czynnik jonizujący, mamy do czynienia z tzw. **przewodnictwem niesamoistnym** gazu; znika ono po zniknięciu czynnika jonizującego. Po drodze część jonów ulega rekombinacji – jony dodatnie łączą się z napotkanymi elektronami i powstają obojętne cząsteczki gazu.

W miarę wzrostu napięcia do płyt dociera coraz więcej jonów w jednostce czasu, a coraz mniej ulega rekombinacji – jednak tylko do pewnej granicy. W tym przypadku dla niewielkiego przedziału napięć stosuje się prawo Ohma (pierwsza część krzywej przedstawionej na rys. 12.4).

Przy pewnej wartości napięcia prąd ulega **nasyceniu**, jego natężenie I_{nas} przestaje wzrastać mimo wzrostu napięcia. Łatwo zrozumieć, dlaczego tak się dzieje – wszystkie jony wytworzone w pewnym czasie docierają w tym samym czasie do elektrod, a natężenie nie może wzrastać, bo nie ma więcej jonów (środkowa część krzywej na rys. 12.4). Natężenie prądu nasycenia można zwiększyć przez zwiększenie stopnia jonizacji. Przy dalszym wzroście napięcia do kilkudziesięciu tysięcy woltów pojawia się jonizacja wtórna – przyspieszone jony i elektrony uzyskują znaczne energie, które umożliwiają im jonizację obojętnych cząsteczek i atomów podczas zderzeń. Liczba jonów **rośnie lawinowo**, natężenie prądu gwałtownie wzrasta, aż do przebicia (ostatni odcinek krzywej na rys. 12.4).

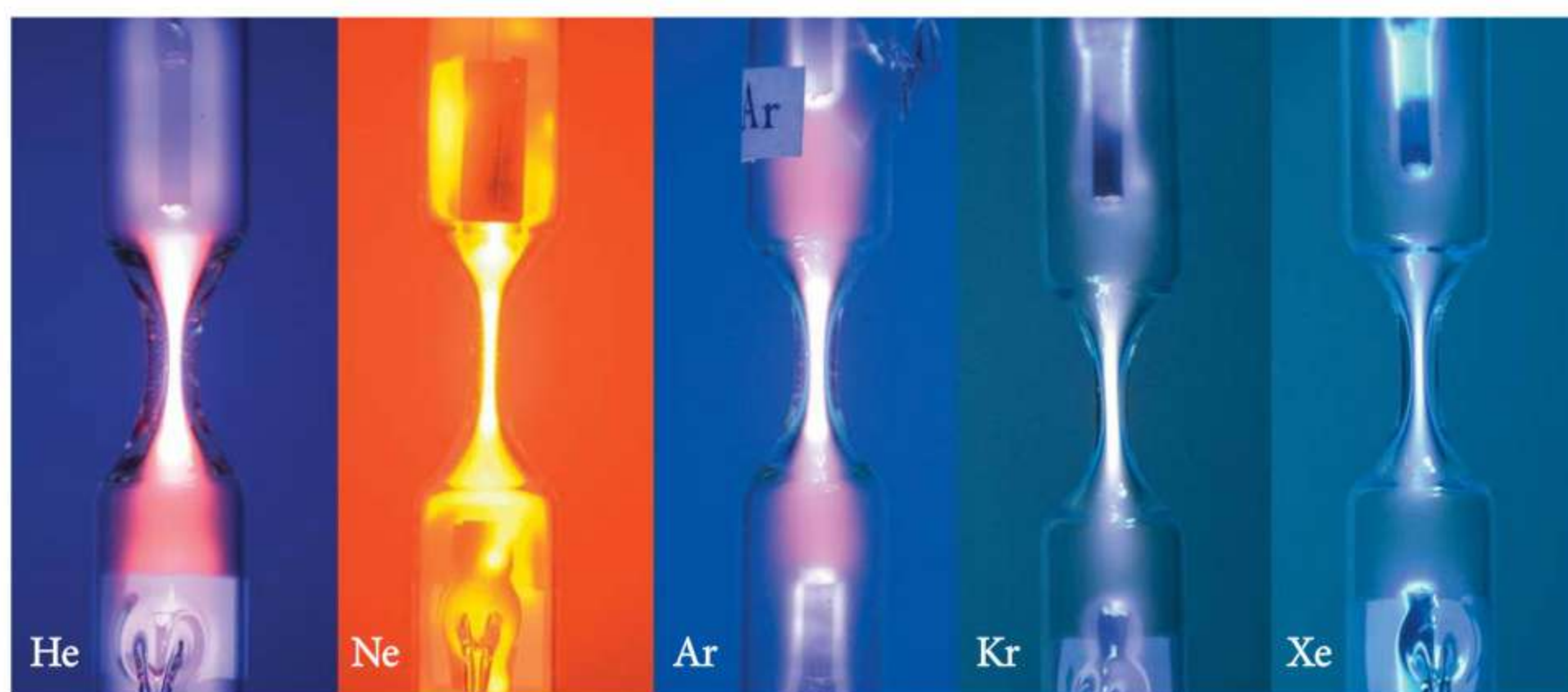


Rys. 12.4 Zależność $I(U)$ dla prądu niesamoistnego w gazie

W rurkach z gazem rozrzedzonym (ciśnienie od kilku paskali do kilku kilopaskali), zasilanych napięciem rzędu kilkuset woltów, pojawia się wyładowanie jarzeniowe. Mamy wówczas do czynienia z **przewodnictwem samoistnym**, niewymagającym zewnętrznego czynnika jonizującego. W każdym gazie zawsze istnieje pewna naturalna liczba jonów wytworzonych przez promieniowanie pierwiastków radioaktywnych w skorupie ziemskiej lub przez docierające do Ziemi promieniowanie kosmiczne. Gdy ciśnienie gazu jest niskie, to jony przyspieszane są w polu elektrycznym na stosunkowo długich odcinkach, zyskują więc dostatecznie dużą energię kinetyczną do zjonizowania napotkanych cząsteczek. Gaz w rurce świeci. Skąd bierze się to światło?

Równocześnie z powstawaniem jonów zachodzi proces odwrotny – rekombinacja jonów, podczas której z powrotem oddawana jest energia w postaci fal elektromagnetycznych w zakresie widzialnym. Niekiedy podczas zderzeń elektronów i jonów z obojętnymi atomami, gdy elektron ma zbyt małą energię, aby nastąpiła jonizacja, dochodzi jedynie do wzbudzenia atomów (wzrasta wówczas energia elektronów w atomie), a następnie podczas powrotu atomów do stanu podstawowego energia ta zostaje oddana także w postaci światła. Barwa wysyłanego światła zależy od rodzaju gazu (rys. 12.5). Dokładnie o tych zjawiskach będzie mowa w podręczniku do klasy czwartej.

Gdy w rurce jeszcze bardziej obniży się ciśnienie gazu (co najmniej do 0,1 Pa), świecenie znika – jonów i cząsteczek jest wówczas zbyt mało. Naprzeciw katody obserwujemy natomiast fluorescencję szkła, z którego jest zbudowana rurka. Fluorescencja ta wywołana jest przez cząstki wydobywające się z katody, zwane promieniami katodowymi (jest to



Rys. 12.5 Jarzenie (rurki wypełnione rozrzedzonym gazem)

nazwa historyczna, nadana po ich odkryciu na początku XX wieku). Podczas badania promieni katodowych zauważono, że są one pochłaniane przez cienkie blaszki aluminiowe, tworzące cień na ścianie rurki. Stwierdzono także, że odchylają się w polach elektrycznym i magnetycznym tak jak cząstki naładowane ujemnie. **Nazwano je elektronami.** Doświadczenia z promieniami katodowymi zostały omówione na infografice. W gazie pod ciśnieniem ułamka paskala jony dodatnie rozpędzają się do bardzo dużych szybkości, ich energia kinetyczna wystarcza do wybijania elektronów z powierzchni katody.

Gaz o bardzo niskim ciśnieniu (prawie próżnia) jest izolatorem. W rurce próżniowej prąd może płynąć dzięki zjawisku **termoemisji**. Polega ono na emisji elektronów przez rozżarzoną do wysokiej temperatury katodę. Żarzenie katody następuje przez włączenie jej do obwodu z oddzielną baterią żarzenia. O takim przypadku była już mowa w klasie drugiej przy okazji omawiania odchylania elektronów w polach elektrycznych (lampa oscyloskopowa).

ZADANIA

1. Jaki wniosek na temat wartości współczynnika oporu b dla małych i dużych jonów wynika z rysunku 12.2? Uzasadnij odpowiedź.
2. Do zjonizowania cząsteczki powietrza potrzebna jest energia $2,4 \cdot 10^{-18}$ J. W rurce z odpowiednio rozrzedzonym powietrzem średnia droga elektronu przebyta między kolejnymi zderzeniami z cząsteczkami jest równa $5 \cdot 10^{-4}$ cm. Oblicz:
 - a) minimalne natężenie pola elektrycznego w rurce, przy którym nastąpi jonizacja (zakładamy, że po zderzeniu elektron rozpędza się od szybkości równej zero),
 - b) minimalne napięcie, którym należy zasilić rurkę, jeśli jej długość wynosi 10 cm.
3. Rozstrzygnij, czy w przypadku, gdy powietrze w rurce jest bardziej rozrzedzone, minimalne napięcie potrzebne do wystąpienia jonizacji jest mniejsze czy większe. Odpowiedź uzasadnij.

Przeptyw prądu w gazach a odkrycie elektronu

Angielskiego uczonego Josepha Johna Thomsona uważamy dziś za odkrywcę elektronu. Jego sukces to nie przypadek, tylko rezultat wieloletnich badań nad zjawiskiem promieni katodowych. Właściwościami tych niewidzialnych promieni interesowało się wielu uczonych.

WŁAŚCIWOŚCI PROMIENI KATODOWYCH



Podczas przepływu prądu w bardzo rozrzedzonym powietrzu obserwujemy świecenie (fluorescencję) ekranu oraz szkła rurki naprzeciw katody, wywołane przez emitowane z katody niewidzialne promieniowanie, tzw. promienie katodowe.

Doświadczenie z rozchodzeniem się promieni katodowych w lampie z krzyżem maltańskim (pojawienie się cienia krzyża) pokazuje, że biegną one po liniach prostych oraz że nie przenikają przez cienką aluminiową blaszkę.



Doświadczenie z lampą, w środku której znajduje się ruchomy wiatraczek (może przemieszczać się wzdłuż rurki), potwierdza, że promienie katodowe posiadają energię. Przekazują ją wiatraczkowi, dzięki czemu toczy się on w kierunku anody.

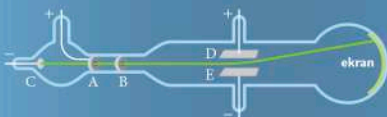
Odchylenie w polu magnetycznym świadczy o tym, że promienie katodowe to cząstki naładowane ujemnie. Nazwano je elektronami.



DOŚWIADCZENIE THOMSONA

W roku 1906 Joseph John Thomson (1856–1940) otrzymał Nagrodę Nobla za wyznaczenie stosunku ładunku do masy (e/m) dla elektronów stanowiących wiązkę promieni katodowych. Wielkość ta okazała się niezależna od rodzaju gazu zawartego w rurce, co prowadzi do wniosku, że elektrony są składnikami wszystkich atomów.

Thomson użył do doświadczeń rury z ekranem pokrytym warstwą fluoryzującą. Przed przyłożeniem napięcia między płytki D i E promienie wysyłane z katody C i przyspieszane na drodze do anody A biegną poziomo i na środku ekranu pozostawiają świecącą plamkę.

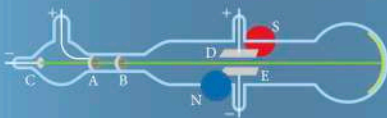


Przyłożenie napięcia generuje między płytkami pole elektryczne o natężeniu $\vec{E}$, w którym promienie ulegają odchyleniu (przy krawędzi płytek) o:

$$y = \frac{eEl^2}{2mv^2}$$

gdzie l jest długością płytek, a v szybkością początkową cząstek wpadających między płytki.

Plamka na ekranie jest odchyłona o Y mierzone w doświadczeniu (związek Y z y wynika z geometrii urządzenia). Z kierunku odchylenia wiązki wnioskujemy, że cząstki mają ładunek ujemny.



Aby wyznaczyć szybkość początkową cząstek (potrzebną do obliczenia e/m), Thomson wytwarzał równocześnie między płytkami D i E pole magnetyczne, w którym na naładowane cząstki działała odchylająca siła magnetyczna.

Można tak dobrać pole magnetyczne, aby siła magnetyczna zrównoważyła siłę elektryczną – wówczas wiązka nie ulega odchyleniu. Z warunku równoważenia sił oblicza się stałą szybkość cząstek.

Wyznaczona przez Thomsona wartość e/m dla elektronów wynosiła $1,7 \cdot 10^{11}$ C/kg.

„Kiedy dziś mówimy: elektron, to mamy na myśli jedną z fundamentalnych cząstek elementarnych, składnik atomu obdarzony elementarnym ładunkiem elektrycznym znaku ujemnego, występujący w atomie każdego pierwiastka w liczbie dokładnie równej jego liczbie porządkowej w układzie okresowym, a więc równej dodatniemu ładunkowi jądra atomowego. Przekonanie o istnieniu takiego elektronu nie zrodziło się nagle, lecz torowało sobie drogę w fizyce przez kilkadziesiąt lat”.



Prąd elektryczny jako przepływ ładunku

Prąd elektryczny to uporządkowany ruch nośników ładunku pod wpływem sił pola elektrycznego. W dobrych przewodnikach nośnikami ładunku są elektrony swobodne. Średnia szybkość uporządkowanego ruchu elektronów wzdłuż przewodnika jest niewielka w porównaniu ze średnią szybkością ich ruchu chaotycznego.

Natężeniem prądu nazywamy iloraz ładunku przepływającego w pewnym czasie przez dowolny przekrój przewodnika do czasu jego przepływu.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Jednostką natężenia prądu w SI jest **amper**: $1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}}$.

Pierwsze prawo Kirchhoffa

Suma natężeń prądów wpływających przez powierzchnię zamkniętą, obejmującą dowolną część obwodu, jest równa sumie natężeń prądów wypływających przez tę powierzchnię. Natężeniom prądów wpływających przypisujemy znaki „+”, a wypływających „-”.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

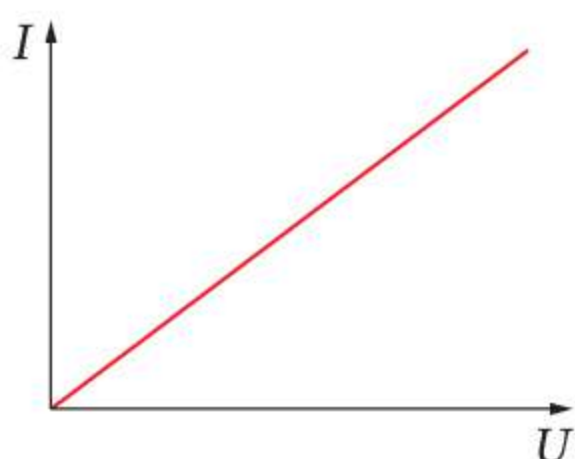


Badanie zależności natężenia prądu od napięcia dla odcinka obwodu

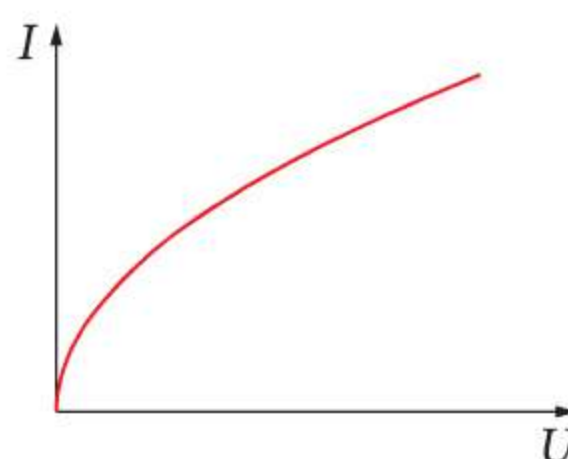
Przyłożenie stałego napięcia do końców przewodnika (odcinka obwodu) powoduje powstanie w nim pola elektrostatycznego o liniach zwróconych od potencjału wyższego do niższego.

Zależność $I(U)$ dla każdego odbiornika nosi nazwę jego **charakterystyki prądowo-napięciowej**. Gdy można pominąć zmianę temperatury przewodnika metalicznego, to funkcja $I(U)$ jest liniowa; jej wykres w układzie współrzędnych U, I jest linią prostą, przechodzącą przez początek układu (rys. a).

a) charakterystyka prądowo-napięciowa drutu oporowego



b) charakterystyka prądowo-napięciowa żarówki



Prawo Ohma

Natężenie prądu płynącego w przewodniku jest wprost proporcjonalne do napięcia pomiędzy końcami tego przewodnika:

$$I \sim U \Rightarrow \frac{U}{I} = \text{const}$$

Ten stały stosunek nazywamy **oporem elektrycznym przewodnika**.

Jednostką oporu elektrycznego w SI jest **om**: $1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$.

Dla wielu odbiorników charakterystyki prądowo-napięciowe nie są funkcjami liniowymi (wykresy nie są liniami prostymi). Opory przewodników rosną ze wzrostem temperatury, dlatego np. wykres charakterystyki prądowo-napięciowej żarówki jest krzywą o coraz mniejszym nachyleniu do osi I (rys. b).

Opór przewodników metalicznych w szerokim zakresie temperatur jest liniową funkcją temperatury: $R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta t)$, α nosi nazwę temperaturowego współczynnika oporu, a R_0 jest oporem w temperaturze początkowej.

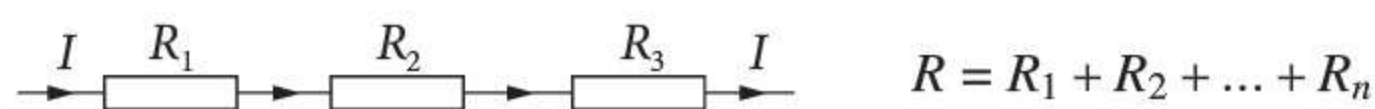
Niektóre przewodniki są sporządzone ze specjalnych stopów wieloskładnikowych (np. manganinu lub konstantanu), których opór w bardzo małym stopniu zależy od temperatury.



Łączenie szeregowe i równoległe odbiorników

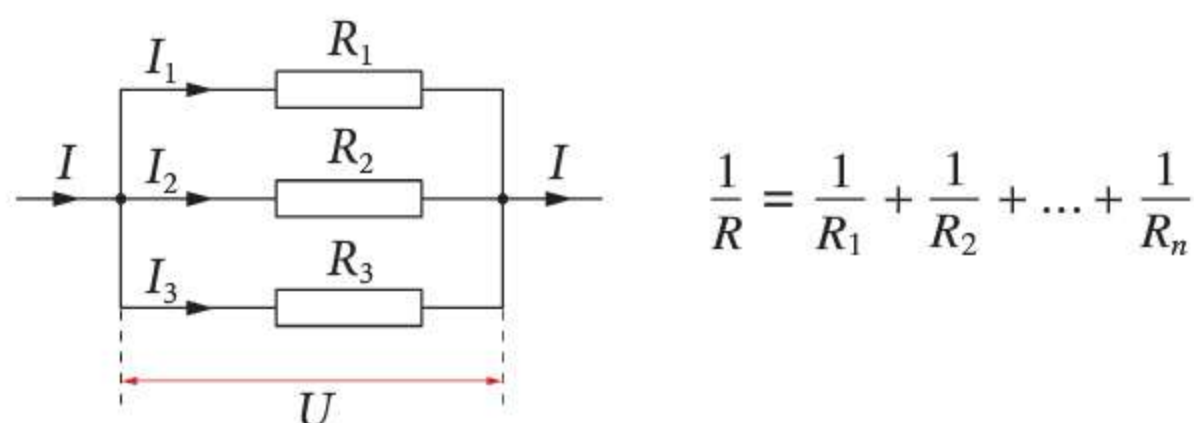
W połączeniu szeregowym nośniki ładunku przepływają kolejno przez wszystkie odbiorniki, zatem przez wszystkie odbiorniki płynie prąd o takim samym natężeniu. Napięcie między początkiem pierwszego a końcem ostatniego odbiornika jest sumą napięć na poszczególnych odbiornikach.

Opór zastępczy w połączeniu szeregowym jest sumą oporów wszystkich odbiorników.



W połączeniu równoległym natężenie prądu dopływającego do rozgałęzienia jest sumą natężeń prądów w poszczególnych odbiornikach. Napięcie na wszystkich odbiornikach jest jednakowe.

Odwrotność oporu zastępczego jest równa sumie odwrotności oporów poszczególnych odbiorników.



Aby obliczyć opór zastępczy **w połączeniu mieszanym**, stosujemy stopniowe upraszczanie obwodu.



Zależność oporu od długości i przekroju poprzecznego przewodnika

Opór przewodnika o długości l i przekroju poprzecznym S jest wprost proporcjonalny do długości, a odwrotnie proporcjonalny do przekroju:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Współczynnik proporcjonalności ρ to **opór właściwy materiału**, z którego jest wykonany przewodnik. Jednostką oporu właściwego w SI jest $1 \Omega \cdot \text{m}$. Jednostką 10^6 razy mniejszą jest $1 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$.



Praca i moc prądu elektrycznego

Praca prądu lub energia elektryczna doprowadzona do odbiorników ze źródła (praca wykonana przez siły pola elektrostatycznego przy przesuwaniu ładunku q wzdłuż przewodnika) w czasie t określona jest wzorem:

$$W = Uq = UIt = \frac{U^2}{R}t = I^2Rt$$

Moc prądu (moc wydzielona w odbiorniku):

$$P = UI = \frac{U^2}{R} = I^2R$$

Wszystkie te wzory tylko wtedy są sobie równoważne, gdy odbiorniki stanowią tzw. **elementy bierne**, w których cała dostarczona energia elektryczna zamienia się na energię wewnętrzną przewodnika. **Elementy czynne** to takie, w których część dostarczonej energii elektrycznej zamienia się na energię chemiczną lub mechaniczną.

Energia wewnątrz przewodnika, przez który płynie prąd, jest następnie (na skutek różnicy temperatur) przekazywana otoczeniu w postaci ciepła zwanego **ciepłem Joule'a**. Ciepło Joule'a zawsze obliczamy ze wzoru:

$$Q = I^2Rt$$



Siła elektromotoryczna. Prawo Ohma dla całego obwodu

Siła elektromotoryczna ogniwa (źródła energii elektrycznej) to iloraz pracy W , którą musi wykonać źródło, aby przesunąć przez swoje wnętrze (wbrew sile elektrycznej) ładunek Δq , i tego ładunku:

$$\mathcal{E} = \frac{W}{\Delta q}$$

Siłę elektromotoryczną wyrażamy w woltach.

Prócz siły elektromotorycznej ogniwo ma jeszcze jedną cechę: **opór wewnętrzny** r ; jest to głównie opór elektrolitu mieszczącego się między biegunami.

Prawo Ohma dla całego obwodu (z uwzględnieniem oporu wewnętrznego źródła):

$$\mathcal{E} = I(R + r)$$

gdzie R jest oporem zewnętrznym obwodu. Powyższy wzór dla danego ogniwa to funkcja $I(R)$, bo te wielkości mogą ulegać zmianie, natomiast $\mathcal{E}$ i r są stałymi wielkościami charakteryzującymi ogniwo.



Co wskazuje woltomierz dołączony do źródła siły elektromotorycznej?

Gdy obwód jest otwarty (nie płynie prąd), to woltomierz o bardzo dużym oporze, dołączony do biegunów źródła, wskazuje siłę elektromotoryczną $\mathcal{E}$ tego źródła. Gdy obwód jest zamknięty ($I \neq 0$), woltomierz wskazuje U , tzn. napięcie między biegunami źródła ($\mathcal{E} - Ir$) i zarazem napięcie na oporze zewnętrznym (IR).

$$\mathcal{E} = Ir + IR = Ir + U$$

$$U = \mathcal{E} - Ir$$

Ostatni wzór pokazuje, jaką funkcją natężenia prądu płynącego w obwodzie jest napięcie mierzone przez woltomierz dołączony do biegunów źródła – jest to malejąca funkcja liniowa.



Wzrosty i spadki potencjału. Drugie prawo Kirchhoffa

Podczas wędrówki wzdłuż zamkniętego obwodu natrafiamy na wzrosty i spadki potencjału. Wzrostom przypisujemy znak „+”, a spadkom znak „-”.

Jeżeli wędrujemy po oczku zgodnie z ruchem wskazówek zegara oraz napotkamy:

źródło siły elektromotorycznej i mijamy je od bieguna „-” do bieguna „+” (wzrost potencjału),	to	$\mathcal{E}$ tego źródła zapisujemy ze znakiem plus;
źródło siły elektromotorycznej i mijamy je od bieguna „+” do bieguna „-” (spadek potencjału),	to	$\mathcal{E}$ tego źródła zapisujemy ze znakiem minus;
opór, przez który płynie prąd o kierunku zaznaczonym przez nas przeciwnie do kierunku naszej wędrówki,	to	iloczyn tego oporu i natężenia prądu zapisujemy ze znakiem plus;
opór, przez który płynie prąd o kierunku zgodnym z kierunkiem naszej wędrówki,	to	iloczyn tego oporu i natężenia prądu zapisujemy ze znakiem minus.

Drugie prawo Kirchhoffa

Suma algebraiczna wszystkich sił elektromotorycznych i napięć w oczku sieci jest równa zeru.

$$\sum_{k=1}^n \mathcal{E}_k + \sum_{k=1}^m I_k R_k = 0$$

Jeśli w obwodzie znajduje się element czynny, to energia elektryczna dostarczona przez źródło o napięciu U jest zawsze równa UIt , energia tracona w obwodzie na ciepło Joule’a to $I^2 R t$ (gdzie R jest całkowitym oporem obwodu), a pozostała część zostaje zamieniona na energię chemiczną lub mechaniczną w elemencie czynnym.



Modele przewodnictwa ciał stałych: przewodników i półprzewodników

Z mikroskopowego punktu widzenia natężenie prądu w przewodniku można wyrazić wzorem:

$$I = neSv$$

gdzie n jest koncentracją elektronów swobodnych, tzn. liczbą elektronów na jednostkę objętości materiału przewodzącego, S – przekrojem poprzecznym przewodnika (odcinka obwodu), a v – szybkością uporządkowanego ruchu nośników.

Półprzewodniki samoistne to kryształy pierwiastków z IV grupy układu okresowego (np. krzem i german). Ich atomy tworzą ze sobą tzw. wiązania kowalencyjne – każdy atom jest powiązany z czterema sąsiednimi atomami, których elektrony walencyjne uzupełniają się wzajemnie. W odpowiednio wysokiej temperaturze niektóre elektrony uzyskują wystarczająco dużą energię, aby oderwać się od atomów sieci krystalicznej, i stają się

elektronami przewodnictwa. Brak elektronu na orbicie walencyjnej stanowi tzw. **dziurę** o ładunku dodatnim. W półprzewodniku samoistnym nośnikami ładunku są zarówno swobodne elektrony, jak i związane z atomami dziury, które mogą się przemieszczać zgodnie z siłami pola elektrycznego. W miarę wzrostu temperatury liczba nośników wzrasta – opór półprzewodnika maleje.

Półprzewodniki domieszkowane:

- ▶ atomami pierwiastków z V grupy (takie atomy nazywamy donorami) – piąty elektron walencyjny domieszki ulega łatwemu oderwaniu i tworzy nośnik – elektron swobodny; z kolei atom domieszki staje się jonem dodatnim;
- ▶ atomami pierwiastków z III grupy (takie atomy nazywamy akceptorami) – do związania z atomami krzemu lub germanu atomowi domieszki brakuje elektronu; ten elektron zostaje dostarczony z sąsiedniego atomu macierzystego, powstają dziura i jon ujemny domieszki.

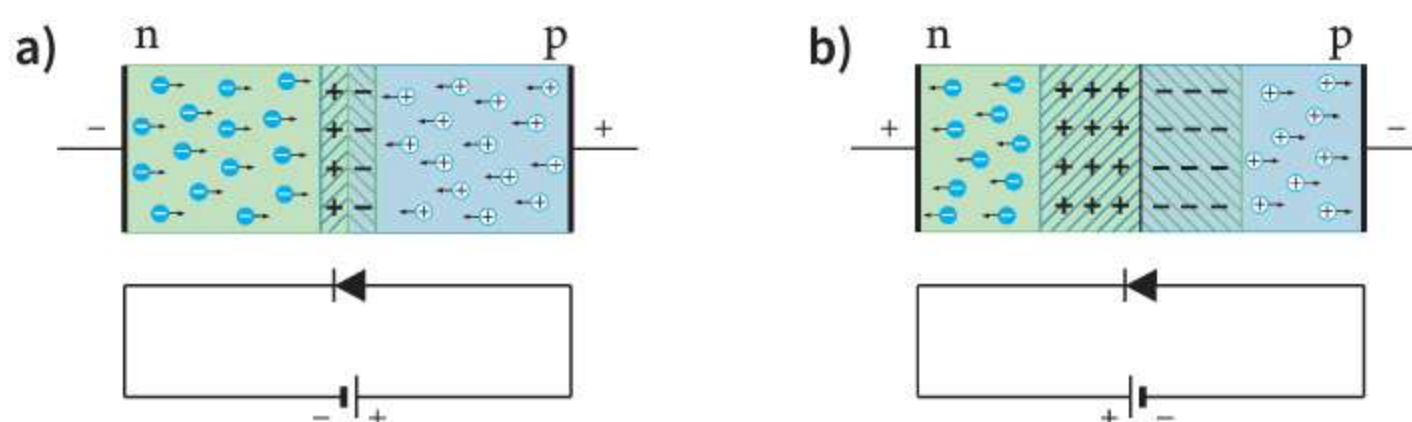
Półprzewodniki domieszkowane to półprzewodniki **typu n** (nośnikami większościowymi są w nich swobodne elektrony) i **typu p** (nośnikami większościowymi są w nich dziury). Jony domieszek nie mogą się przemieszczać – nie stanowią nośników ładunku.



Dioda półprzewodnikowa (złącze n-p). Tranzystor

Dioda półprzewodnikowa to dwa półprzewodniki (typu n i typu p) zetknięte z sobą: złącze n-p lub p-n. Przez granicę zetknięcia w obie strony przechodzą nośniki i ulegają rekombinacji, wskutek czego w cienkich warstwach po obu stronach złącza powstają osamotnione jony obu znaków (po stronie n dodatnie, po stronie p ujemne). Na złączu pojawia się bariera potencjału.

Gdy do złącza doprowadzimy napięcie zewnętrzne biegunem dodatnim do półprzewodnika typu p, a ujemnym do półprzewodnika typu n, to bariera potencjału zmniejszy się i przez złącze płynie prąd; jest to **kierunek przewodzenia** (rys. a). Gdy napięcie zewnętrzne podłączymy odwrotnie, to bariera potencjału ulegnie zwiększeniu i prąd nie płynie; jest to **kierunek zaporowy** (rys. b).



Tranzystor jest układem trzech stykających się warstw półprzewodnikowych n-p-n lub p-n-p, zwanych kolejno: emiterym, bazą i kolektorem. Emiter jest silnie domieszkowany (posiada dużo nośników ładunku), baza jest bardzo cienka i słabo domieszkowana. Pod wpływem zewnętrznego napięcia doprowadzonego między emiter i bazę w kierunku przewodzenia do bazy dostarczane są nośniki ładunku. Napięcie między bazą i kolektorem dołączone jest w kierunku zaporowym. Ze względu na małą szerokość bazy i słabe jej domieszkowanie niewielka liczba nośników ładunku dostarczona z emiterya rekombinuje w bazie z nośnikami o znaku przeciwnym, a bardzo duża ich liczba może przenikać do

kolektora – jest tam wciągana przez potencjał przeciwnego znaku. Wskutek tego niewielkie zmiany napięcia w obwodzie emiter-baza powodują duże zmiany natężenia prądu płynącego między emiterem i kolektorem, a więc także duże zmiany napięcia na odbiorniku włączonym w obwód baza-kolektor.



Przewodnictwo elektryczne cieczy i gazów

W roztworze wodnym cząsteczki kwasów, zasad i soli ulegają dysocjacji (rozpadają się na jony); takie roztwory noszą nazwę elektrolitów. **Ciecz** przewodzi prąd dzięki obecności jonów dodatnich i ujemnych (dwa rodzaje nośników). Woda destylowana nie przewodzi prądu.

Gdy siła pola elektrycznego zrównoważy siłę oporu lepkiego cieczy $-b\vec{v}$, jon porusza się ruchem jednostajnym.

$$q\vec{E} - b\vec{v} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \frac{q\vec{E}}{b}$$

gdzie $b > 0$ jest współczynnikiem oporu, zależnym od wielkości jonu i temperatury (maleje ze wzrostem temperatury). Różne jony w tym samym elektrolicie poruszają się z różnymi szybkościami.

Gaz w stanie naturalnym nie przewodzi prądu. Zjonizowany gaz staje się przewodnikiem. Czynniki jonizujące to np. wysoka temperatura lub promieniowanie ciał promieniotwórczych. Do zjonizowania gazu potrzebna jest ściśle określona energia, zależna od rodzaju gazu. Pod wpływem sił pola elektrycznego elektrony i jony uzyskują ustalone średnie szybkości ruchu uporządkowanego; przeszkodą w tym ruchu są zderzenia z obojętnymi cząsteczkami gazu. W przypadku obecności zewnętrznego czynnika jonizującego mamy do czynienia z **przewodnictwem niesamoistnym**. Podczas wzrostu napięcia natężenie prądu w gazie zwiększa się liniowo (zgodnie z prawem Ohma), jednak przy pewnym napięciu przestaje wzrastać. W tym punkcie zostaje osiągnięty **stan nasycenia**, czyli wszystkie jony docierają do elektrod w tym samym czasie, w którym zostały wytworzone. Przy dalszym wzroście napięcia następuje gwałtowny wzrost natężenia prądu, bo energia rozprędzonych jonów jest wystarczająca, aby jonizować napotkane obojętne cząsteczki. Zjawisko to nosi nazwę **jonizacji lawinowej**.

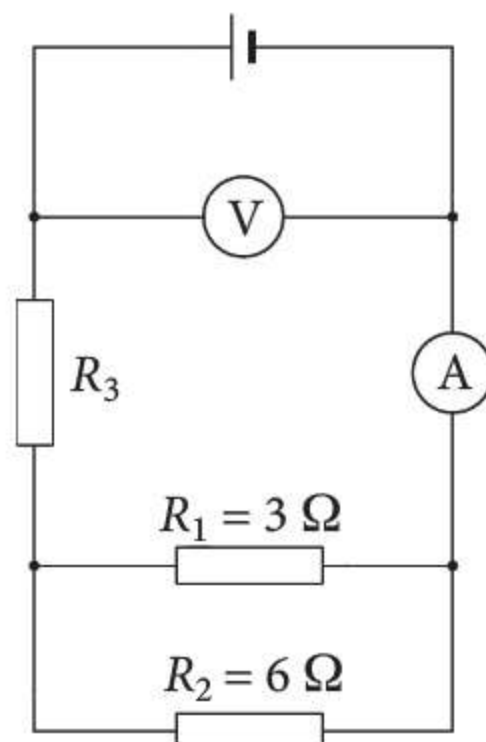
W gazie rozrzedzonym następuje **przewodnictwo samoistne**, które nie wymaga zewnętrznego czynnika jonizującego. Jony istniejące w powietrzu w sposób naturalny przyspieszają na stosunkowo długich odcinkach, uzyskują więc energię do jonizacji lub wzbudzenia obojętnych cząsteczek czy atomów. Zawarty w rurce rozrzedzony gaz, w którym płynie prąd, świeci światłem o barwie zależnej od rodzaju gazu – ponieważ następuje rekombinacja jonów i powrót cząsteczek do stanu podstawowego, co wiąże się z uwalnianiem energii w postaci światła.

Gdy ciśnienie jeszcze bardziej zmaleje (do 0,1 Pa), gaz przestaje świecić. Z katody wydobywają się tzw. promienie katodowe (nazwa historyczna), które są elektronami wybijanymi z niej przez jony dodatnie. Promienie katodowe stanowią w zasadzie prąd elektryczny w próżni. Wiązkę tych promieni można odchyłać w polach elektrycznym i magnetycznym. Oczywiście są one niewidoczne, obserwujemy je pośrednio, bo powodują fluorescencję różnych materiałów, np. szkła bańki, w której powstają.

ZADANIA POWTÓRZENIOWE



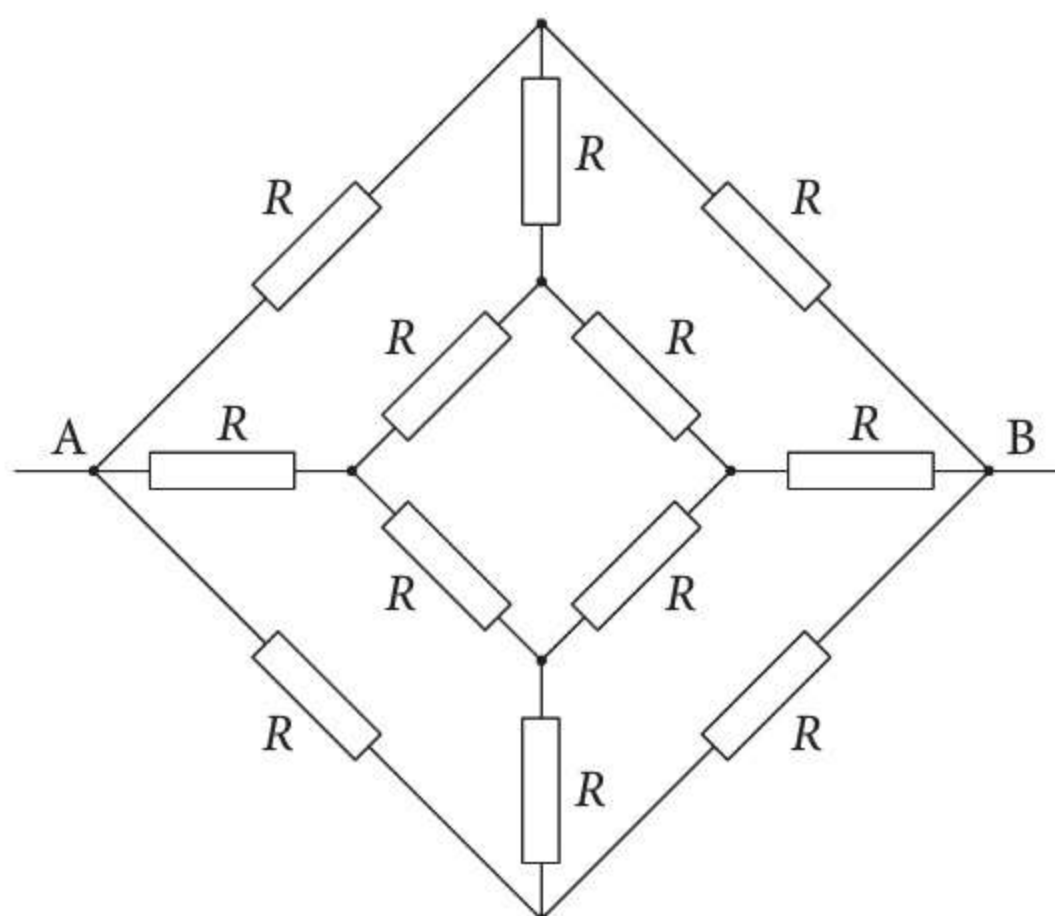
- Do obwodu, którego schemat przedstawiono na rysunku, podłączono woltomierz oraz amperomierz o pomijalnym oporze wewnętrznym. Woltomierz wskazuje 12 V, a amperomierz 2 A.



Oceń prawdziwość poniższych zdań. Wskaż P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

1.	Opór $R_3 = 4 \Omega$.	P	F
2.	Napięcie na oporniku o oporze R_3 jest równe 12 V.	P	F
3.	Przez opornik o oporze R_2 płynie prąd o natężeniu 1 A.	P	F

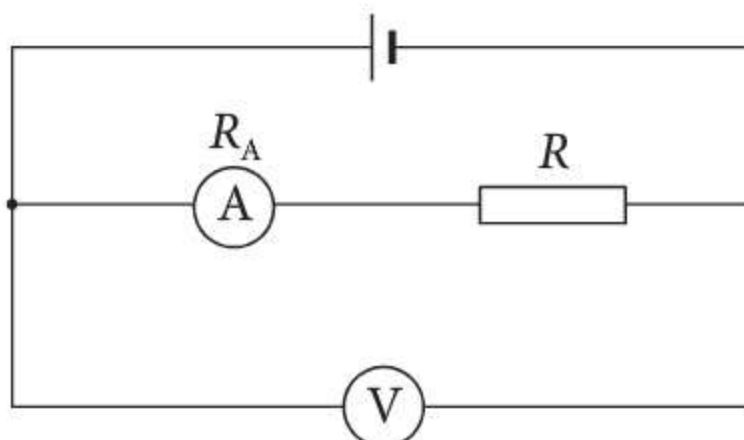
- Dwanaście oporników połączono tak, jak pokazuje schemat; $R = 1 \Omega$.



Oblicz opór zastępczy między punktami A i B.

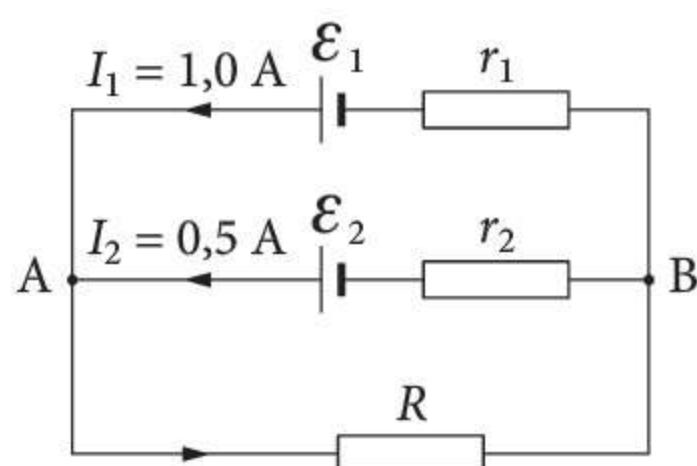
Wskazówka: Zauważ, że ze względu na symetrię układu w dwóch opornikach nie płynie prąd, bo potencjały na ich końcach są jednakowe; oporniki te można zatem usunąć z układu.

3. Do wyznaczenia oporu R odbiornika użyto woltomierza i amperomierza w obwodzie, którego schemat przedstawiono na rysunku. Opór amperomierza $R_A = 0,05 \, \Omega$. Amperomierz wskazał $I = 0,7 \, \text{A}$, a woltomierz $U = 3,5 \, \text{V}$.



Oblicz:

- a) wyznaczony opór bez uwzględnienia oporu amperomierza,
 - b) błąd względny, z którym został wyznaczony opór odbiornika.
4. Miliamperomierz o zakresie $0\text{--}10 \, \text{mA}$ i oporze $0,99 \, \Omega$ chcemy przystosować do mierzenia:
1. natężenia prądu do $1 \, \text{A}$,
 2. napięcia do $1 \, \text{V}$.
- 4.1. Oblicz opór r_b (tzw. bocznika), który należy dołączyć do amperomierza równolegle w przypadku 1, a także opór r , który należy do niego dołączyć szeregowo w przypadku 2.**
- 4.2. Oblicz opory tak zmienionych mierników.**
5. Do baterii o sile elektromotorycznej $\mathcal{E}$ i oporze wewnętrznym r dołączono odbiornik.
- 5.1. Wyraż moc wydzieloną na odbiorniku jako funkcję natężenia prądu: $P_z(I)$.**
 - 5.2. Zbadaj funkcję $P_z(I)$ i narysuj jej wykres.**
 - 5.3. Odpowiedz na poniższe pytania.**
 - Dla jakiej wartości oporu odbiornika (w porównaniu z oporem wewnętrznym) moc na odbiorniku będzie maksymalna?
 - Jaka to część mocy całkowitej?
6. Przez 6 godzin ładujemy akumulator o oporze $0,1 \, \Omega$, używając zasilacza stałego napięcia. Podczas ładowania natężenie prądu w obwodzie wynosi $4 \, \text{A}$, a napięcie na biegunach zasilacza jest równe $12 \, \text{V}$.
- Oblicz energię:**
- a) dostarczoną w tym czasie przez zasilacz,
 - b) traconą w akumulatorze na ciepło Joule'a,
 - c) zużytą na naładowanie akumulatora, czyli zwiększenie jego energii chemicznej.
7. Zbudowano obwód zasilany z dwóch źródeł o siłach elektromotorycznych $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$ oraz oporach wewnętrznym $r_1 = 1,8 \, \Omega$ i $r_2 = 2,4 \, \Omega$. Kierunki i natężenia prądów płynących przez źródła są podane na rysunku. Napięcie między biegunami baterii U_{AB} jest równe $6 \, \text{V}$.



Podczas przechodzenia od punktu B do punktu A po odcinkach obwodu zawierających źródła można obliczyć ich siły elektromotoryczne.

W zadaniach 7.1–7.5 wskaż poprawne dokończenia zdania.

7.1. Siła elektromotoryczna $\mathcal{E}_1$ jest równa

- A. 7,0 V B. 7,2 V C. 7,5 V D. 7,8 V

7.2. Siła elektromotoryczna $\mathcal{E}_2$ jest równa

- A. 7,0 V B. 7,2 V C. 7,5 V D. 7,8 V

7.3. Opór zewnętrzny R wynosi

- A. 2,0 Ω B. 3,0 Ω C. 4,0 Ω D. 5,0 Ω

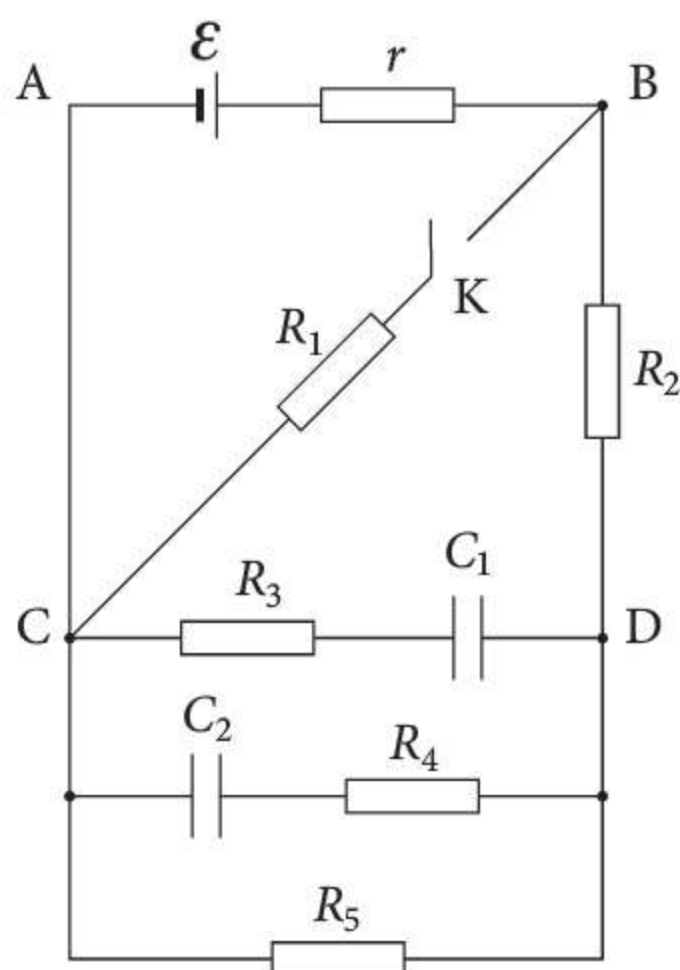
7.4. Opór wewnętrzny baterii jest równy około

- A. 1,0 Ω B. 1,2 Ω C. 1,4 Ω D. 1,6 Ω

7.5. Siła elektromotoryczna $\mathcal{E}_b$ baterii jest równa około

- A. 7,0 V B. 7,2 V C. 7,5 V D. 7,8 V

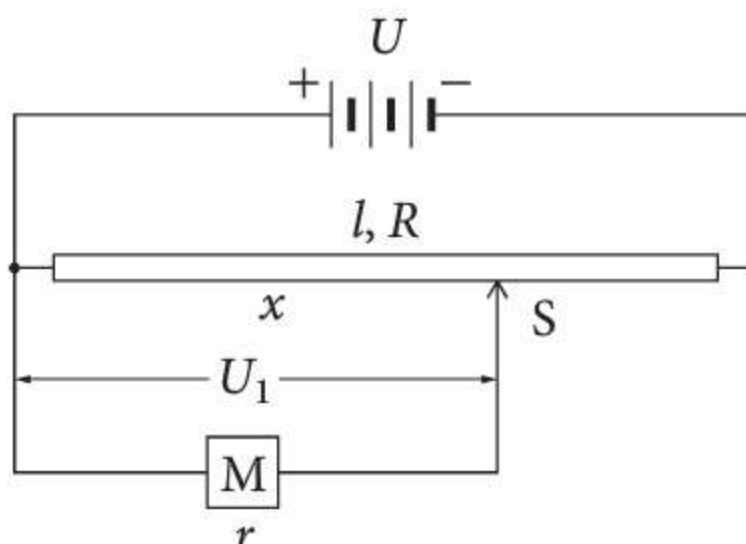
- 8.** Zbudowano obwód ze źródła siły elektromotorycznej $\mathcal{E} = 6$ V o oporze wewnętrznym $r = 2$ Ω oraz pięciu oporników, dwóch kondensatorów i wyłącznika K.
 $R_1 = 15$ Ω , $R_2 = 4$ Ω , $R_3 = 10$ Ω , $R_4 = 12$ Ω , $R_5 = 18$ Ω
 $C_1 = 2$ μ F, $C_2 = 5$ μ F



Oblicz natężenia prądów we wszystkich opornikach, napięcia na opornikach oraz napięcia i ładunki (po ich ustaleniu się) na kondensatorach, gdy wyłącznik K:

- a) jest otwarty,
 b) jest zamknięty.

9. Opornika suwakowego o oporze R użyto jako potencjometru. Do opornika doprowadzono napięcie U . Przesuwanie suwaka S umożliwia zmianę napięcia potrzebnego do zasilania urządzenia M o oporze r . Jeśli suwak znajduje się w odległości x od jednego z końców potencjometru (rysunek), to napięcie zasilające urządzenie M jest równe U_1 .



9.1. Wykaż, że U_1 jest następującą funkcją x :

$$U_1(x) = U \frac{rlx}{R(l-x)x + rl^2}$$

9.2. Oblicz napięcie U_1 dla:

- a) $x = 0$,
- b) $x = l$,
- c) $x = \frac{l}{2}$.

9.3. Znajdź prostszą postać funkcji $U_1(x)$ dla przypadku, gdy $r \gg R$.

10. Do kilku przewodników o takich samych wymiarach (długość i przekrój poprzeczny), wykonanych z różnych metali, przykładamy takie samo napięcie. Stwierdzamy, że natężenia prądu w tych przewodnikach są różne.

Uzupełnij zdanie na dwa sposoby. Dla każdego z określeń 1–2 wskaż właściwy fragment spośród A–E.

Przy założeniu, że temperatury przewodników są jednakowe, zjawisko to tłumaczymy:

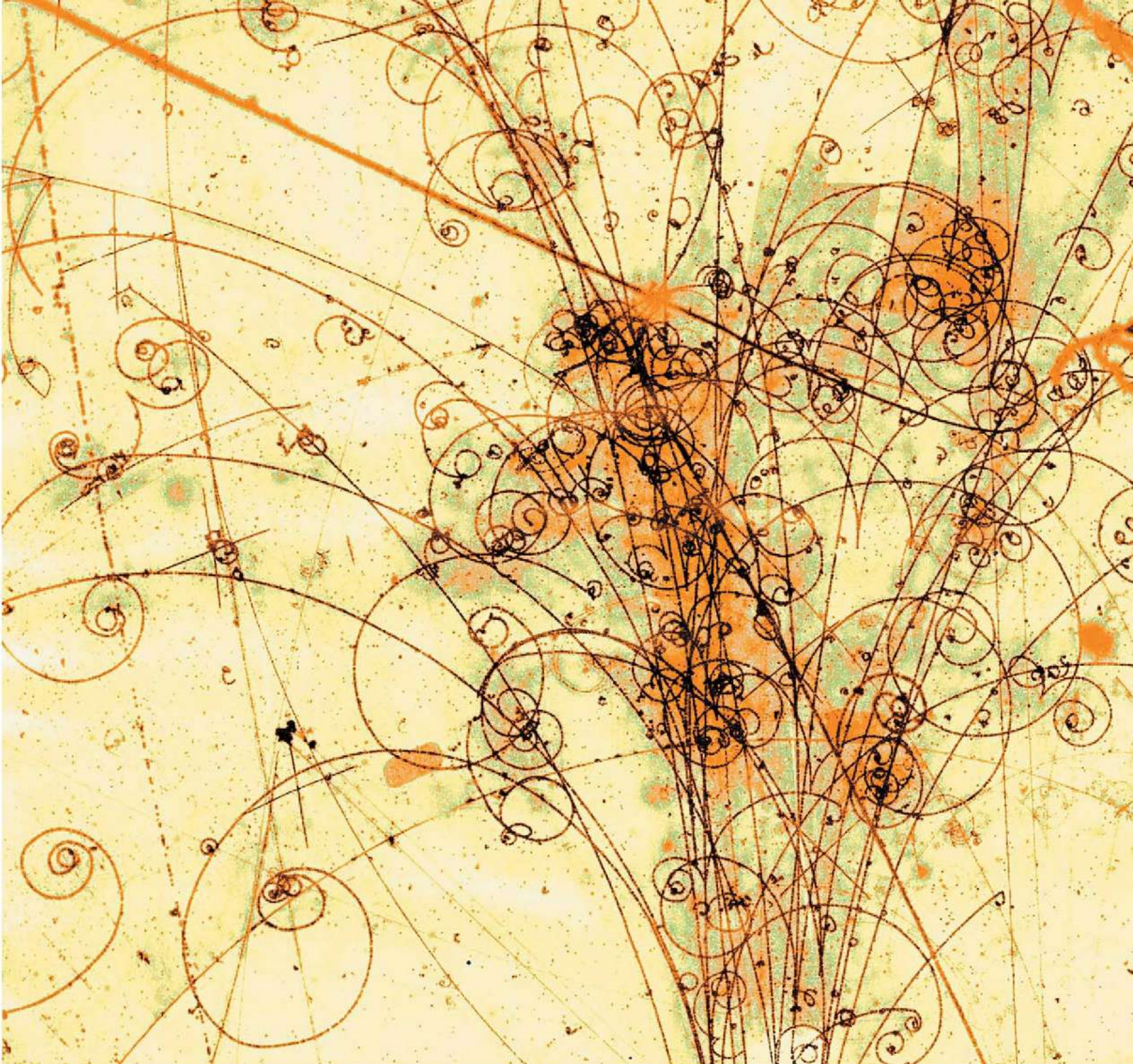
1.	z makroskopowego punktu widzenia	różnymi	A.	wartościami natężenia pola elektrycznego w przewodnikach.
			B.	koncentracjami nośników prądu.
			C.	wartościami ładunku nośników prądu.
2.	z mikroskopowego punktu widzenia		D.	oporami właściwymi materiałów.
			E.	szybkościami uporządkowanego ruchu nośników.

- 11.** W miedzianym przewodzie (który jest częścią sieci elektrycznej) o długości $l = 5,0$ km i przekroju poprzecznym $S = 1,0$ mm² płynie prąd o natężeniu $I = 1,0$ A. Masa mola miedzi $M = 63,54$ g/mol, gęstość miedzi $\rho = 8,95 \cdot 10^3$ kg/m³, liczba Avogadra $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ 1/mol.

11.1. Wyprowadź wzór na koncentrację swobodnych elektronów w miedzi przy założeniu, że każdy atom miedzi traci jeden elektron; oblicz wartość liczbową koncentracji.

Wskazówka: Skorzystaj z proporcji: liczba atomów (N) w próbce o pewnej masie (m) jest wprost proporcjonalna do tej masy.

11.2. Oszacuj, ile czasu potrzeba na przejście elektronu swobodnego z jednego końca przewodu na drugi, gdy w przewodzie płynie prąd o podanym natężeniu.



POLE MAGNETYCZNE

- Źródła pól magnetycznych
- Opis pól magnetycznych magnesów i przewodników, przez które płynie prąd
- Siły działające w polu magnetycznym
- Zastosowania sił magnetycznych
- Właściwości magnetyczne substancji





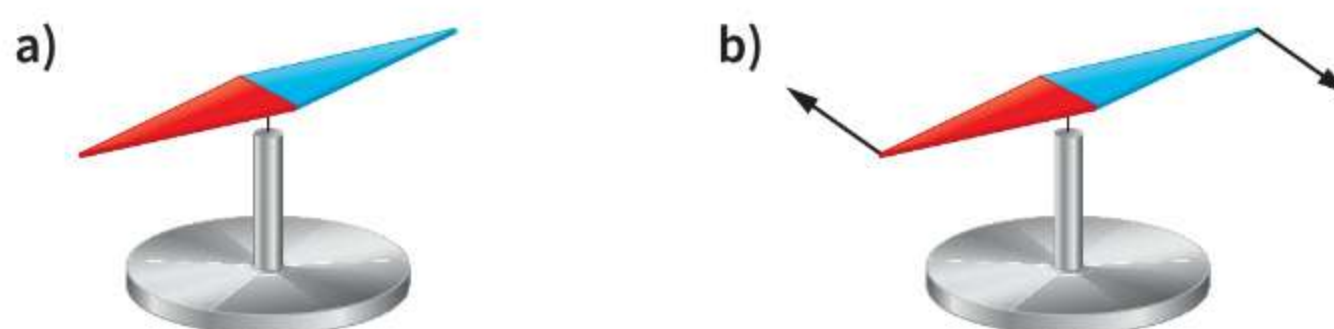
13. Magnesy trwałe. Pole magnetyczne magnesu

- Oddziaływania magnetyczne
- Pole magnetyczne
- Linie pola magnetycznego
- Dipol magnetyczny
- Pole magnetyczne Ziemi

Przypomnij sobie wiadomości o oddziaływaniach magnetycznych oraz o polu elektrostatycznym dipola.

Oddziaływania magnetyczne to kolejny, znany ci już rodzaj oddziaływań. Na podstawie badania namagnesowanych sztabek (trwałych magnesów sztabkowych) można stwierdzić, że najsilniejsze oddziaływania magnetyczne zachodzą pomiędzy ich końcami, które nazywamy **biegunami magnetycznymi**: północnym i południowym. Dwa magnesy sztabkowe zwrócone ku sobie biegunami jednoimiennymi odpychają się, a ustawione naprzeciw siebie biegunami różnoimiennymi – przyciągają się wzajemnie. Doświadczenia te były wykonywane w szkole podstawowej.

Do badania oddziaływań magnetycznych posługujemy się często igłą magnetyczną, czyli lekkim magnesem podpartym tak, by mógł swobodnie obracać się w płaszczyźnie poziomej (rys. 13.1a).



Rys. 13.1 Igła magnetyczna (a). Para sił działająca na igłę magnetyczną (b)

Igła magnetyczna umieszczana kolejno w różnych miejscach w pobliżu magnesu zmienia na ogół swoje ustawienie, co oznacza, że w przestrzeni otaczającej magnes działa na igłę para sił o niezerowym momencie względem osi obrotu igły (rys. 13.1b). Skoro magnes nadał przestrzeni właściwość polegającą na działaniu siłami na igłę magnetyczną, możemy stwierdzić, że **jest on źródłem pola magnetycznego**. Siły działające w polu magnetycznym na igłę magnetyczną oraz inne namagnesowane ciała nazywamy **siłami magnetycznymi**.

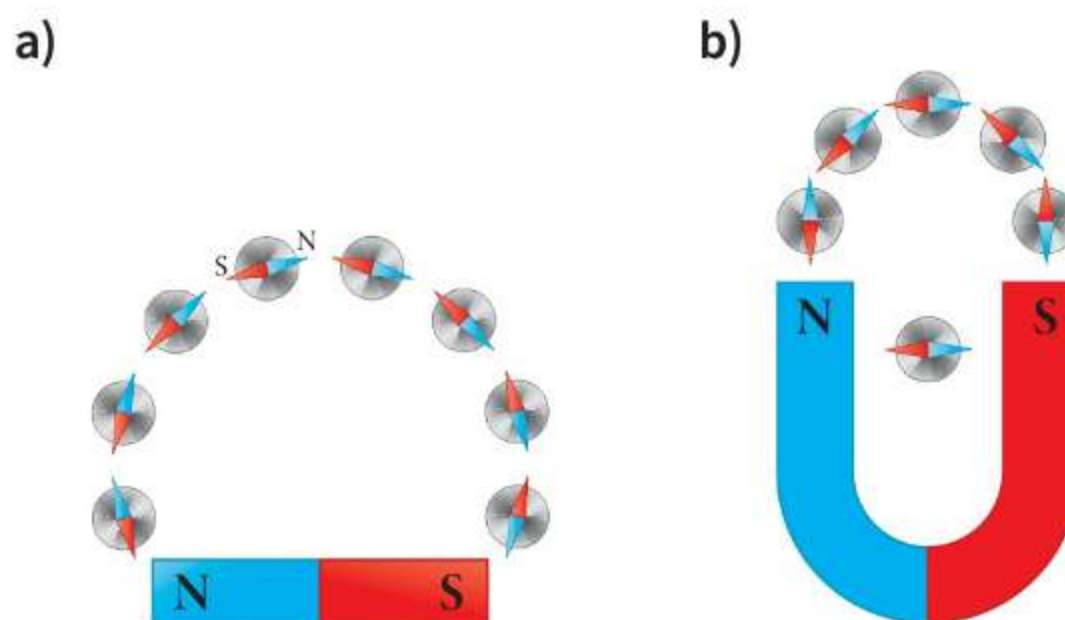
W przyszłości, gdy będziesz się uczyć o polach zmieniających się w czasie, przekonasz się, że wprowadzenie pojęcia pola to nie tylko przyjęcie pewnego sposobu opisu zja-

wisk; pole to realnie istniejący stan przestrzeni (na co zwracaliśmy uwagę już w rozdziale 12 podręcznika do klasy drugiej).

Doświadczenie 13.1

Linie pola magnetycznego

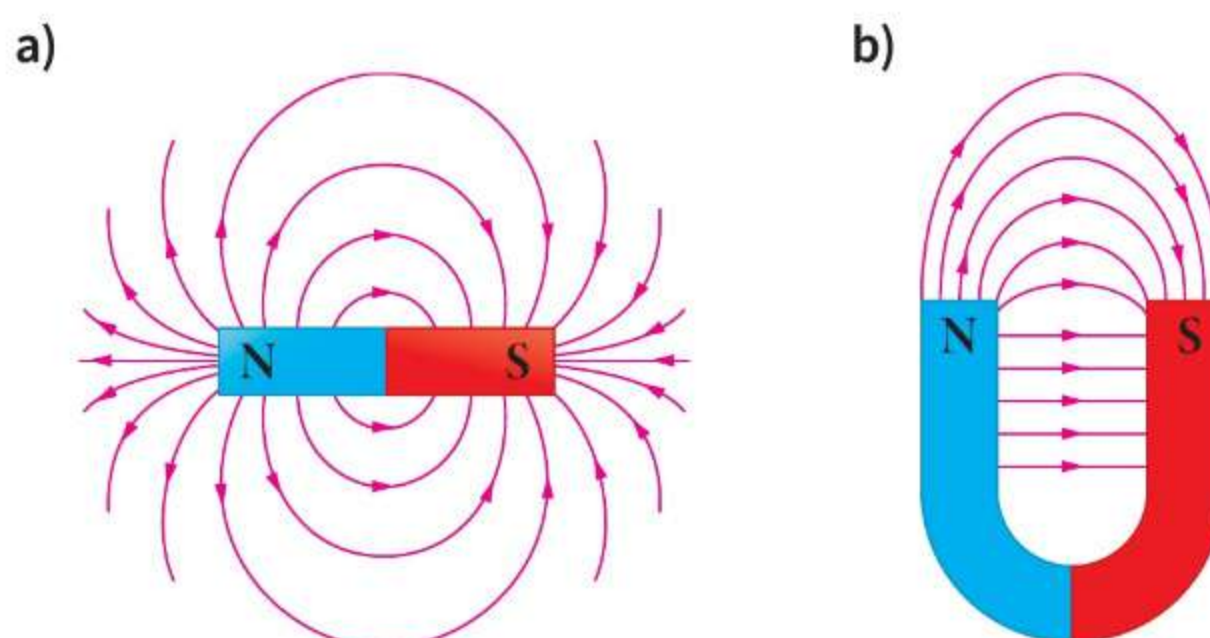
Na osobnych kartkach papieru kładziemy magnes sztabkowy i magnes podkowiasty. W pobliżu magnesów ustawiamy kolejno w różnych miejscach igłę magnetyczną (rys. 13.2).



Rys. 13.2

W każdym punkcie igła ustawia się stycznie do krzywej, więc rysujemy na kartce odcinki tych stycznych, wzdłuż których ustawia się igła. Po ich połączeniu otrzymujemy linie pola magnetycznego. Podobny obraz można uzyskać, gdy posłużymy się żelaznymi opiłkami.

Linie styczne w każdym punkcie do kierunku ustawienia się igły magnetycznej w tym punkcie nazywamy **liniami pola magnetycznego**. Przyjęto **umownie**⁶, że zwrot linii pola magnetycznego jest wskazywany przez północny biegun igły magnetycznej (rys. 13.3a i b).



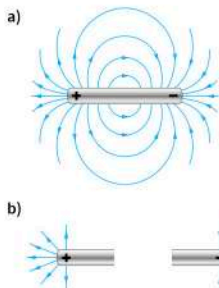
Rys. 13.3 Linie pola: magnesu sztabkowego (a), magnesu podkowiastego (b)

Zauważ, że pole magnetyczne magnesu sztabkowego przypomina pole elektrostatyczne dipola elektrycznego, które można wytworzyć przez elektryzowanie ładunkami o jednakowej wartości i przeciwnych znakach końców szklanego pręta (rys. 13.4a).

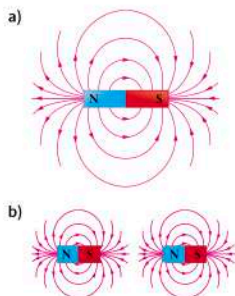
Po złamaniu pręta i oddaleniu jego połówek zauważymy, że każdy z końców pręta wytworzył własne, w przybliżeniu centralne, pole elektryczne.

⁶ Umowę przyjętą przez fizyków poznasz w rozdziale 15.

Podobne doświadczenie z magnesem sztabkowym pokazuje, że nie można rozdzielić biegunów magnetycznych – każda połowa magnesu nadal pozostaje magnesem, ponieważ ma dwa przeciwne bieguny na końcach (rys. 13.5).



Rys. 13.4 Pole elektstatyczne dipola elektrycznego (a). Pola elektstatyczne dodatniego i ujemnego ładunku po rozdzieleniu dipola (b)

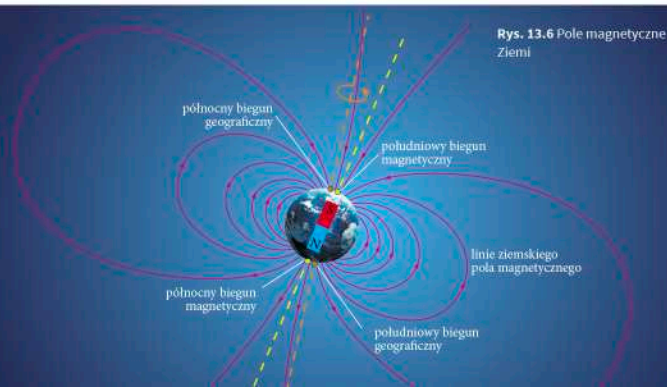


Rys. 13.5 Pola magnetyczne magnesu sztabkowego (a) i jego połówek (b)

Taki sam rezultat uzyskamy, jeśli podzielimy magnes na dowolnie wiele mniejszych części, co świadczy o tym, że:

Bieguny magnetyczne występują zawsze parami w postaci dipoli magnetycznych. Dotychczas nie stwierdzono istnienia tzw. monopoli magnetycznych, czyli pojedynczych biegunów magnetycznych.

Ogromnym dipolem magnetycznym jest nasza planeta.



Rys. 13.6 Pole magnetyczne Ziemi

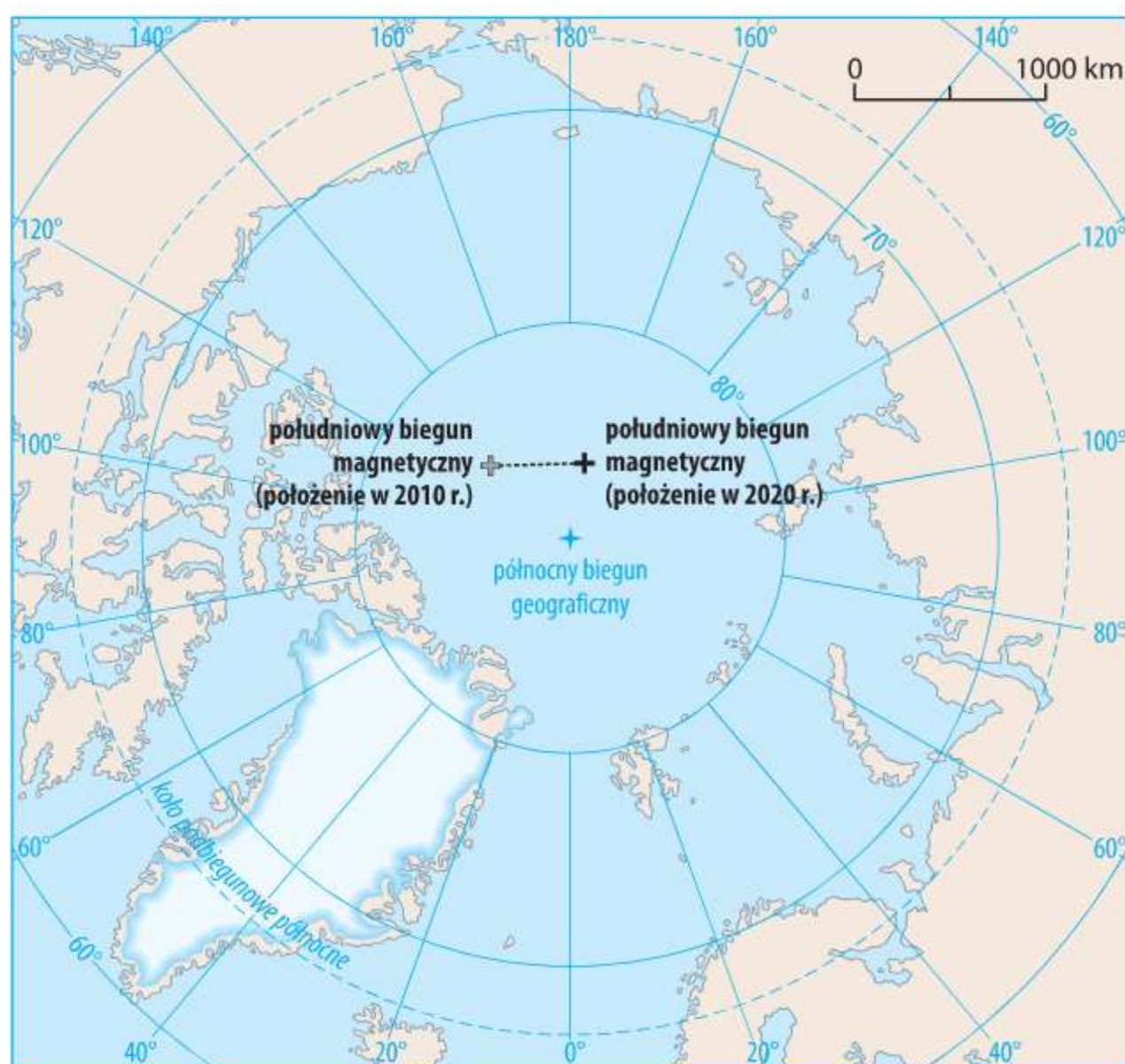
Jak wiesz, pole magnetyczne Ziemi w niewielkich odległościach od niej przypomina pole magnetyczne magnesu sztabkowego (poglądowo przedstawiono to na rys. 13.6). Bieguny magnetyczne Ziemi nie pokrywają się z biegunami geograficznymi, a ich położenie ulega powolnym zmianom.

Bardzo ważną rolę pola magnetycznego Ziemi omówimy w rozdziale 16.

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Zamiana położenia biegunów magnetycznych Ziemi

O tym, że igła kompasu pokazuje północ tylko w dość dobrym przybliżeniu, żeglarze wiedzieli od wieków. Współcześnie ujmujemy to nieco inaczej – stwierdzamy, że bieguny magnetyczne Ziemi nie pokrywają się z biegunami geograficznymi (rys. 13.7).



Rys. 13.7 Zmiana położenia południowego bieguna magnetycznego Ziemi

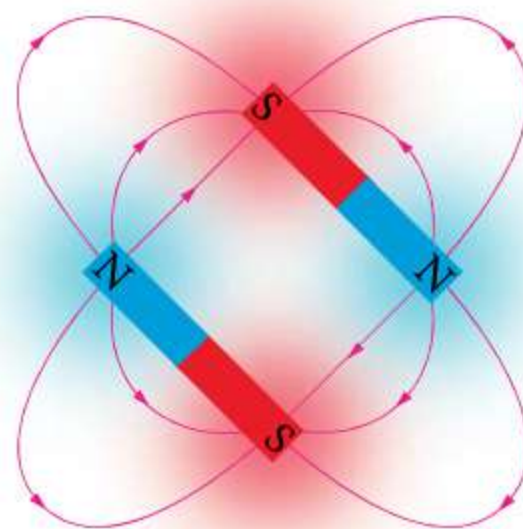
Z dokładnych badań ziemskiego pola magnetycznego wyłania się jednak jeszcze bardziej skomplikowany obraz: bieguny magnetyczne Ziemi nie są położone dokładnie naprzeciwko siebie, linie pola magnetycznego Ziemi, których kierunek pokazuje kompas, tylko w przybliżeniu wskazują na bieguny magnetyczne, a na dodatek położenie biegunów magnetycznych zmienia się w czasie w sposób wyglądający na chaotyczny. Stąd płynie wniosek, że opis ziemskiego pola magnetycznego jako dipola, lekko tylko odchylonego od osi obrotu Ziemi, jest dużym uproszczeniem. Nasuwa się też pytanie o to, jak bardzo biegun magnetyczny może się oddalić od bieguna geograficznego.

Choć brzmi to zaskakująco, okazuje się, że biegun magnetyczny wskazywany obecnie przez „północny” biegun igły kompasu wielokrotnie gościł na półkuli południowej. Wynika to z badań minerałów o właściwościach magnetycznych (przede wszystkim powszechnie występującego magnetytu). Magnetyt podczas krzepnięcia zachowuje kierunek ziemskiego

pola magnetycznego, które wtedy na niego działało. Żmudna analiza namagnesowania ziaren magnetytu w wielu miejscach na Ziemi jednoznacznie wskazuje, że zamiana biegunów magnetycznych (nazywana przebiegunowaniem) zdarzała się już wielokrotnie w historii Ziemi, bez żadnej zauważalnej regularności. Ostatnie takie zdarzenia datuje się mniej więcej na 780 tys., 990 tys. i 1,06 mln lat temu.

Jak przebiega zamiana biegunów magnetycznych Ziemi? Źródłem ziemskiego pola magnetycznego są prądy elektryczne powstające w płynnym, metalicznym wnętrzu Ziemi. Jest to złożony proces, lecz mniej więcej od 25 lat umiemy go w miarę skutecznie modelować za pomocą symulacji numerycznych. Ze względu na to, że mamy tylko przybliżoną wiedzę o składzie i właściwościach materii w jądrze i płaszczu Ziemi, takie symulacje wykonuje się na superkomputerach, w wielu wariantach. Testowane są różne założenia i sprawdzana jest zgodność przewidywań m.in. z danymi z obserwacji sejsmicznych. Dipolowy charakter ziemskiego pola magnetycznego, do którego przywykliśmy, jest powiązany z rozległym prądem wirowym we wnętrzu Ziemi, płynącym w przybliżeniu wokół jej osi obrotu. Jednak czasem dochodzi do sytuacji, w której prądy elektryczne w głębi Ziemi nie dadzą się tak prosto opisać. Pole magnetyczne na powierzchni Ziemi jest wtedy znacznie słabsze, a liczba punktów, które za pomocą kompasu moglibyśmy oznaczyć jako bieguny magnetyczne, jest wielokrotnością liczby dwa. Najprostszym takim układem może być kwadrupol, w którym występują po dwa bieguny każdego rodzaju (rys. 13.8), ale możliwe są też bardziej złożone konfiguracje. Na podstawie danych geomagnetycznych wnioskuje się, że taki okres chaotycznego, osłabionego pola magnetycznego może trwać od kilkudziesięciu do kilku tysięcy lat, po czym ponownie zaczyna dominować dipolowe pole magnetyczne o losowo wybranej orientacji. Do takiej sytuacji doszło około 41 tys. lat temu – ziemskie pole magnetyczne znacznie osłabło, a rekonstrukcja położenia południowego bieguna magnetycznego Ziemi wskazuje, że w ciągu tysiąca lat mógł on przemieścić się z Arktyki poprzez Pacyfik w okolice Australii, a następnie ku południowej Afryce, po czym powrócił na północną półkulę. Do trwałego przebiegunowania wówczas nie doszło.

Warto tu podkreślić, że „ruch bieguna magnetycznego” nie wiąże się z fizycznym przemieszczeniem jakiegoś obiektu, a jest jedynie zmianą położenia miejsca, w którym linie ziemskiego pola magnetycznego zagęszczają się i mają kierunek prawie prostopadły do powierzchni Ziemi.



Rys. 13.8 Pole kwadrupola magnetycznego

ZADANIA

1. Masz do dyspozycji dwie jednakowe sztabki, z których jedna jest magnesem. Zaproponuj sposób postępowania pozwalający rozróżnić sztabki.
2. Omów zasadę działania kompasu.



14. Przewodnik z prądem w polu magnetycznym

- Doświadczenie Ørsteda
- Siła elektrodynamiczna

Przypomnij sobie doświadczenie świadczące o działaniu przewodnika z prądem na igłę magnetyczną.

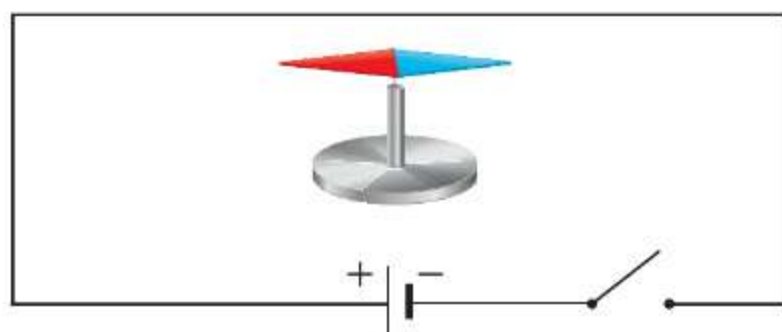
Do początków XIX wieku elektryczność i magnetyzm stanowiły dwa odrębne, niezwiązane ze sobą działy fizyki. Dopiero w 1820 roku duński fizyk Hans Christian Ørsted przypadkowo zauważył, że igła magnetyczna znajdująca się w pobliżu przewodnika odchyliła się od położenia początkowego i pozostała w nowym położeniu, gdy przez przewodnik popłynął prąd elektryczny.

Doświadczenie 14.1

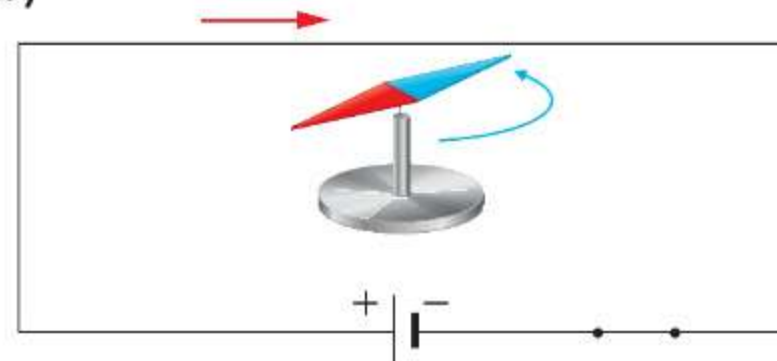
Działanie przewodnika z prądem na igłę magnetyczną

Nad igłą magnetyczną, równoległe do niej, umieszczamy prostoliniowy przewodnik połączony z baterią (rys. 14.1a).

a)



b)



Rys. 14.1

Zamykamy obwód. Obserwujemy, że igła magnetyczna odchyliła się (w płaszczyźnie poziomej) od swego pierwotnego położenia o pewien kąt (rys. 14.1b).

Świadczy to o oddziaływaniu strumienia ładunków poruszających się w przewodniku (prąd elektryczny) na igłę magnetyczną. Doświadczenie, które wykonaliśmy, nosi tradycyjnie nazwę doświadczenia Ørsteda.

Jak wiesz, oddziaływania muszą być wzajemne. Jeśli więc strumień ładunków działa na igłę magnetyczną stanowiącą źródło pola magnetycznego, to w polu magnetycznym na strumień cząstek naładowanych powinna także działać siła.

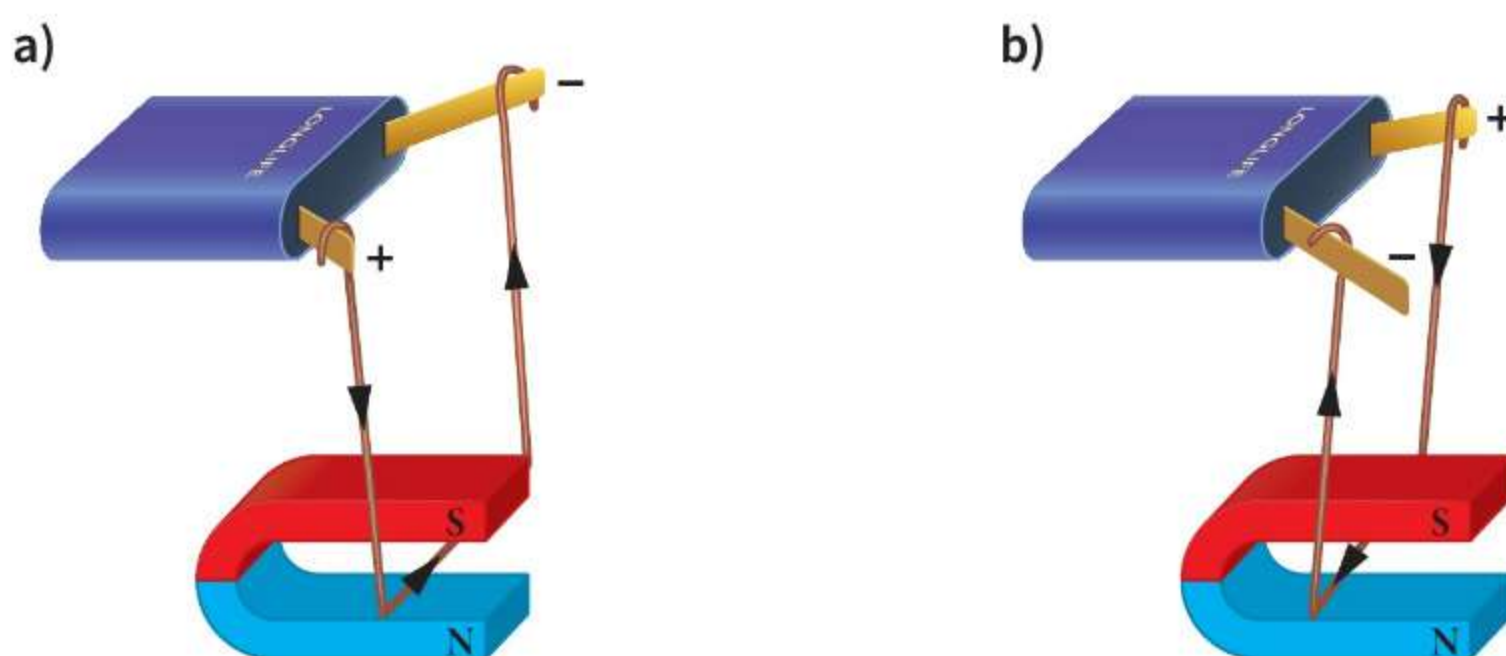
Sprawdzimy to doświadczalnie.

Do doświadczeń użyjemy baterijki płaskiej, magnesu podkowiastego i przewodnika aluminiowego lub miedzianego zgiętego tak, aby tworzył prostokątną ramkę o trzech bokach z końcówkami w postaci pętelek.

Doświadczenie 14.2

Siła elektrodynamiczna

Pod poziomo ułożoną baterijką płaską ustawiamy magnes podkowiasty i zawieszamy ramkę na dwóch blaszkach (biegunach) baterijki tak, aby jej pozioma część znalazła się pomiędzy biegunami magnesu (rys. 14.2a). W przewodniku płynie prąd, a ramka odchyła się od położenia pionowego.

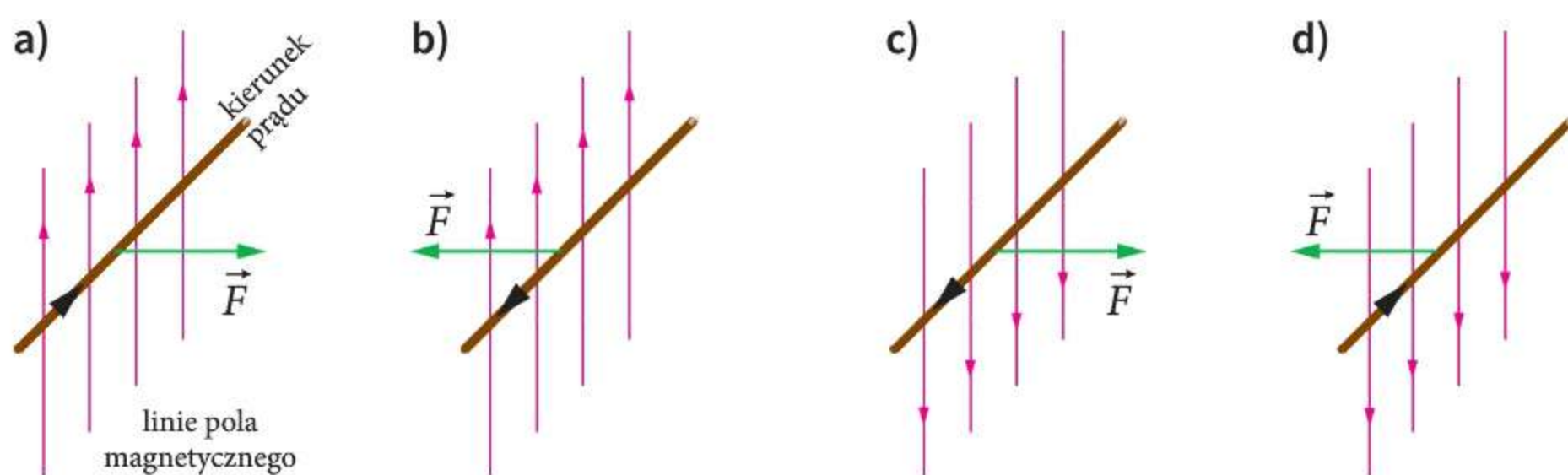


Rys. 14.2

Po usunięciu magnesu ramka ustawia się w płaszczyźnie pionowej.

Zmieniamy bieguny baterijki, aby kierunek prądu w ramce zmienił się na przeciwny (rys. 14.2b). Teraz ramka odchyła się w przeciwną stronę. Następnie zmieniamy ustawienie magnesu tak, by biegun N znajdował się nad biegunem S.

Powtarzamy doświadczenie. Wyniki kolejnych doświadczeń przedstawiliśmy na rysunkach (14.3a-d).

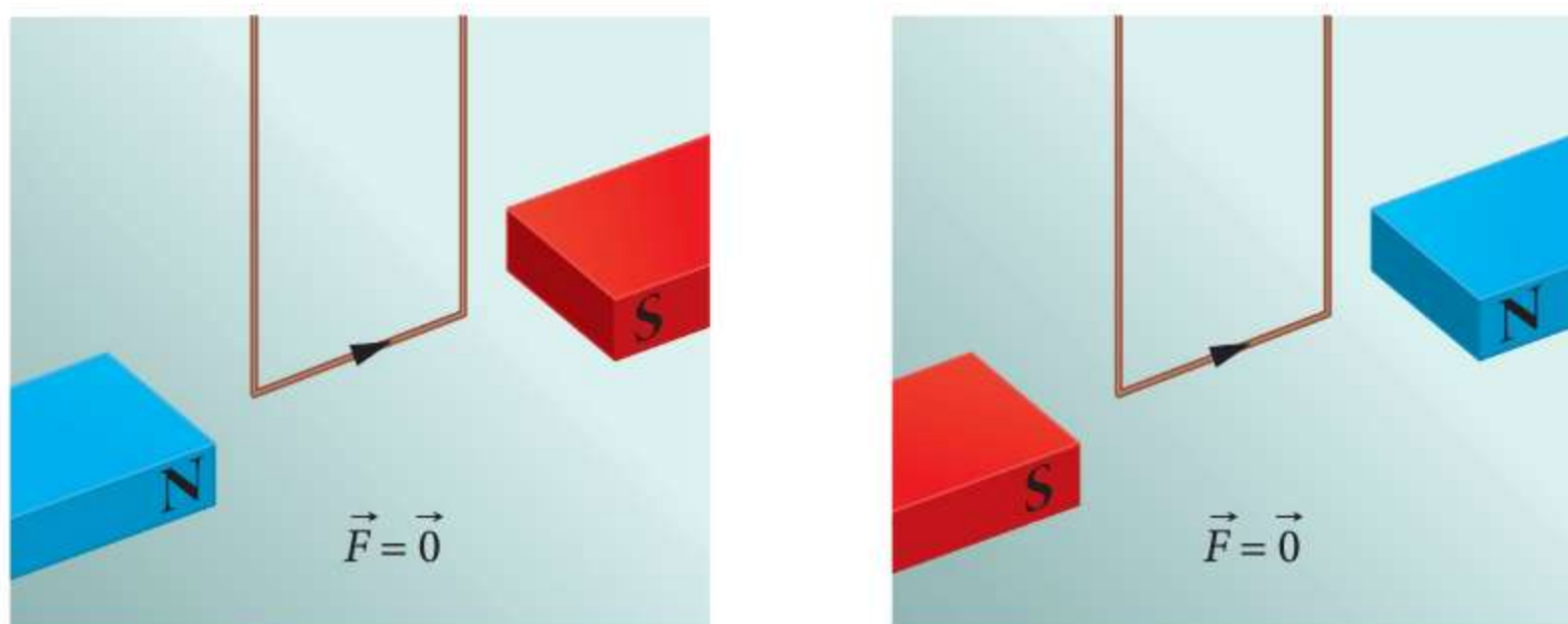


Rys. 14.3

Zaobserwowaliśmy, że:

- zmiana kierunku prądu w przewodniku powoduje zmianę zwrotu siły działającej na przewodnik;
- zmiana zwrotu linii pola magnetycznego powoduje zmianę zwrotu siły;
- równoczesna zmiana zarówno kierunku prądu, jak i zwrotu linii pola magnetycznego nie powoduje zmiany zwrotu siły.

Natomiast po umieszczeniu poziomej części ramki między dwoma magnesami w taki sposób, że kierunek prądu jest zgodny z kierunkiem linii pola magnetycznego, nie zaobserwujemy wychylenia ramki (rys. 14.4).

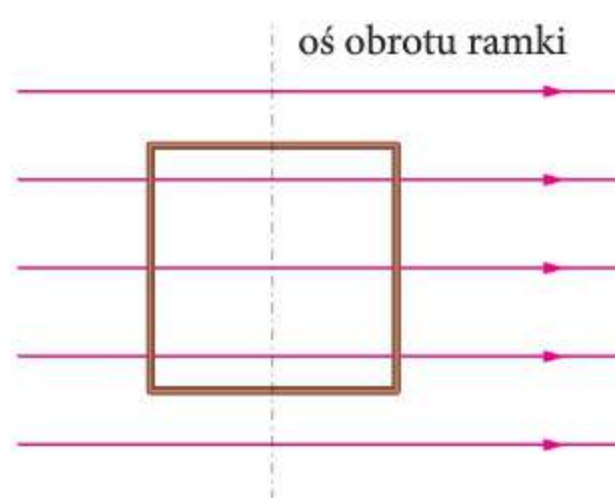


Rys. 14.4

Siła działająca na przewodnik z prądem w polu magnetycznym nosi nazwę **siły elektrodynamicznej**. Wykonane doświadczenia pozwoliły zbadać jej kierunek i zwrot w przypadku, w którym przewodnik jest prostopadły do linii pola magnetycznego. Jeśli moglibyśmy wykonać doświadczenia, w których przewodnik tworzy z liniami pola dowolny kąt różny od zera, to okazałoby się, że **siła elektrodynamiczna jest zawsze prostopadła do płaszczyzny, w której leżą przewodnik i linie pola magnetycznego**. Wartość siły elektrodynamicznej jest maksymalna, gdy przewodnik i linie pola magnetycznego są wzajemnie prostopadłe, a równa zero – gdy przewodnik i linie pola magnetycznego są do siebie równoległe.

ZADANIA

1. Kwadratową ramkę osadzono na osi przechodzącej przez środki jej przeciwległych boków i umieszczono w jednorodnym polu magnetycznym – tak jak na rysunku 14.5.



Rys. 14.5

- a) Jak zachowałaby się ramka, gdyby popłynął przez nią prąd stały w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara?
- b) Jak zmiana kierunku prądu w ramce wpłynęłaby na zachowanie ramki? Uzasadnij odpowiedzi.



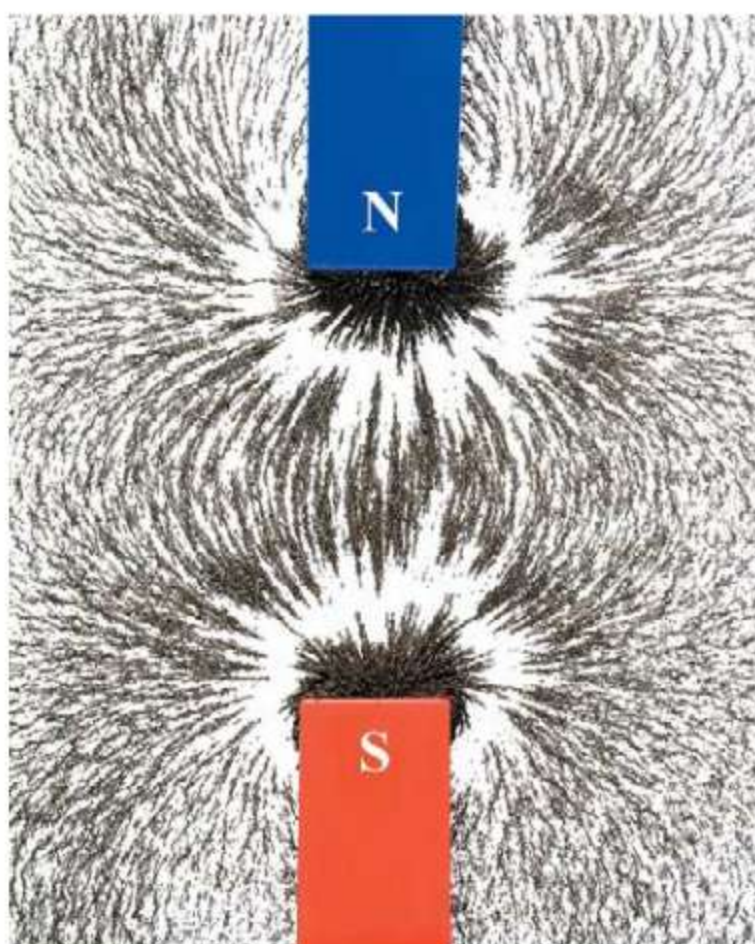
15. Wektor indukcji magnetycznej

- Kierunek wektora indukcji magnetycznej
- Wartość wektora indukcji magnetycznej
- Zwrot wektora indukcji magnetycznej
- Zależność siły elektrodynamicznej od indukcji magnetycznej

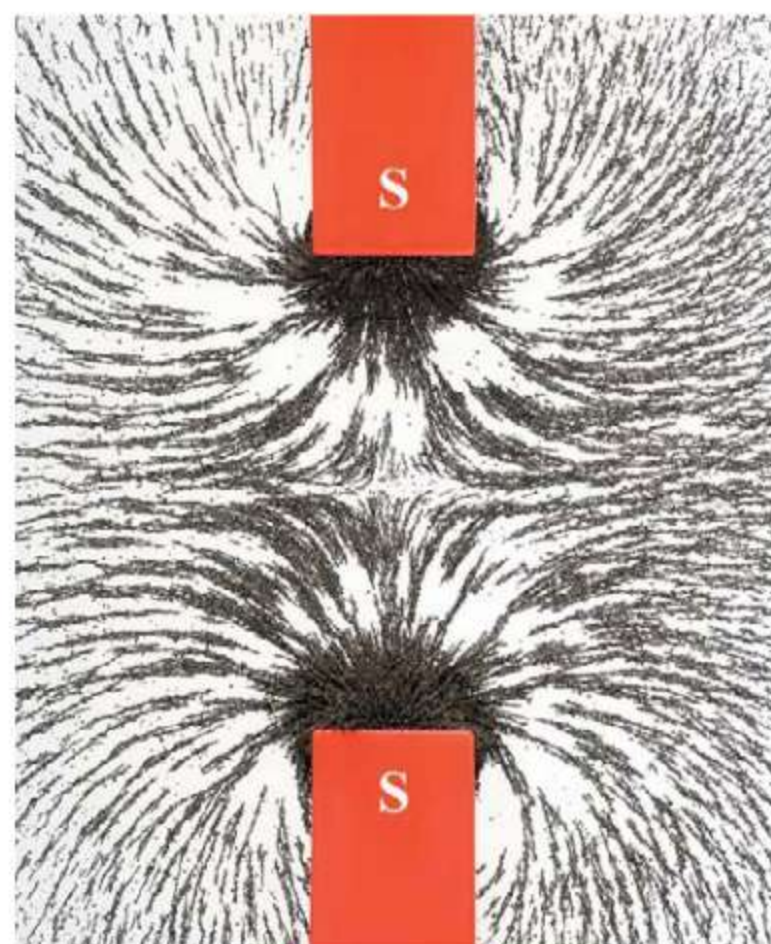
Przypomnij sobie wektorowy opis pola grawitacyjnego i pola elektrostatycznego oraz definicję iloczynu wektorowego.

Wektorowymi wielkościami fizycznymi opisującymi pola grawitacyjne i elektrostatyczne są natężenia tych pól, informujące o sile działającej w danym miejscu pola na ciało o jednostkowej masie (w polu grawitacyjnym) lub jednostkowym ładunku (w polu elektrostatycznym). Ich odpowiednikiem w ilościowym opisie pola magnetycznego (rys. 15.1) jest **wektor indukcji magnetycznej** $\vec{B}$.

a)



b)



Rys. 15.1 Pole magnetyczne układu magnesów zwróconych do siebie biegunami: różnoimiennymi (a), jednoimiennymi (b)

Jakie są cechy tego wektora? Z doświadczeń omówionych w poprzednich rozdziałach wynika, że kierunek indukcji magnetycznej jest zgodny z kierunkiem linii pola. Można go łatwo wyznaczyć – wystarczy znaleźć w polu magnetycznym takie ustawienie odcinka przewodnika z prądem, w którym nie działa na niego siła elektrodynamiczna. W położeniu prostopadłym do wyznaczonego (a więc prostopadłym do $\vec{B}$) – siła ta będzie maksymalna.

Od czego zależy wartość maksymalnej siły? Nasuwają się dwie hipotezy:

1. Skoro przepływ prądu w przewodniku (wzrost natężenia prądu od 0 do I po zamknięciu obwodu) powoduje pojawienie się siły elektrodynamicznej, to jej wartość powinna być tym większa, im natężenie prądu będzie większe.
2. Im dłuższy będzie odcinek przewodnika z prądem, tym większa powinna być wartość działającej na przewodnik siły elektrodynamicznej.

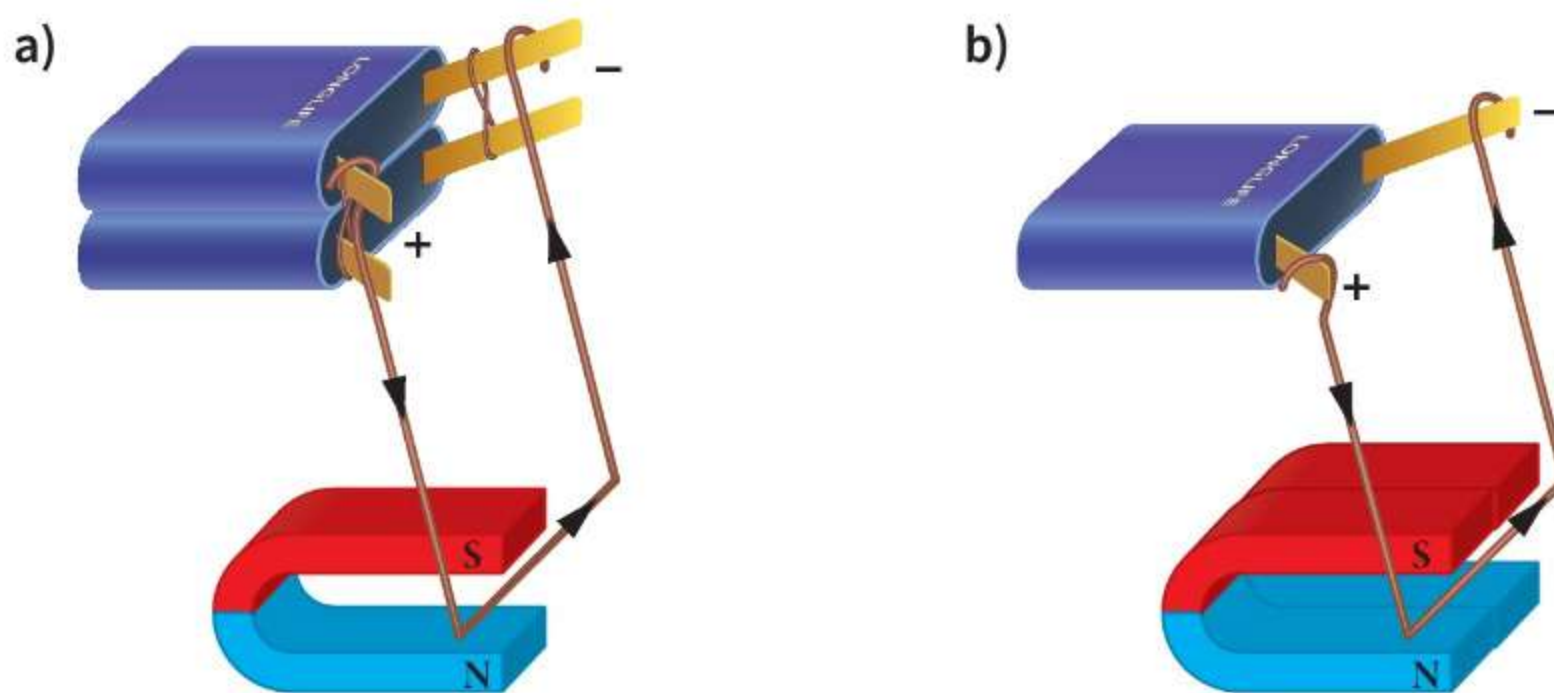
Aby zweryfikować sformułowane hipotezy, wykonamy następujące doświadczenie.

Doświadczenie 15.1

Od czego zależy wartość siły elektrodynamicznej?

Łączymy dwie baterijki przez spięcie drucikiem dwóch krótszych blaszek (bieguny „+”) i dwóch dłuższych (bieguny „-”). Z takiego układu baterijek (rys. 15.2a) popłynie w ramce prąd o prawie dwa razy większym natężeniu niż z pojedynczej baterii.

Stwierdzamy, że ramka wychyla się o większy kąt niż wówczas, gdy płynął w niej prąd z jednej baterijki.



Rys. 15.2

Następnie obok jednego magnesu podkowiastego stawiamy drugi i stykamy je jednakowymi biegunami (rys. 15.2b). W polu magnetycznym znajdzie się teraz dwa razy dłuższy odcinek przewodnika. Stwierdzamy, że ramka wychyla się o większy kąt niż wówczas, gdy użyliśmy jednego magnesu. Zauważ, że poziomy odcinek ramki jest prostopadły do linii jednorodnego pola magnetycznego wewnątrz magnesu, więc działająca na ten odcinek siła elektrodynamiczna ma wartość maksymalną.

Nie wykonaliśmy precyzyjnych pomiarów, które pozwoliłyby nam w każdym przypadku zmierzyć wartość siły elektrodynamicznej.

Wielokrotnie przeprowadzone przez fizyków doświadczenia wykazały, że:

Wartość maksymalnej siły elektrodynamicznej działającej na odcinek przewodnika o długości Δl , przez który płynie prąd o natężeniu I , jest wprost proporcjonalna zarówno do I , jak i do Δl .

$$\left. \begin{array}{l} F_{\max} \sim I \\ F_{\max} \sim \Delta l \end{array} \right\} \Rightarrow F_{\max} \sim I \cdot \Delta l$$

Z powyższej proporcjonalności wynika, że iloraz $\frac{F_{\max}}{I \cdot \Delta l} = \text{const}$ dla pola, w którym przeprowadzamy obserwacje.

W analogicznych doświadczeniach wykonanych w innym polu magnetycznym otrzymujemy także wprost proporcjonalną zależność wartości maksymalnej siły elektrodynamicznej od natężenia prądu i długości przewodnika, ale stały iloraz $\frac{F_{\max}}{I \cdot \Delta l}$ przyjmuje inną wartość liczbową. Możemy więc stwierdzić, że iloraz ten charakteryzuje pole magnetyczne. Nazywamy go **wartością indukcji magnetycznej**.

$$\frac{F_{\max}}{I \cdot \Delta l} = B$$

(15.1)

Wartością wektora indukcji magnetycznej (B) nazywamy stosunek wartości maksymalnej siły elektrodynamicznej działającej na element przewodnika o długości Δl , w którym płynie prąd o natężeniu I , do iloczynu natężenia prądu i długości elementu.

Jednostką indukcji magnetycznej jest **tesla**⁷ (1 T). Pole magnetyczne ma indukcję 1 T, gdy na przewodnik o długości 1 m, w którym płynie prąd o natężeniu 1 A, działa maksymalna siła elektrodynamiczna o wartości 1 N.

$$1 \text{ T} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$$

Znamy już metodę wyznaczania kierunku indukcji magnetycznej i wzór pozwalający obliczyć wartość tego wektora. Pozostaje do ustalenia zwrot $\vec{B}$. Fizycy przyjęli go **umownie** tak, by związek między siłą elektrodynamiczną $\vec{F}$, indukcją magnetyczną $\vec{B}$ i $\Delta \vec{l}$ (wektorem przypisanym elementowi przewodnika, przez który płynie prąd) miał postać:

$$\vec{F} = I \Delta \vec{l} \times \vec{B} \quad (15.2)$$

gdzie $\Delta \vec{l}$ to wektor o wartości Δl równej długości przewodnika umieszczonego w polu magnetycznym, kierunku wyznaczonym przez ten przewodnik i zwrocie zgodnym z kierunkiem płynącego w przewodniku prądu o natężeniu I .

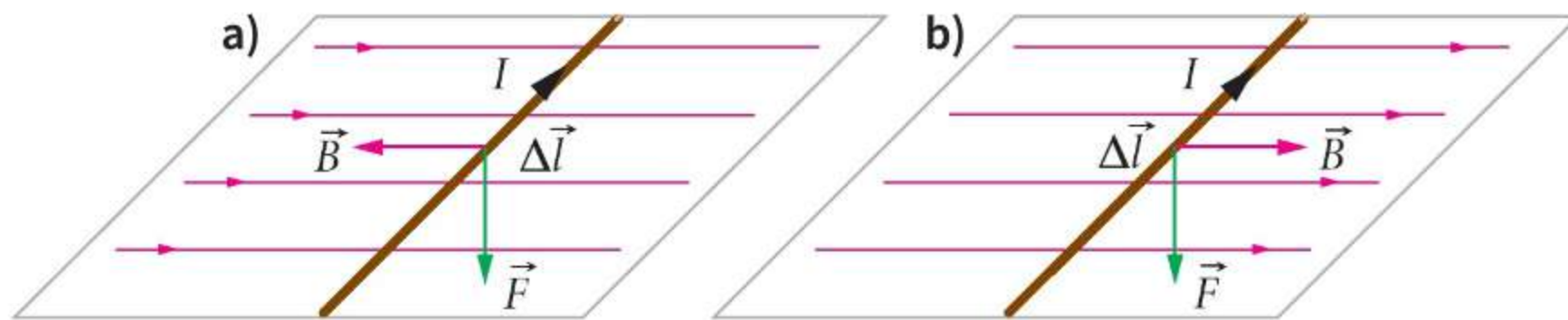
WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Pseudowektor

Zwrot znanych ci już wektorowych wielkości fizycznych jest jednoznacznie określony przez definicje tych wielkości; zwrot natężenia pola grawitacyjnego w każdym jego punkcie jest zgodny ze zwrotem siły grawitacji działającej w danym punkcie na ciało o masie m , a zwrot natężenia pola elektrostatycznego – ze zwrotem siły elektrostatycznej działającej na dodatni ładunek q . Zwroty wymienionych wyżej sił obserwujemy w zjawiskach fizycznych zachodzących w przyrodzie – w oddziaływaniu grawitacyjnym czy też elektrostatycznym.

⁷ Nazwa tej jednostki pochodzi od nazwiska Nikoli Tesli (1856–1943), inżyniera i konstruktora, wynalazcy m.in. transformatora wysokiej częstotliwości.

Czy **zwrot** indukcji magnetycznej jest jednoznacznie określony – np. przy oddziaływaniu igły magnetycznej z magnesem sztabkowym lub z przewodnikiem, przez który płynie prąd? W doświadczeniu stwierdzamy, że siła elektrodynamiczna $\vec{F}$ działająca na element przewodnika $\Delta\vec{l}$ jest prostopadła do tego elementu i linii pola wyznaczającej kierunek $\vec{B}$, niezależnie od zwrotu tego wektora. Na rysunku 15.3 przedstawiono dwa **możliwe** zwroty wektora $\vec{B}$.



Rys. 15.3

Jeśli indukcja magnetyczna $\vec{B}$ byłaby zwrócona w lewo (rys. 15.3a), to jej związek z $\Delta\vec{l}$ i $\vec{F}$ wyrażałby się wzorem:

$$\vec{F} = I\vec{B} \times \Delta\vec{l}$$

Jeśli natomiast indukcja $\vec{B}$ byłaby zwrócona w prawo (rys. 15.3b), to wzór wiążący $\vec{B}$, $\Delta\vec{l}$ i $\vec{F}$ miałby postać:

$$\vec{F} = I\Delta\vec{l} \times \vec{B} \quad (15.3)$$

Fizycy wybrali drugą możliwość. Przyjęli umownie taki zwrot $\vec{B}$, aby siła elektrodynamiczna wyrażała się wzorem (15.3).

Tak przyjęty zwrot wektora $\vec{B}$ oznacza, że zwrot linii pola jest zgodny ze zwrotem wskazywanym przez północny biegun igły magnetycznej.

Wielkość, której zwrot można określić na podstawie umowy, nazywamy **pseudowektorem**. Indukcja magnetyczna to pseudowektor, ponieważ jej zwrot nie jest określony przez zjawisko fizyczne, lecz przyjęty na podstawie umowy.

Wzór (15.3) jest słuszny dla elementów przewodnika tworzących dowolny kąt z liniami pola magnetycznego, czyli z kierunkiem $\vec{B}$. Wartość siły elektrodynamicznej:

$$F = I\Delta l B \sin \angle(\Delta\vec{l}, \vec{B})$$

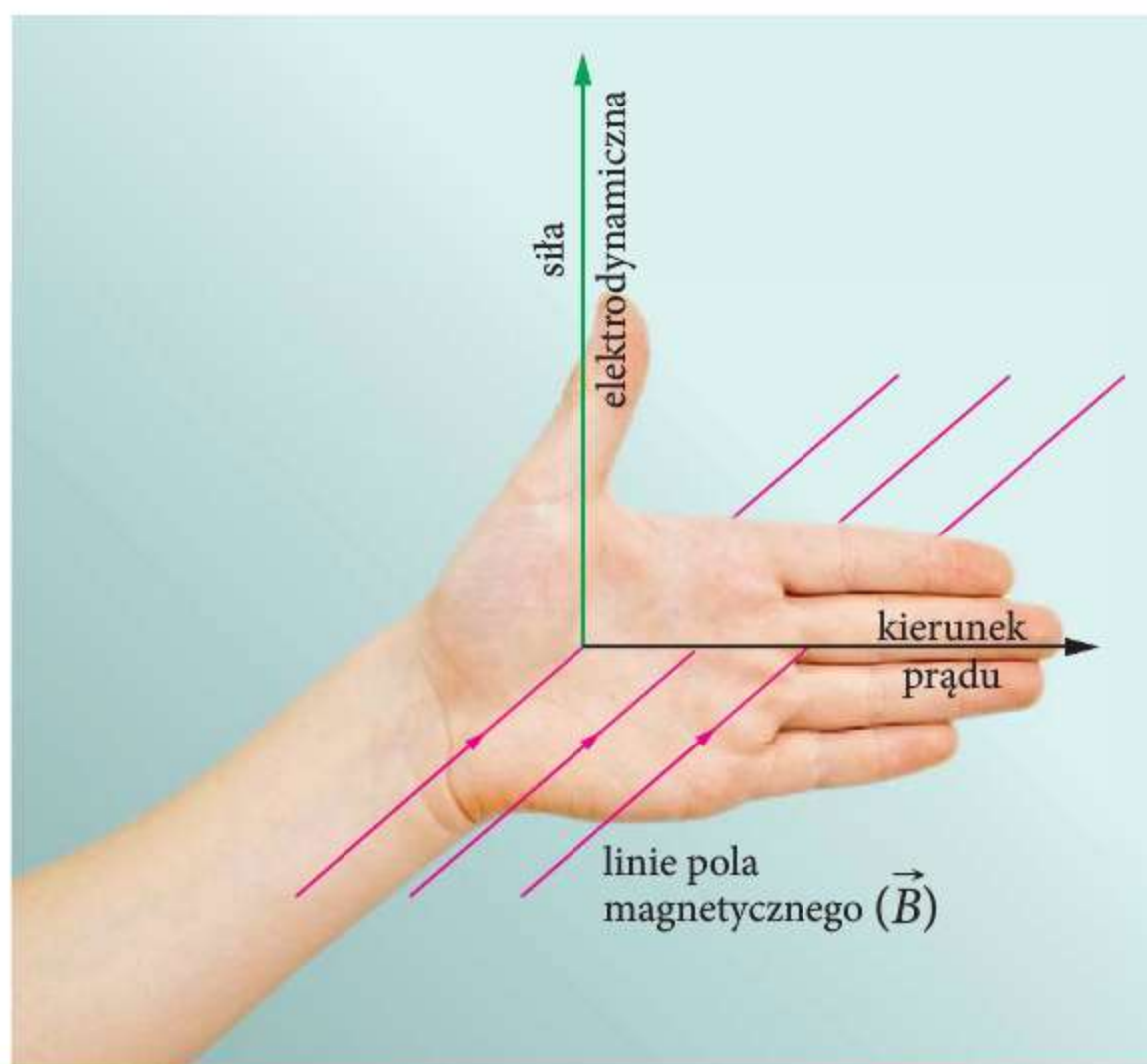
Jeśli przewodnik umieszczony jest:

- wzdłuż linii pola, to $\angle(\Delta\vec{l}, \vec{B}) = 0$ lub $\angle(\Delta\vec{l}, \vec{B}) = \pi$, czyli $F = I\Delta l B \sin 0 = 0$,
 - prostopadle do linii pola, to $\angle(\Delta\vec{l}, \vec{B}) = \frac{\pi}{2}$, czyli $F = I\Delta l B \sin \frac{\pi}{2} = I\Delta l B = F_{\max}$,
- co jest zgodne z obserwacjami w doświadczeniach.

Znajomość indukcji magnetycznej pozwala znaleźć siłę działającą na umieszczony w polu odcinek przewodnika, przez który płynie prąd. Pamiętaj, że kierunek działania siły elektrodynamicznej **jest zawsze prostopadły do linii pola**.

Szybkie znajdowanie siły elektrodynamicznej ułatwia **reguła lewej dłoni** (rys. 15.4).

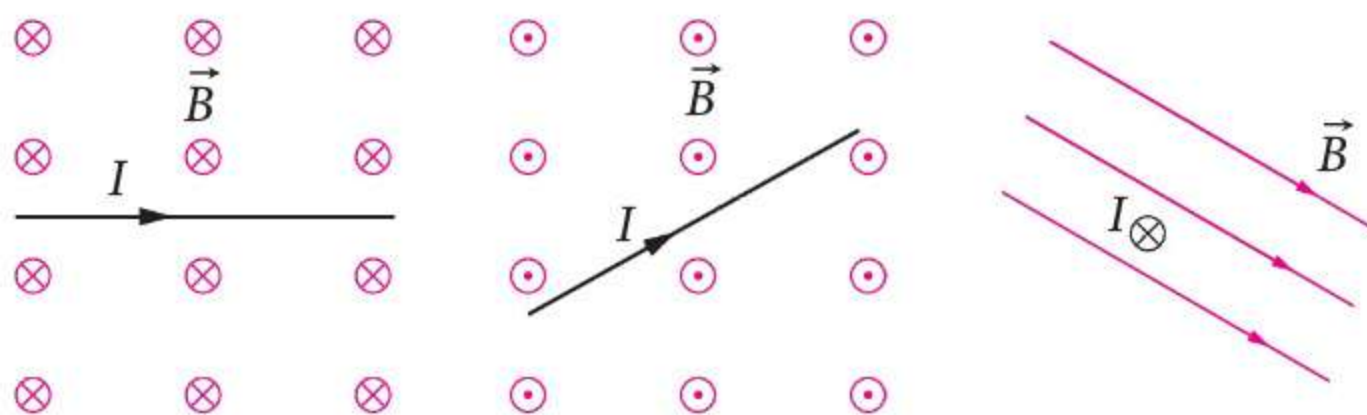
Jeśli lewą dłoń ustawimy tak, by linie pola magnetycznego ($\vec{B}$) „wbijały się” w jej wnętrze, a palce wskazywały kierunek przepływu prądu, to wyprostowany kciuk wskaże siłę elektrodynamiczną.



Rys. 15.4 Stosowanie reguły lewej dłoni

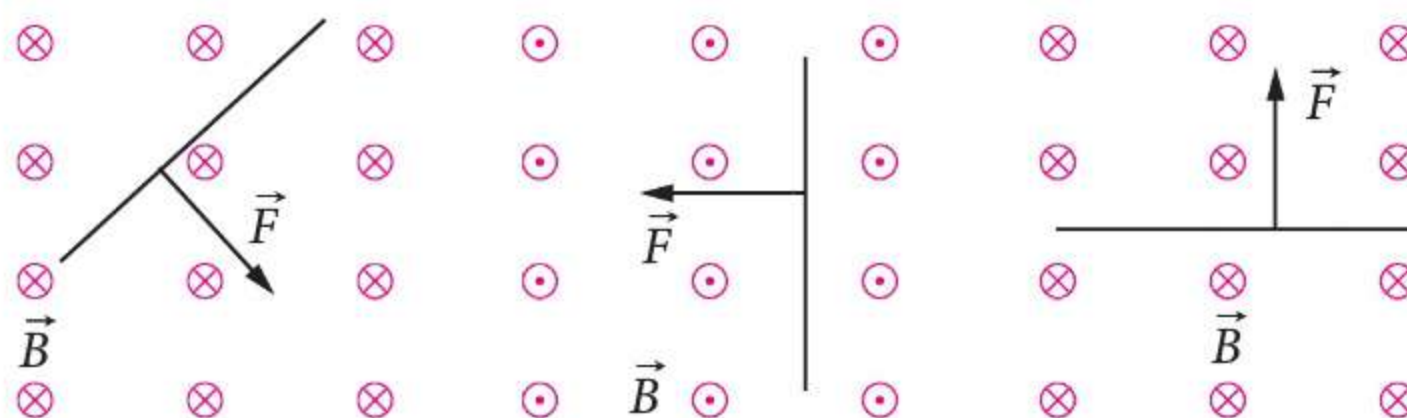
ZADANIA

1. Ustal, które z wektorów występujących we wzorze $\vec{F} = I\Delta\vec{l} \times \vec{B}$ są zawsze do siebie prostopadłe, a które mogą tworzyć dowolny kąt.
2. Przerysuj do zeszytu kolejne rysunki i wykonaj polecenia.
 - a) Narysuj siłę elektrodynamiczną.



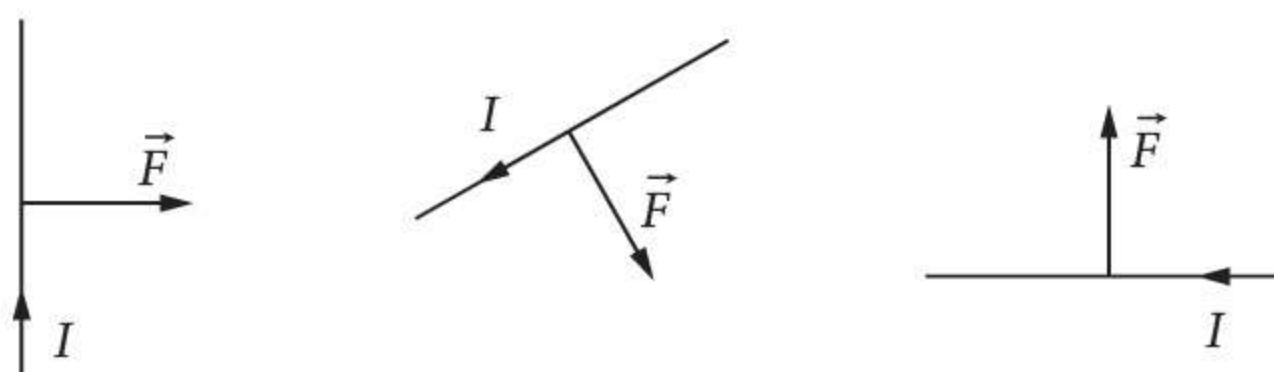
Rys. 15.5

- b) Zaznacz kierunek prądu w przewodniku.



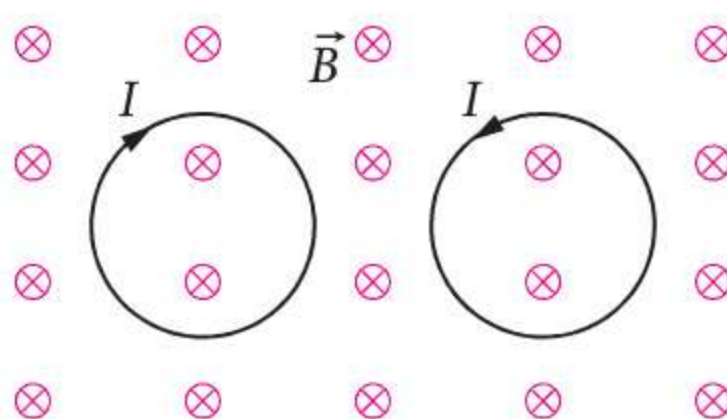
Rys. 15.6

c) Narysuj linie pola magnetycznego i zaznacz ich zwrot.



Rys. 15.7

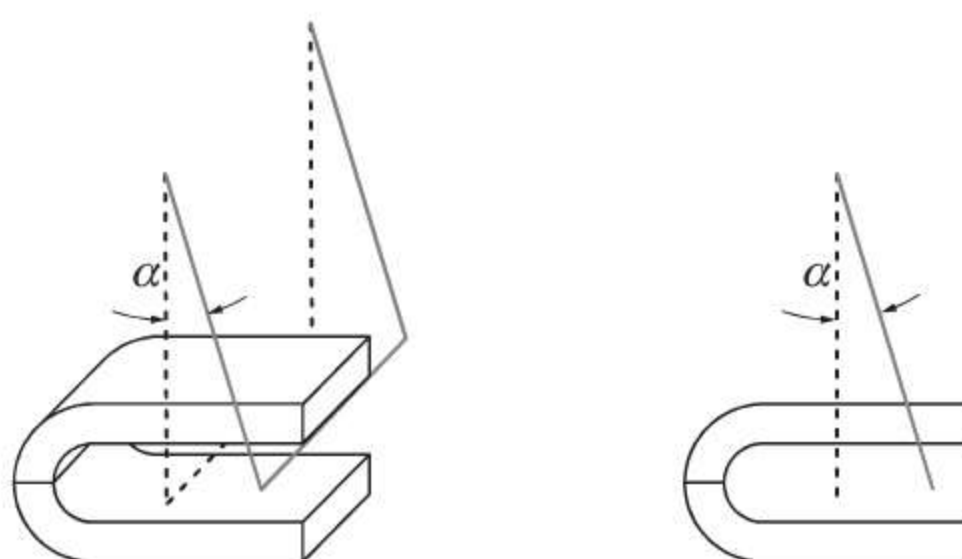
3. W jednorodnym polu magnetycznym znajdują się dwa jednakowe aluminiowe pierścienie (rys. 15.8).



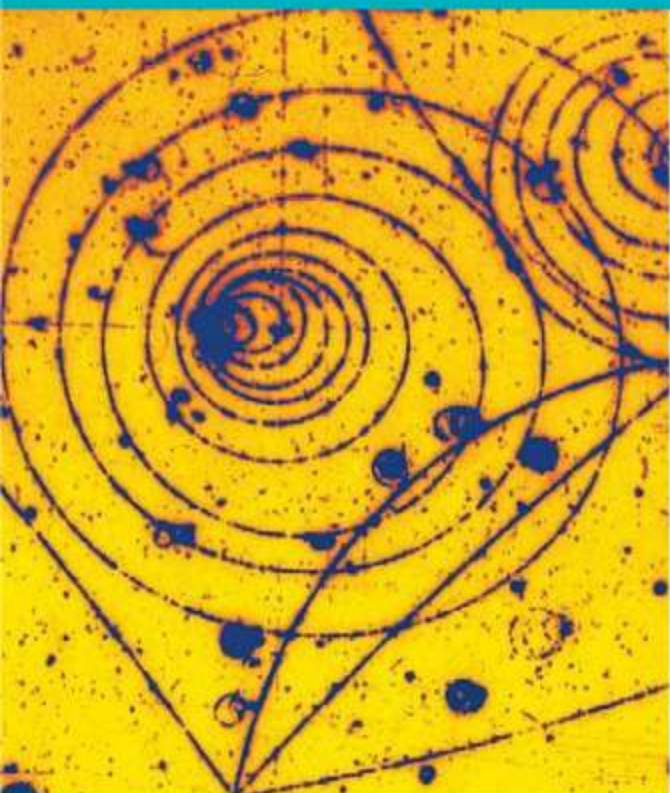
Rys. 15.8

Przerysuj rysunki do zeszytu. Na każdym z pierścieni zaznacz po kilka elementów Δl i narysuj siły działające na te elementy podczas przepływu przez pierścienie prądu o natężeniu I w kierunku zaznaczonym strzałką. Sformułuj i zapisz wniosek.

4. W jednorodnym polu magnetycznym, którego indukcja ma wartość $B = 0,1 \text{ T}$, umieszczono element przewodnika o długości $\Delta l = 2 \text{ cm}$ prostopadle do linii pola. W przewodniku płynie prąd o natężeniu $I = 1,5 \text{ A}$.
- Oblicz wartość siły elektrodynamicznej działającej na element Δl przewodnika.
 - Oblicz wartość siły, która działałaby na element Δl przewodnika, gdyby tworzył on z liniami pola kąt $\alpha = 30^\circ$.
5. Uczniowie skonstruowali model tzw. huśtawki magnetycznej, czyli metalowej ramki z prądem wykonującej drgania w polu magnetycznym. Na rysunku 15.9 przedstawiono schematycznie taką huśtawkę wychyloną o maksymalny kąt od położenia równowagi. Wyjaśnij zasadę działania huśtawki.



Rys. 15.9



16. Naładowana cząstka w polu magnetycznym

- Siła Lorentza i tor ruchu naładowanej cząstki
- Ruch naładowanej cząstki w skrzyżowanych polach elektrycznym i magnetycznym
- Budowa i zasada działania cyklotronu
- Magnetosfera Ziemi

Przypomnij sobie definicję indukcji magnetycznej, definicję natężenia pola elektrostatycznego oraz warunek ruchu jednostajnego po okręgu.

Prąd płynący w przewodniku jest uporządkowanym ruchem elektronów, zatem siła elektrodynamiczna działająca na element przewodnika jest sumą sił działających na poszczególne elektrony, poruszające się w przewodniku z pewną prędkością średnią. Siłę magnetyczną działającą na pojedynczy elektron poruszający się wzdłuż przewodnika z prędkością $\vec{v}$ wyrażamy wzorem:

$$\vec{F} = q_{\text{elektronu}} \vec{v} \times \vec{B}$$

Ponieważ $q_{\text{elektronu}} = -e$, to:

$$\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

Gdy w polu magnetycznym porusza się z prędkością $\vec{v}$ cząstka o ładunku dodatnim q , to pole działa na nią siłą:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (16.1)$$

Siła magnetyczna wyrażona wzorem (16.1) nosi nazwę **siły Lorentza**. Jej wartość:

$$F = qvB \sin \angle(\vec{v}, \vec{B})$$

Jeśli naładowana cząstka porusza się:

- wzdłuż linii pola, to $\angle(\vec{v}, \vec{B}) = 0$ (gdy $\vec{v}$ i $\vec{B}$ mają zwroty zgodne) lub $\angle(\vec{v}, \vec{B}) = \pi$ (gdy $\vec{v}$ i $\vec{B}$ mają zwroty przeciwne), więc $F = qvB \sin 0 = qvB \sin \pi = 0$;
- prostopadle do linii pola, to $\angle(\vec{v}, \vec{B}) = \frac{\pi}{2}$, więc $F = qvB \sin \frac{\pi}{2} = qvB = F_{\text{max}}$.

Pamiętaj, że siła Lorentza jest zawsze prostopadła do płaszczyzny, w której leżą wektory $\vec{v}$ i $\vec{B}$, a więc jest prostopadła zarówno do $\vec{B}$, jak i do $\vec{v}$.

Zauważ, że wzór na wartość maksymalnej siły Lorentza $F_{\text{max}} = qvB$ działającej na cząstkę dodatnią pozwala zapisać definicję wartości indukcji magnetycznej w postaci:

$$B = \frac{F_{\text{max}}}{qv} \quad q > 0$$

Wartością B indukcji magnetycznej $\vec{B}$ nazywamy stosunek wartości maksymalnej siły Lorentza działającej na cząstkę o ładunku dodatnim poruszającą się z szybkością v , do iloczynu ładunku i szybkości tej cząstki.

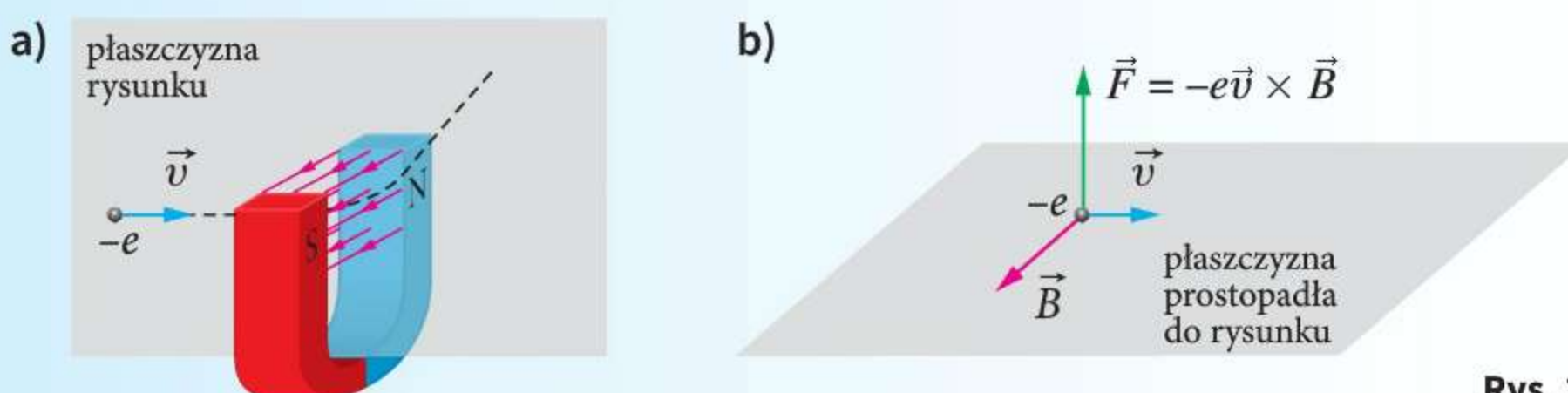
Skoro kierunek siły Lorentza jest prostopadły do prędkości, to **siła magnetyczna nie wykonuje pracy**. Wobec tego energia kinetyczna naładowanej cząstki, poruszającej się w polu magnetycznym (gdy siła magnetyczna jest jedyną działającą siłą), nie ulega zmianie.

Znajomość indukcji magnetycznej pozwala znaleźć siłę Lorentza działającą na cząstkę o znanym ładunku q oraz znanej prędkości $\vec{v}$ i opisać jej ruch. W tym celu należy odpowiednio zastosować regułę lewej dłoni z uwzględnieniem znaku ładunku cząstki (palce ustawiamy zgodnie ze zwrotem prędkości cząstki dodatniej, a przeciwnie do zwrotu prędkości cząstki ujemnej) lub sprawnie posługiwać się iloczynem wektorowym.

Przykład 16.1

Siła Lorentza działająca na elektrony

Pomiędzy bieguny magnesu wytwarzającego pole, którego linie są zwrócone nad płaszczyznę rysunku (rys. 16.1a), wpada wiązka elektronów.

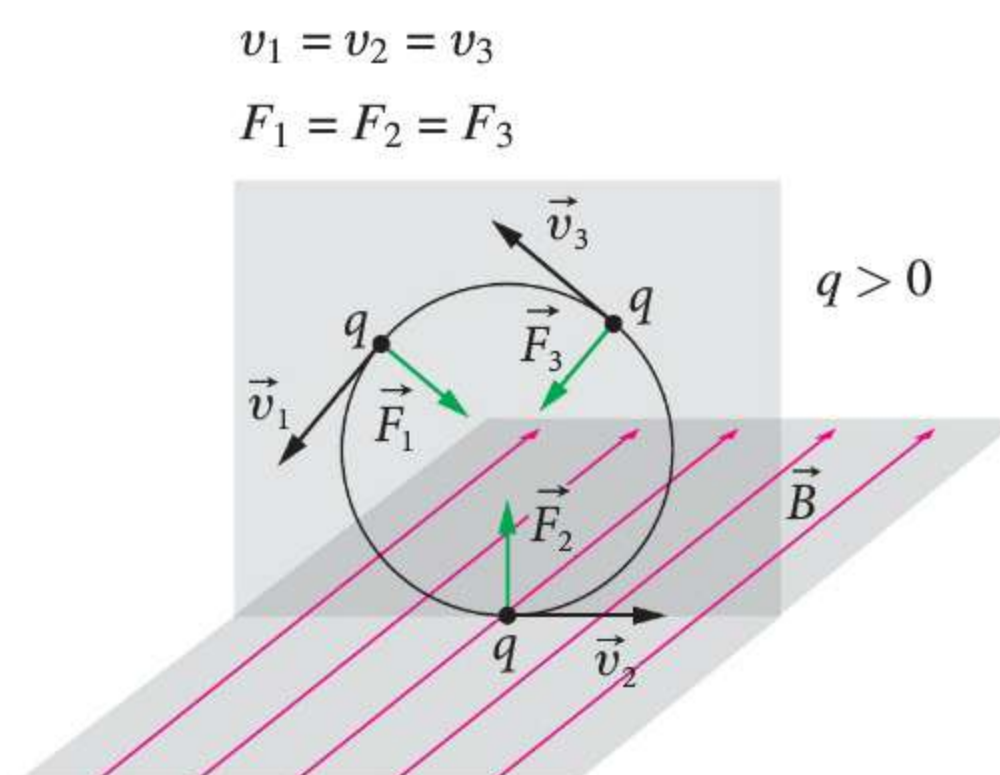


Rys. 16.1

Na każdy elektron wchodzący do pola magnetycznego działa siła Lorentza zwrócona w górę (rys. 16.1b). Tor wiązki ulegnie więc zakrzywieniu ku górze (nie w stronę bieguna!). W tym przypadku wektory $\vec{v}$ i $\vec{B}$ leżą w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny rysunku, a tor elektronu leży w płaszczyźnie rysunku.

Jeśli naładowana cząstka porusza się równolegle do wektora indukcji pola magnetycznego, wartość siły Lorentza działającej na tę cząstkę wynosi zero. Jej ruch jest w takim przypadku jednostajny, prostoliniowy.

Na cząstkę poruszającą się z prędkością prostopadłą do linii pola działa siła o maksymalnej wartości i kierunku prostopadłym do płaszczyzny utworzonej przez linie pola i wektor prędkości chwilowej (rys. 16.2).



Rys. 16.2 Siła Lorentza jako siła dośrodkowa

Ruch ciała pod wpływem siły prostopadłej do wektora prędkości jest ci znany – to ruch po okręgu ze stałą szybkością. Działająca na cząstkę siła magnetyczna jest w tym przypadku siłą dośrodkową, która powoduje zmianę kierunku prędkości, zatem:

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \quad (16.2)$$

Promień okręgu, po którym porusza się cząstka:

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (16.3)$$

Jak wiadomo, siła dośrodkowa nie wykonuje nad ciałem pracy (w każdym punkcie $\vec{F}_{\text{dośr}} \perp \Delta \vec{r} \Rightarrow \Delta W = \vec{F}_{\text{dośr}} \cdot \Delta \vec{r} = 0$), więc **energia kinetyczna cząstki pozostaje stała podczas ruchu.**

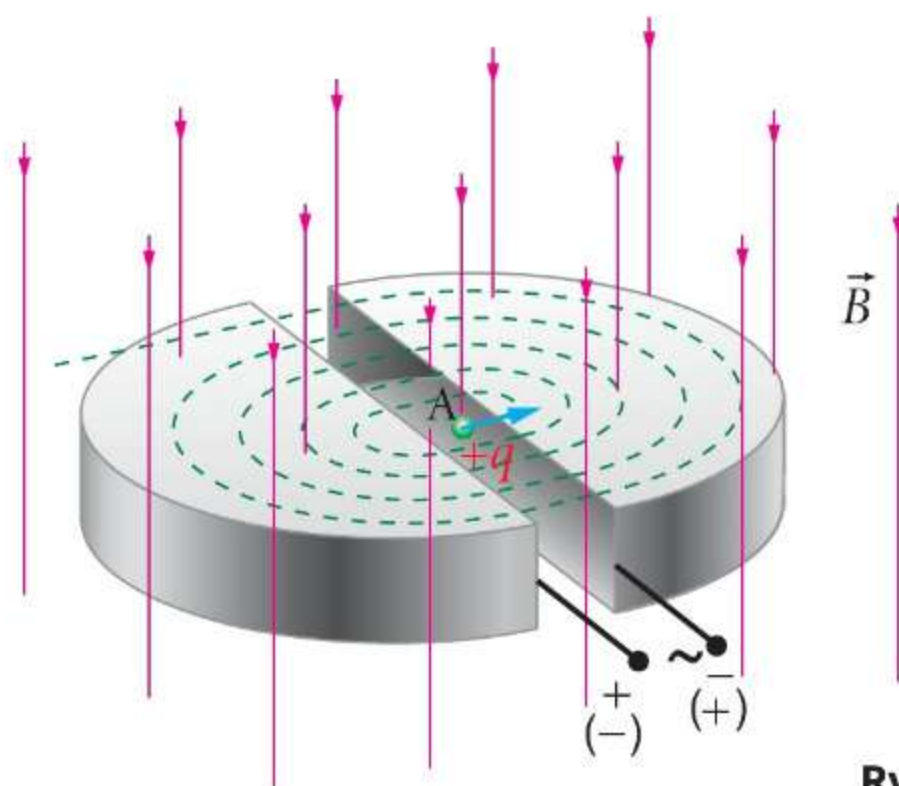
Obliczmy okres obiegu cząstki o masie m i ładunku q wpadającej z prędkością $\vec{v}$ w jednorodne pole magnetyczne o indukcji $\vec{B}$ prostopadłe do linii tego pola.

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Stąd po skorzystaniu z wzoru (16.3) otrzymujemy:

$$T = 2\pi \frac{m}{qB} \quad (16.4)$$

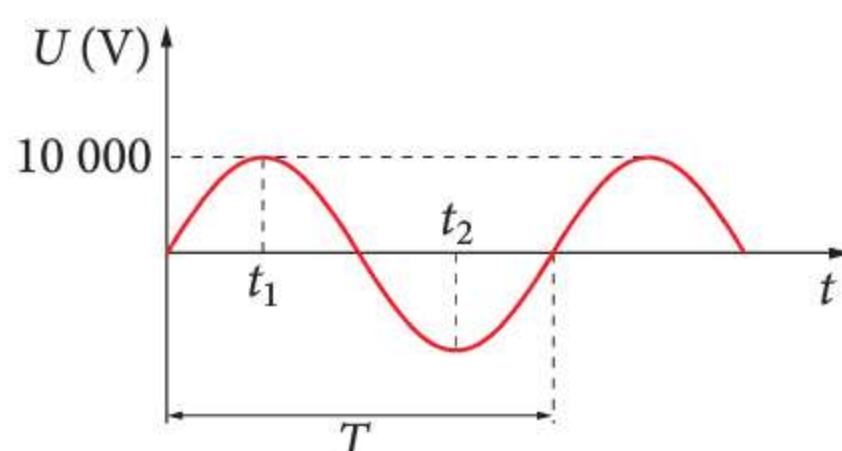
Fakt, że **okres obiegu cząstki nie zależy od wartości jej prędkości**, stał się podstawą budowy niezwykle przydatnego urządzenia, służącego do przyspieszania cząstek naładowanych – **cyklotronu** (rys. 16.3). Jego główną część można sobie wyobrazić jako dużą, płaską puszkę ze szczeliną wyciętą wzdłuż średnicy. Części „puszki” noszą nazwę duantów.



Rys. 16.3 Schemat cyklotronu

Duanty znajdują się w stałym, silnym polu magnetycznym o liniach skierowanych prostopadłe do ich górnej i dolnej powierzchni. Wewnątrz duantów i w przestrzeni pomiędzy nimi panuje próżnia. Cząstka naładowana (np. proton lub inna cząstka o dodatnim ładunku) wpuszczona w punkcie A między duanty prostopadłe do linii pola będzie poruszać się po okręgu. Okres ruchu zależy jedynie od ilorazu $\frac{q}{m}$ tej cząstki i wartości B indukcji magnetycznej pola, w którym odbywa się ruch.

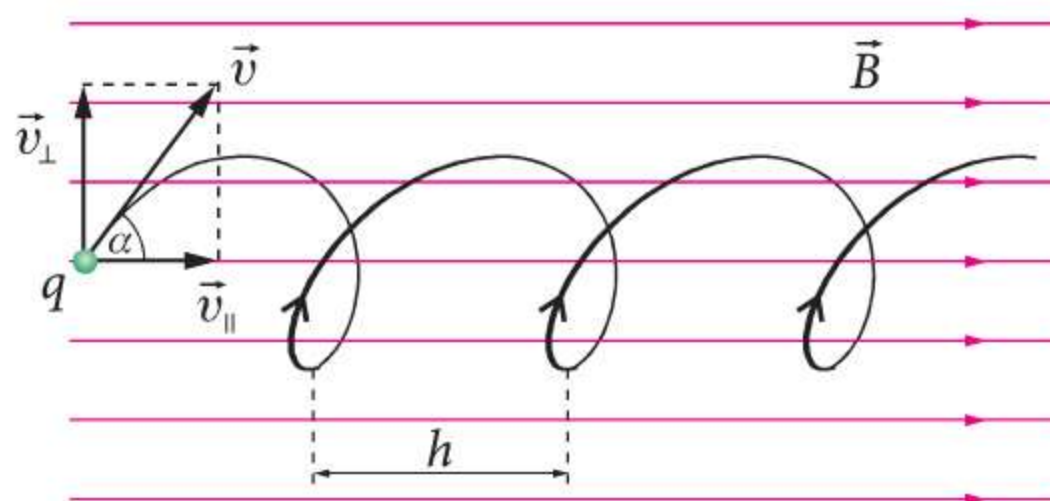
Włączenie między duantami odpowiednio zsynchronizowanego zmiennego napięcia o okresie równym okresowi obiegu cząstki (rys. 16.4) powoduje, że wszystkie cząstki, które znajdują się w szczelinie między duantami w chwili, gdy napięcie osiąga wartość maksymalną (chwila t_1), są przyspieszane w stronę duanta ujemnego.



Rys. 16.4 Wykres zależności napięcia pomiędzy duantami od czasu

W czasie $T/2$ cząstki zakreślą w polu magnetycznym tor o długości równej połowie okręgu, a napięcie zmieni się wtedy na przeciwne. Gdy cząstki powtórnie znajdą się w szczelinie (chwila t_2), będą znowu przyspieszane i wpadną do duanta z większą niż uprzednio szybkością. Wraz ze wzrostem wartości prędkości liniowej rośnie promień orbity. Gdy po wielokrotnym przejściu przez szczelinę cząstki zbliżą się do ścianki duanta, zostaną wyrzucone na zewnątrz dzięki zastosowaniu specjalnej płytki odchylającej. Cząstki przyspieszone w cyklotronie mogą uzyskiwać ogromne energie kinetyczne. Dzięki temu cząstki te mają zastosowanie w badaniach naukowych, a także w medycynie – do niszczenia komórek nowotworowych.

Dotąd omawialiśmy przypadki, w których naładowana cząstka wpada w pole magnetyczne równoległe lub prostopadłe do linii pola magnetycznego. Wektor prędkości może jednak tworzyć z liniami pola dowolny kąt α . W celu znalezienia toru cząstki w takim przypadku rozkładamy prędkość $\vec{v}$ na dwie składowe: równoległą $\vec{v}_{\parallel}$ i prostopadłą $\vec{v}_{\perp}$ do $\vec{B}$ (rys. 16.5).



Rys. 16.5 Tor ruchu cząstki wstrzelonej w pole magnetyczne pod kątem α

Składowe prędkości mają wartości:

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha \quad \text{i} \quad v_{\perp} = v \sin \alpha$$

Gdyby cząstka miała tylko prędkość $\vec{v}_{\parallel}$, poruszałaby się ruchem jednostajnym wzdłuż linii pola, a gdyby miała tylko prędkość $\vec{v}_{\perp}$, poruszałaby się ruchem jednostajnym po okręgu o promieniu:

$$r = \frac{mv}{qB} \sin \alpha$$

Jeśli nadano cząstce prędkość $\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$, to porusza się ona ruchem złożonym z odbywających się równocześnie dwóch ruchów: ruchu po okręgu i ruchu jednostajnego wzdłuż linii pola z prędkością $\vec{v}_{\parallel}$. Torem ruchu cząstki jest więc **linia śrubowa**, której oś pokrywa się z kierunkiem linii pola magnetycznego.

Odcinek h na rysunku 16.5 to **skok** linii śrubowej równy drodze przebytej przez cząstkę z prędkością $\vec{v}_{\parallel}$ w czasie równym okresowi ruchu po okręgu.

Podczas ruchu cząstki nie zmienia się ani wartość jej prędkości $\vec{v}_{\perp}$, ani $\vec{v}_{\parallel}$, zatem całkowita prędkość także ma stałą wartość. Fakt ten nie jest zaskakujący – wszak siła Lorentza jest w każdym punkcie prostopadła do prędkości cząstki.

W przykładzie 16.2 omówimy szczególny przypadek ruchu naładowanej cząstki w skrzyżowanych polach elektrycznym i magnetycznym.

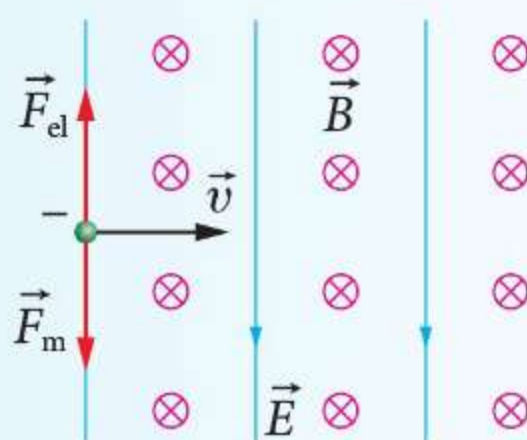
Przykład 16.2

Ruch naładowanej cząstki w skrzyżowanych polach

Poruszający się poziomo elektron o energii 10 keV wpada w obszar, w którym wytworzono jednorodne pole elektrostatyczne o liniach zwróconych pionowo w dół. Wartość natężenia tego pola wynosi 10^4 V/m. W tym samym obszarze wytworzono także jednorodne pole magnetyczne.

1. Czy można tak dobrać kierunek, zwrot i wartość indukcji tego pola, aby elektron poruszał się dalej z taką samą prędkością?
2. Czy gdyby przez te same pola poruszał się proton, również nie uległby odchyleniu? Jeśli tak, to jakie warunki musiałyby zostać spełnione?

1. Sytuacja taka będzie możliwa, gdy siła elektryczna $\vec{F}_{el} = e\vec{E}$ o zwrocie w górę i siła magnetyczna $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$ będą się równoważyły. Aby tak było, linie pola magnetycznego powinny być np. prostopadłe do rysunku i zwrócone pod rysunek (rys. 16.6).



Rys. 16.6

$$eE = evB \quad \text{więc} \quad B = \frac{E}{v}$$

Szybkość elektronu można obliczyć ze wzoru na energię kinetyczną:

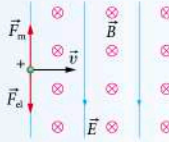
$$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

Wobec tego:

$$B = E \sqrt{\frac{m}{2E_k}} \quad (16.5)$$

$$B = 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot \sqrt{\frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{2 \cdot 10^4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}} \approx 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

2. Z rozumowania przeprowadzonego w części 1 oraz z rysunku 16.7 wynika, że proton, aby przejść po linii prostej przez te same pola, musiałby mieć taką samą prędkość.

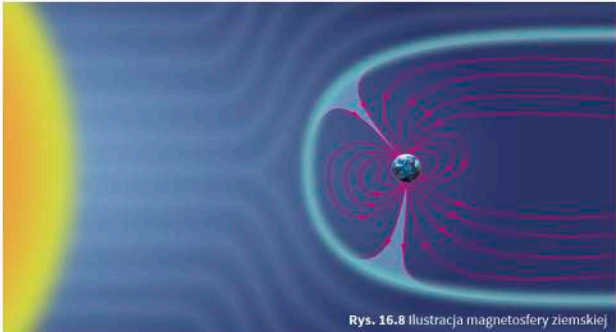


Rys. 16.7

Oczywiście jego energia kinetyczna musiałaby być około 1836 razy większa, ponieważ masa protonu jest około 1836 razy większa od masy elektronu. Ze wzoru (16.5) wynika, że gdyby proton miał taką samą energię (10 keV), to wartość wektora indukcji musiałaby być $\sqrt{1836} \approx 43$ razy większa niż w przypadku elektronu.

Oddziaływanie pola magnetycznego z poruszającymi się naładowanymi cząstkami ma bardzo duże znaczenie dla życia na Ziemi. Nasza najbliższa gwiazda – Słońce – emituje w przestrzeń kosmiczną ogromną liczbę naładowanych cząstek, tworzących tzw. wiatr słoneczny, składający się głównie ze swobodnych elektronów, protonów i cząstek α . Na cząstki wiatru słonecznego działa w ziemskim polu magnetycznym siła Lorentza, która powoduje ich odchylenie od pierwotnego kierunku ruchu. Dzięki temu Ziemia jest „osłonięta” przed wiatrem słonecznym przez pole magnetyczne. Część przestrzeni wokół ciała niebieskiego, w której dominujący wpływ na ruch cząstek naładowanych elektrycznie ma pole magnetyczne tego ciała, nazywamy **magnetosferą**. Na rysunku 16.8 przedstawiono schematycznie kształt magnetosfery Ziemi.

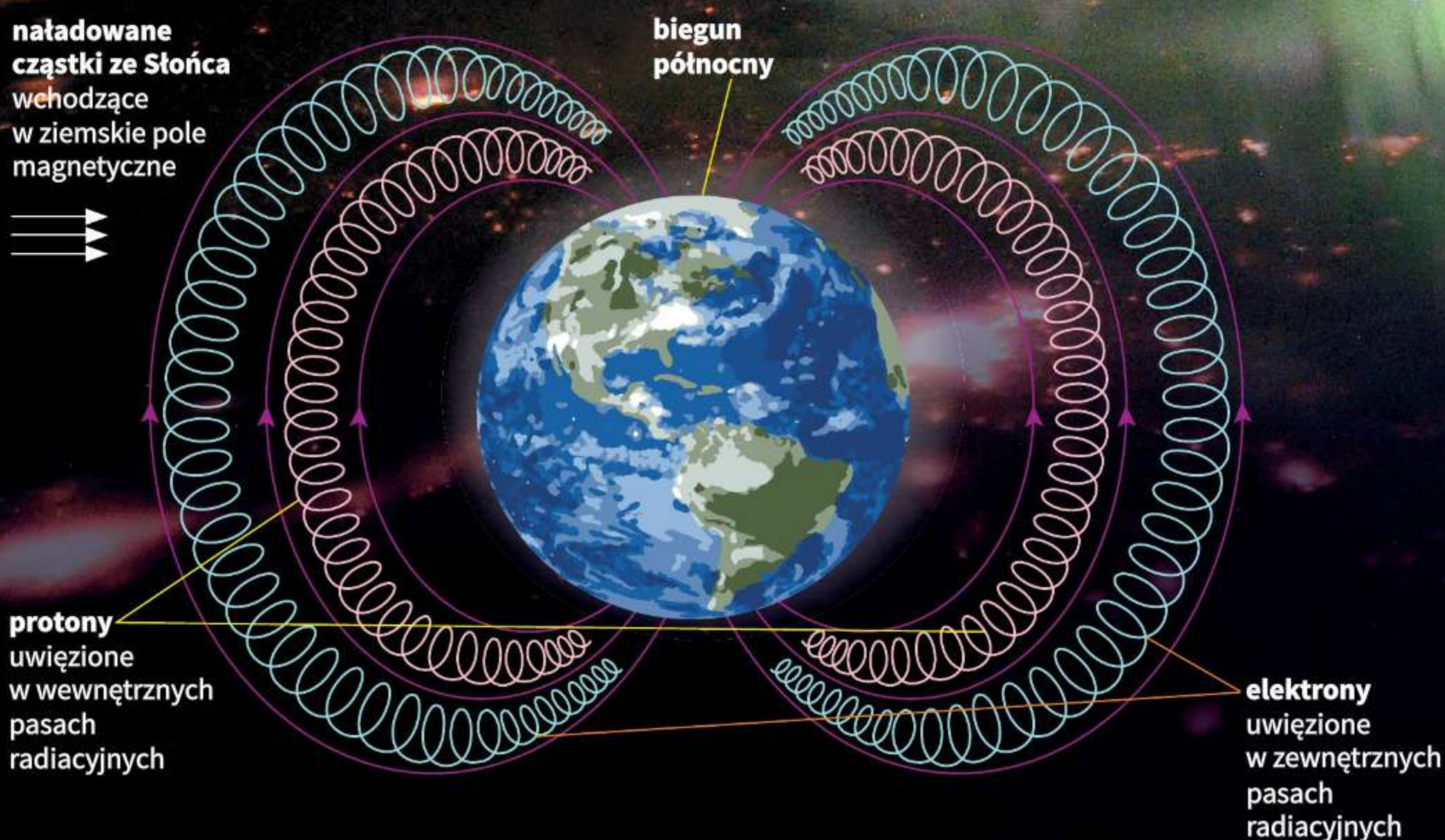
Sięga ona w kierunku Słońca na odległość około 60–80 tysięcy km, a w kierunku przeciwnym do 6–7 mln km – przybiera tam postać tzw. ogona.



Rys. 16.8 Ilustracja magnetosfery ziemskiej

Zorze polarne

W regionach polarnych, zwłaszcza podczas znacznej aktywności słonecznej, możemy zaobserwować przepiękne, wielobarwne kurtyny światła. Łowcy zórz, poszukujący tych niecodziennych zjawisk, nie zawsze mogą je podziwiać; wyniki obserwacji są zależne nie tylko od aktywności słonecznej ale i od kaprysów pogody. Takich problemów nie ma załoga Międzynarodowej Stacji Kosmicznej, która może obserwować zorze polarne z góry.



PRZYCYNĄ WYSTĘPOWANIA ZÓRZ

są zderzenia strumienia naładowanych cząstek (np. protonów i elektronów) z gazami tworzącymi górne warstwy atmosfery.

Ponieważ Ziemia jest źródłem silnego pola magnetycznego wytwarzającego magnetosferę (rys. 16.8), to emitowane przez Słońce naładowane elektrycznie cząstki (tzw. wiatr słoneczny) nie trafiają wprost do atmosfery naszej planety. Działająca na te cząstki siła Lorentza powoduje, że poruszają się one po liniach śrubowych wzdłuż linii ziemskiego pola magnetycznego (tworzą tzw. pasy radiacyjne). Linie pola zniżają się w rejonach polarnych i w okolicy biegunów magnetycznych wnikają niemal prostopadle w głąb Ziemi. Dlatego najłatwiej jest obserwować zorze w Arktyce i Antarktyce – tam naładowane cząstki wiatru słonecznego przechwycone przez ziemskie pole magnetyczne mają szansę oddziaływać z dostatecznie gęstą atmosferą, by emitowane przy tym światło dało się dostrzec gołym okiem.

ZJAWISKO ZORZY

można porównać do efektu obserwowanego w lampach jarzeniowych: strumień naładowanych cząstek wzbudza napotkane atomy, a te emitują światło podczas powrotu do stanu podstawowego.

Barwa emitowanego światła zależy od składu gazu i panujących w nim warunków. Najwyższe „pasma” zorzy powstają w bardzo rozrzedzonej atmosferze, na wysokości około 200 km, gdzie atomy wzbudzonego tlenu mogą emitować światło czerwone. Niżej, w gazie o większej gęstości, dominuje światło o zielonej barwie. Ze względu na właściwości ludzkiego oka jest to najłatwiej dla nas dostrzegalna część zorzy. W czasie szczególnie silnej aktywności słonecznej może się zdarzyć, że cząstki wiatru słonecznego wzbudzą molekuły azotu i tlenu na wysokości poniżej 100 km; wtedy możliwe jest zaobserwowanie emisji m.in. światła niebieskiego. Często strumień cząstek jest ukształtowany tak, że zorza przybiera formę pozawijanych kurtyn o różnej intensywności, a postrzegana barwa zorzy zależy od intensywności poszczególnych składników, czasem wytwarzanych na różnych wysokościach.

W POLSCE

niestety rzadko mamy możliwość podziwiania zorzy polarnej. Szansa na obserwację tego pięknego zjawiska pojawia się w czasie zwiększonej aktywności Słońca, co następuje w 11-letnim cyklu.

Jednak nawet wtedy zdecydowanie łatwiej będzie dostrzec zorzę w północnych regionach Polski, np. na Suwalszczyźnie (na zdjęciu). Występujące u nas zorze często mają czerwone zabarwienie, gdyż obserwujemy światło emitowane w najwyższej położonej części atmosfery. Dobrze znaną z arktycznych zórz zieleń można czasem zauważyć nisko nad horyzontem. Niestety zanieczyszczenie nieba światłem ulicznych latarni zazwyczaj skutecznie uniemożliwia jej zauważenie. Zdecydowanie łatwiej jest dostrzec to zjawisko z dala od dużych miast.

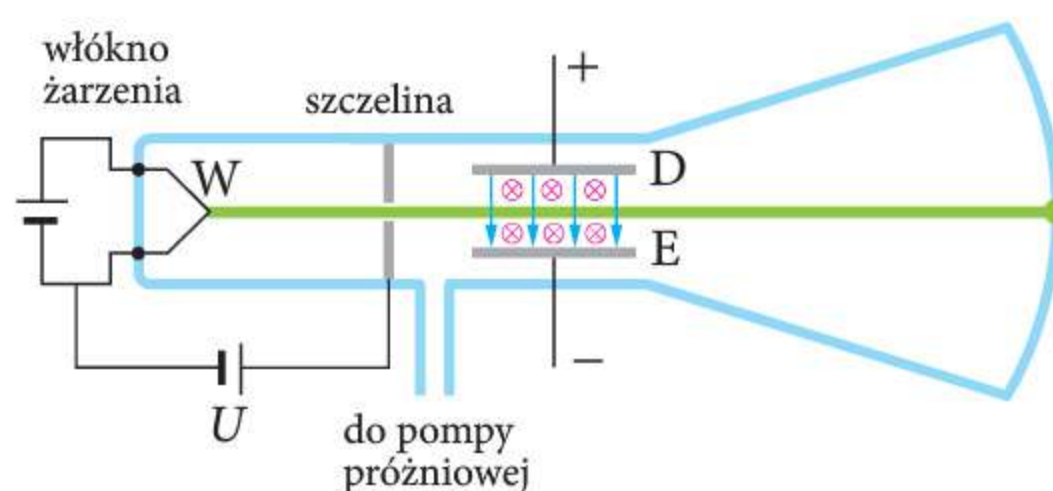
NA INNYCH PLANETACH UKŁADU SŁONECZNEGO,

z własną atmosferą, także występują zorze.

Te najbardziej rozbudowane były obserwowane w atmosferach Jowisza i Saturna, m.in. w podczerwieni i ultrafiolecie. Obserwacje silnych linii emisyjnych wodoru przy brązowym karle LSR J1835+3259 także przypisuje się aktywności silnych zórz w jego atmosferze – jest to pierwsza detekcja tego typu zjawiska poza Układem Słonecznym.

ZADANIA

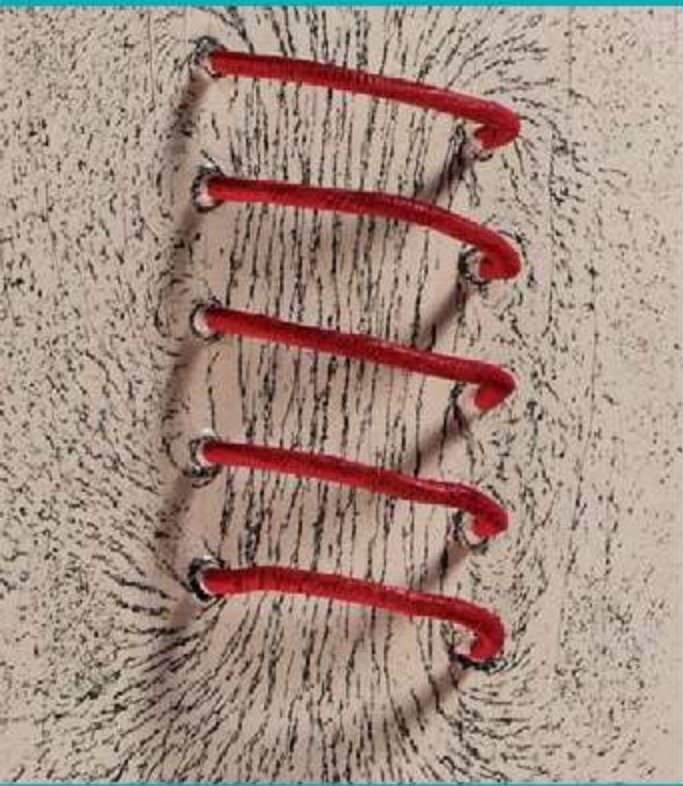
1. Cząstka o ładunku dodatnim równym ładunkowi elementarnemu wpada do pola magnetycznego, prostopadle do jego linii, z szybkością $v = 10^4$ m/s. Indukcja magnetyczna ma wartość $B = 0,1$ T. Oblicz wartość siły działającej na cząstkę oraz podaj jej kierunek i zwrot.
2. Opisz, jak zachowują się:
 - a) naładowana plastikowa kulka wisząca na jedwabnej nici w pobliżu magnesu trwałego;
 - b) igła magnetyczna, gdy zbliżamy do jednego z jej biegunów naładowaną elektrycznie pałeczkę szklaną lub ebonitową.
3. Załóżmy, że magnes podkowiasty w przykładzie 16.1 wykonuje niezbyt szybki obrót wokół poziomej osi leżącej na symetralnej odcinka łączącego bieguny. Opisz, jak ten fakt wpływa na tor wiązki elektronów.
- *4. Oblicz czas przyspieszania protonów w cyklotronie o wewnętrznej średnicy duantów $2R = 1$ m, jeśli wartość indukcji pola magnetycznego $B = 1$ T, a napięcie przyspieszające $U = 10^5$ V. Pomiń czas ruchu protonu między duantami.
5. Proton wlatuje w jednorodne pole magnetyczne o indukcji $\vec{B}$ z prędkością $\vec{v}$ tworzącą kąt α z liniami pola. Wyprowadź wzór na skok linii śrubowej, po której porusza się proton.
6. W infografice na stronach 68–69 przedstawiono odkrycie elektronu oraz metodę wyznaczania ilorazu ładunku i masy elektronu (e/m). W doświadczeniu obliczono wartość prędkości elektronów z warunku równoważenia się siły elektrycznej i siły Lorentza w skrzyżowanych polach elektrycznym i magnetycznym.



Rys. 16.9

Na rysunku 16.9 przedstawiono unowocześnioną rurę służącą do wyznaczania e/m cząstek. Elektrony są w niej emitowane przez rozżarzone włókno W i przyspieszane przez napięcie U przyłożone między włóknem i elektrodą ze szczeliną. Oblicz wartość indukcji pola magnetycznego, które należy skrzyżować z polem elektrycznym między płytkami D i E , aby wiązka elektronów nie uległa odchyleniu. Przyjmij, że napięcie U przyspieszające elektrony przed wejściem między płytki lampy było równe 1 kV, do płytek D i E odległych od siebie o $d = 0,02$ m przyłożono napięcie $U_1 = 100$ V, a $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$.

7. Rozstrzygnij, czy elektron i proton (poruszające się ruchem jednostajnym po linii prostej) minęłyby skrzyżowane pola przedstawione na rysunkach w przykładzie 16.2, gdyby zwrot prędkości tych cząstek był przeciwny. Uzasadnij odpowiedź.



17. Pole magnetyczne przewodników, przez które płynie prąd

- Pole magnetyczne prostoliniowego przewodnika
- Pole magnetyczne zwojnicy
- Pole magnetyczne kołowej pętli

Przypomnij sobie doświadczenie Ørsteda.

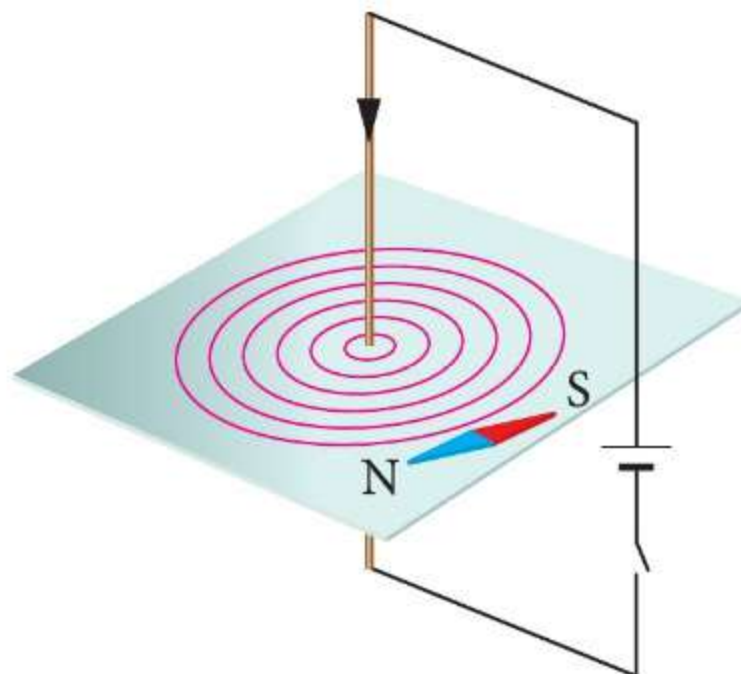
Z doświadczenia Ørsteda omówionego w rozdziale 14 wynika, że prąd płynący w prostoliniowym przewodniku jest źródłem pola magnetycznego.

Zbadamy teraz kolejno pola magnetyczne, których źródłem jest prąd elektryczny płynący w przewodnikach o różnych kształtach.

Doświadczenie 17.1

Pola magnetyczne prostoliniowego przewodnika

Płytkę szklaną (lub plastikową) albo tekturkę, którą prostopadle przebija przewodnik, posypujemy żelaznymi opiłkami. Zamykamy obwód. Opiłki, układające się wzdłuż linii pola magnetycznego, otaczają przewodnik współśrodkowymi okręgami o środkach leżących na przewodniku (rys. 17.1).



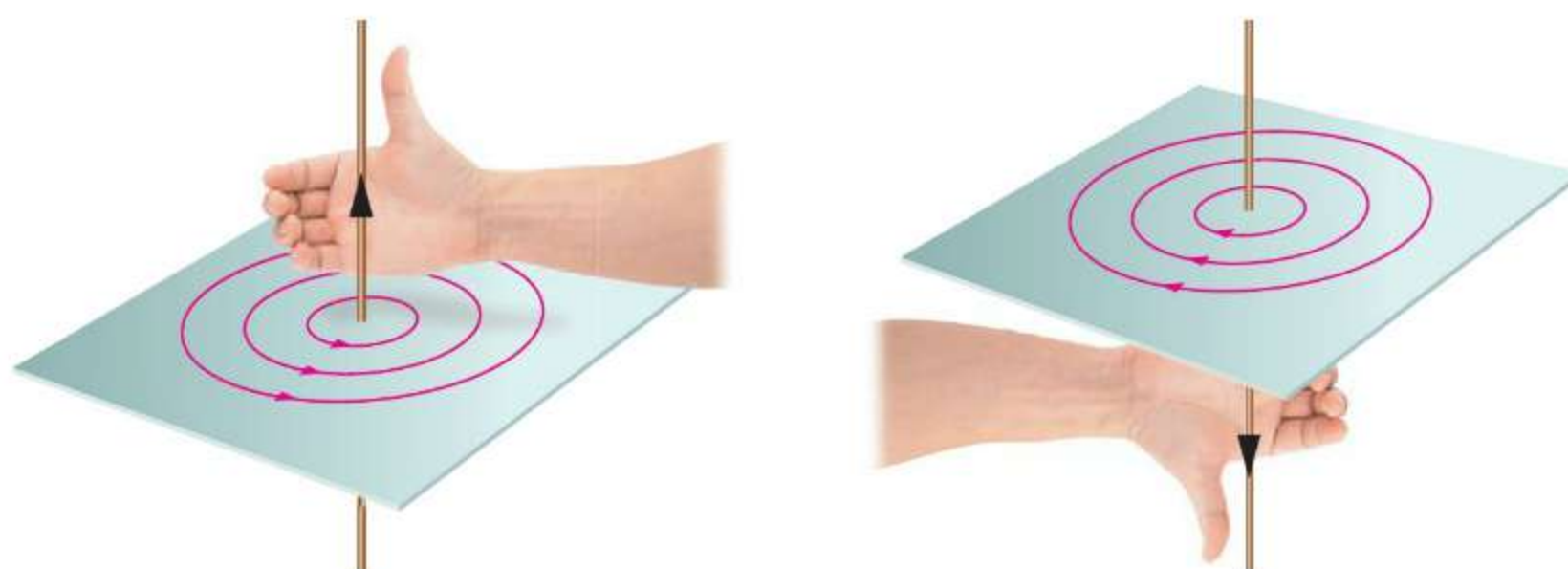
Rys. 17.1

W celu wyznaczenia zwrotu linii pola (a zarazem zwrotu indukcji magnetycznej, stycznej w każdym punkcie do linii pola) umieszczamy na płytce igłę magnetyczną. Jej północny biegun wskazuje zwrot linii pola magnetycznego.

Po zmianie kierunku prądu w przewodniku obserwujemy zmianę zwrotu linii pola magnetycznego.

Do ustalenia zwrotu linii pola wytworzonego przez prostoliniowy przewodnik z prądem stosujemy w praktyce **regułę prawej dłoni**.

Gdy prawą dłoń ustawimy tak, by odchylony kciuk wskazywał kierunek przepływu prądu (rys. 17.2), to końce palców wskażą zwrot linii pola magnetycznego.



Rys. 17.2 Stosowanie reguły prawej dłoni

W każdym punkcie pola możemy więc narysować wektor $\vec{B}$ o kierunku stycznym do linii pola i zwrocie wyznaczonym za pomocą reguły prawej dłoni. A jak obliczyć wartość tego wektora? Wyprowadzenie wzoru wykracza poza ramy podstawy programowej, więc wzór na wartość indukcji magnetycznej pola magnetycznego wytworzonego w próżni przez bardzo długi prostoliniowy przewodnik w odległości r od niego podajemy bez wyprowadzenia:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (17.1)$$

W tym wzorze I oznacza natężenie prądu płynącego w przewodniku, a współczynnik:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

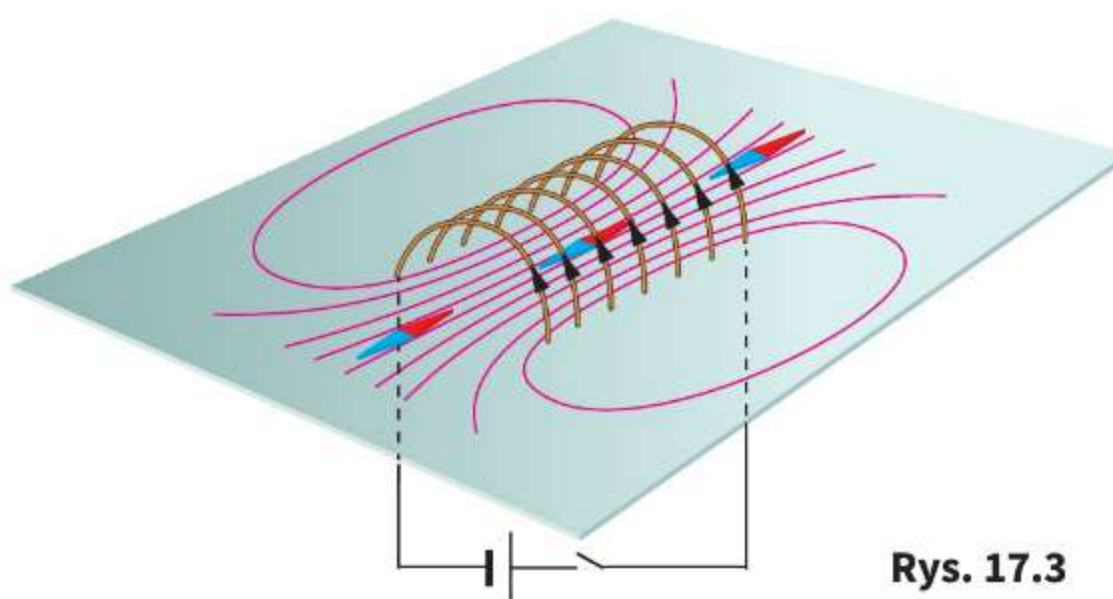
nosi nazwę **przenikalności magnetycznej próżni**.

Doświadczenie 17.2

Pole magnetyczne zwojnicy

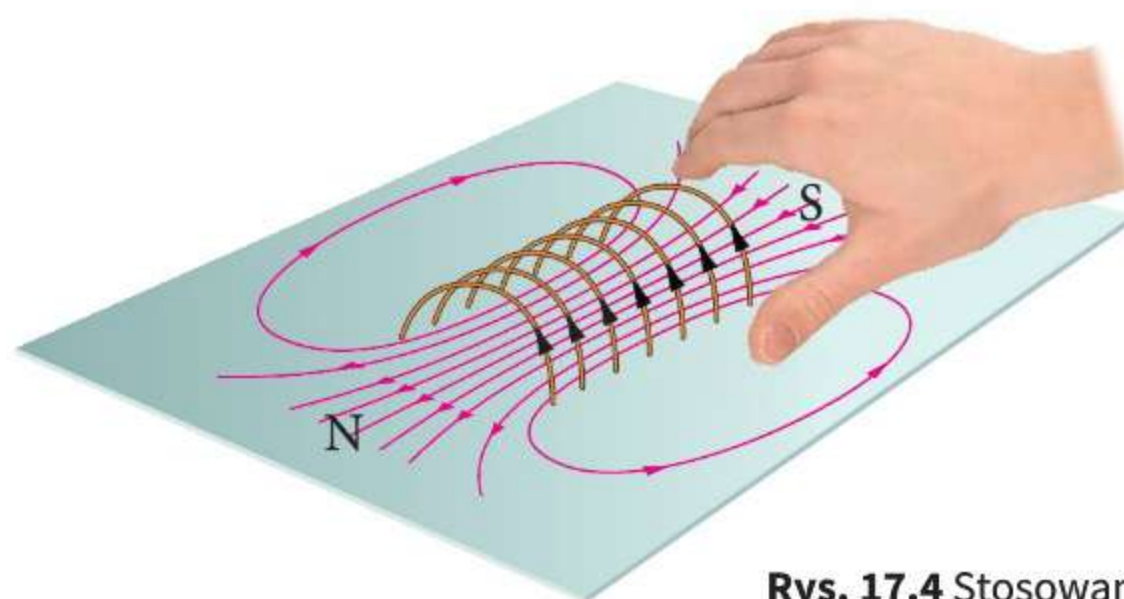
Płytkę szklaną (lub plastikową) albo tekturkę, którą przebija spirala z drutu, zwana zwojnicą albo solenoidem, posypujemy żelaznymi opiłkami (rys. 17.3). Zamykamy obwód. Obserwujemy kształt linii pola magnetycznego wewnątrz i na zewnątrz zwojnicy. Następnie ustalamy zwrot linii za pomocą elementu badawczego – igły magnetycznej.

Linie pola magnetycznego zwojnicy są krzywymi zamkniętymi; w jej wnętrzu biegną równolegle i tworzą (daleko od końców zwojnicy) pole jednorodne o zwrocie indukcji od S do N, a na zewnątrz mają taki kształt, jak linie pola magnesu sztabkowego, i zwrot od N do S.



Rys. 17.3

Jeśli znamy kierunek prądu w zwojnicy, możemy zastosować regułę prawej dłoni w celu wyznaczenia zwrotu linii pola. **W tym przypadku prawą dłoń ustawiamy tak, by palce wskazywały kierunek prądu w zwojach (rys. 17.4). Odchylony kciuk wskaże zwrot linii pola magnetycznego wewnątrz zwojnicy.** Zauważ, że jej końcom można przypisać bieguny magnetyczne (rys. 17.4).



Rys. 17.4 Stosowanie reguły prawej dłoni

Podobieństwo między polem magnetycznym zwojnicy z prądem i polem magnesu sztabkowego nie jest przypadkowe. W 1820 roku francuski fizyk André Ampère wysunął hipotezę, że we wnętrzu magnesów trwałych istnieją wirowe prądy elektryczne, które stanowią źródło zewnętrznego pola magnetycznego. Rzeczywistość okazała się o wiele bardziej skomplikowana, a opis tych zjawisk nie wchodzi w zakres szkolnego kursu fizyki. Na razie zapamiętaj tylko, że wewnątrz magnesu trwałego, tak jak wewnątrz solenoidu, istnieje pole magnetyczne, a linie pola **tworzą krzywe zamknięte**.

We wnętrzu **długiej** zwojnicy o gęsto nawiniętych zwojach, w której płynie prąd o natężeniu I , pole magnetyczne (daleko od końców) jest jednorodne, a wartość wektora indukcji w dowolnym punkcie pola jednorodnego:

$$B = \frac{\mu_0 n I}{l}$$

(17.2)

gdzie n jest liczbą wszystkich zwojów, l – długością zwojnicy, μ_0 – współczynnikiem przenikalności magnetycznej próżni.

Wzór (17.2) można też napisać w postaci:

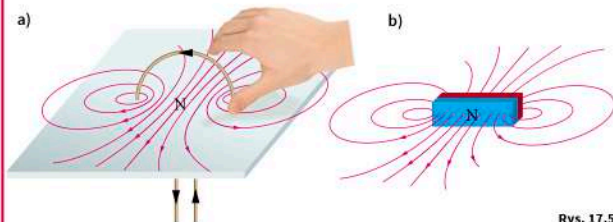
$$B = \mu_0 N I$$

gdzie $N = \frac{n}{l}$ to liczba zwojów przypadających na jednostkę długości zwojnicy.

Uwaga: Pole magnetyczne na zewnątrz bardzo długiej zwojnicy jest tak słabe, że jego indukcję można uznać za równą zero.

Doświadczenie 17.3**Pole magnetyczne pojedynczego zwoju (pętli)**

Płytkę szklaną (lub plastikową) albo tekturkę, którą przebija kołowy, przewodzący zwoj, połączony ze źródłem napięcia, posypujemy żelaznymi opiłkami (rys. 17.5). Zamykamy obwód.

**Rys. 17.5**

Obserwujemy, że zamknięte linie pola magnetycznego zwoju mają kształt owalny. Przypominają linie pola bardzo krótkiego magnesu (rys. 17.5b). Za pomocą igły magnetycznej ustalamy zwrot linii pola. Z jednej strony zwoj ma takie własności jak biegun N, z drugiej – jak biegun S.

Wektory indukcji w każdym punkcie płaszczyzny zwoju są do tej płaszczyzny prostopadłe, ale mają różne wartości, w zależności od odległości od środka zwoju.

W środku pętli, w której płynie prąd o natężeniu I , wartość indukcji magnetycznej:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

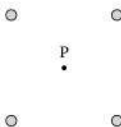
(17.3)

gdzie r jest promieniem pętli.

Aby znaleźć indukcję magnetyczną w wybranym miejscu pola wytworzonego przez kilka źródeł, stosujemy **zasadę superpozycji pól**.

ZADANIA

1. Cztery długie, równoległe do siebie przewodniki przecinają płaszczyznę rysunku tak, że przekrój poprzeczny układu tworzy kwadrat, w którego wierzchołkach są przewodniki (rys. 17.6).

**Rys. 17.6**

W przewodnikach płyną prądy o jednakowych natężeniach. Jak należy dobrać kierunki prądów w tych przewodnikach, aby wartość indukcji magnetycznej pola wytworzonego przez wszystkie cztery przewodniki w środku kwadratu była równa zero? Rozważ wszystkie możliwości. Sporządź odpowiednie rysunki.

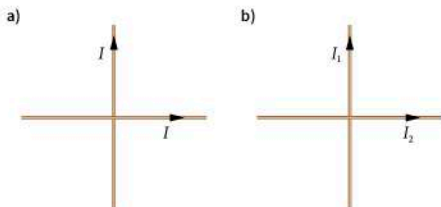
2. Długi drut złożono podwójnie i zwinięto w solenoid. Nawinięcie to (rys. 17.7) nazywa się bifilarnym.



Rys. 17.7

Oblicz wartość indukcji pola magnetycznego we wnętrzu tego solenoidu.

3. Przez dwa bardzo długie, prostoliniowe izolowane przewodniki (rys. 17.8) płyną prądy:
- o jednakowych natężeniach,
 - o natężeniach spełniających związek $I_1 = 2I_2$.



Rys. 17.8

Znajdź położenie punktów, w których indukcja magnetyczna ma wartość równą zero. Czy położenie tych punktów ulegnie zmianie, jeśli prądy będą płynąć w przeciwnych kierunkach?



18. Wzajemne oddziaływanie przewodników z prądem

- Oddziaływanie dwóch równoległych, długich przewodników, w których płyną prądy o jednakowych (albo przeciwnych) kierunkach
- Siła wzajemnego oddziaływania przewodników
- Definicja ampera

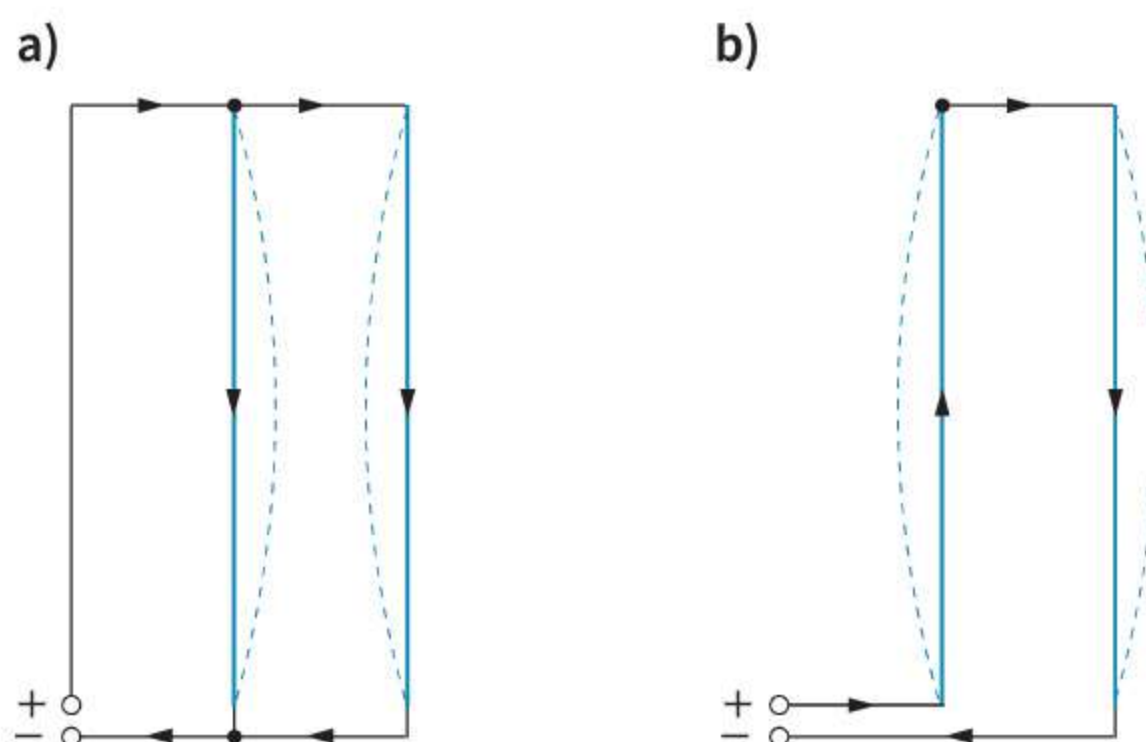
Przypomnij sobie wiadomości o polu magnetycznym prostoliniowego przewodnika z prądem oraz regułę prawej dłoni.

Wzajemne oddziaływanie przewodników z prądem można zbadać za pomocą prostego doświadczenia.

Doświadczenie 18.1

Kiedy przewody, w których płynie prąd, przyciągają się wzajemnie, a kiedy odpychają?

Dwa cienkie przewody (lub paski metalowej folii) o długości około 1 m mocujemy na statywie i łączymy kolejno tak, jak pokazują rysunki 18.1a i b.



Rys. 18.1

Odległość między przewodnikami powinna wynosić około 2 cm. Przez przewody przepuszczamy krótkotrwały silny prąd o natężeniu kilkunastu amperów.

Obserwujemy, że:

- przewodniki, w których prądy płyną w tym samym kierunku, przyciągają się wzajemnie;
- przewodniki, w których prądy płyną w przeciwnych kierunkach, wzajemnie się odpychają.

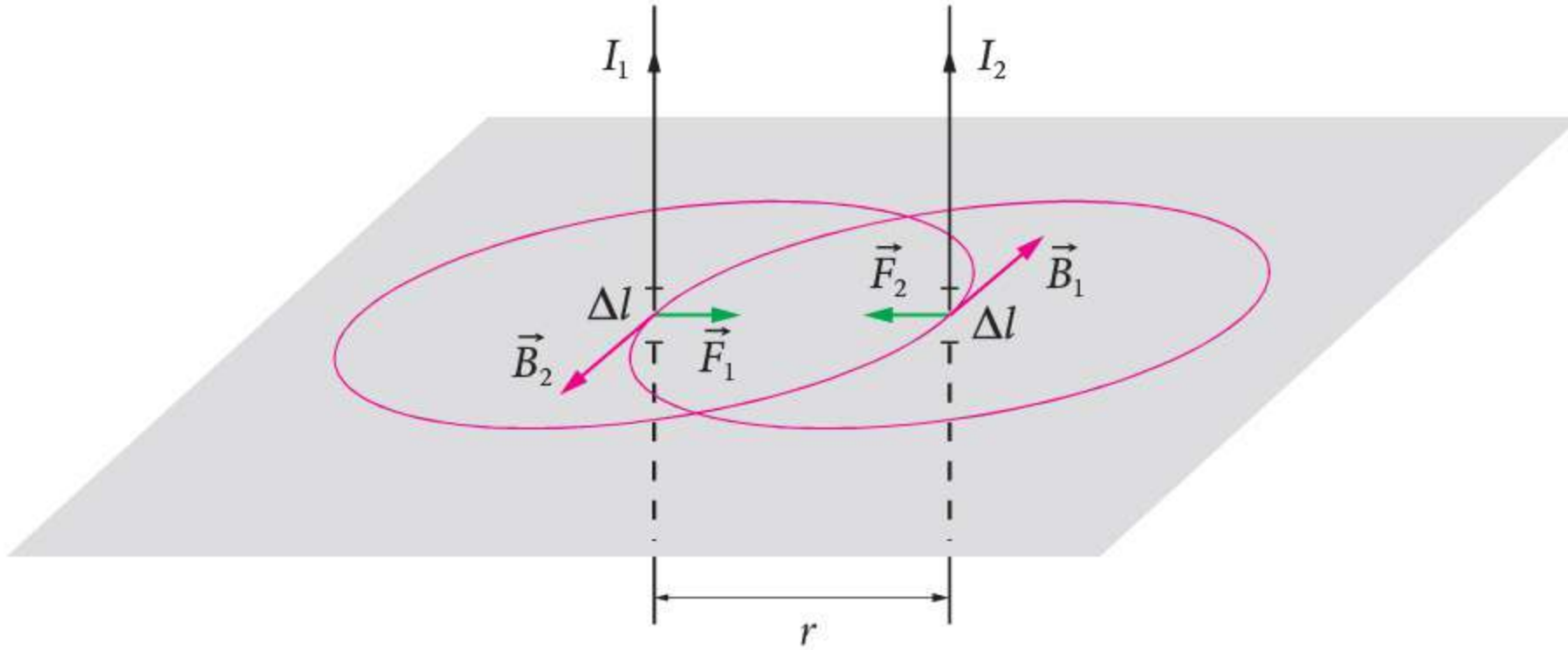
Z jakiego rodzaju oddziaływaniem mamy do czynienia w tym doświadczeniu?

Wiesz już, że prąd płynący w przewodniku jest źródłem pola magnetycznego, a na umieszczony w polu magnetycznym przewód, przez który płynie prąd, działa siła

elektrodynamiczna. Domyślasz się więc zapewne, że wzajemne oddziaływanie przewodników obserwowane w doświadczeniu to oddziaływanie magnetyczne.

Przeanalizujmy zaobserwowane zjawisko.

Rozważmy sytuację, w której dwa równoległe, nieskończenie długie przewodniki znajdują się w odległości wzajemnej r (rys. 18.2). Niech przez pierwszy z nich płynie prąd o natężeniu I_1 , a przez drugi prąd o natężeniu I_2 .



Rys. 18.2 Ilustracja wzajemnego oddziaływania długich, równoległych przewodników, przez które płynie prąd

Pierwszy przewodnik wytwarza w odległości r (tam, gdzie znajduje się drugi przewodnik) pole o indukcji $\vec{B}_1$. Jej wartość $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$.

W polu pierwszego przewodnika znajduje się drugi przewodnik. Wartość siły elektrodynamicznej $\vec{F}_2$, którą pierwszy przewodnik działa na element Δl drugiego przewodnika, wyraża się wzorem:

$$F_2 = B_1 I_2 \Delta l$$

Po podstawieniu B_1 do powyższego wzoru otrzymujemy:

$$F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \Delta l \quad (18.1)$$

Analogicznie można obliczyć wartość siły elektrodynamicznej $\vec{F}_1$ działającej na element Δl pierwszego przewodnika, który znajduje się w polu magnetycznym wytworzonym przez drugi przewodnik:

$$F_1 = B_2 I_1 \Delta l$$

Indukcja magnetyczna $\vec{B}_2$ w miejscu, w którym znajduje się element Δl pierwszego przewodnika, jest zwrócona tak jak na rysunku 18.2 i ma wartość $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$, zatem:

$$F_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \Delta l \quad (18.2)$$

Jest to wartość siły, którą nieskończenie długi przewodnik z prądem o natężeniu I_2 działa na element Δl innego, odległego o r , równoległego przewodnika, przez który płynie prąd o natężeniu I_1 .

Wartości sił elektrodynamicznych wyrażone wzorami (18.1) i (18.2) są jednakowe.

Kierunki i zwroty sił $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ znajdujemy za pomocą reguły lewej dłoni lub reguły śruby prawoskrętnej (czyli z własności iloczynu wektorowego $\vec{F} = I\Delta\vec{l} \times \vec{B}$).

Wzajemne oddziaływanie długich, równoległych przewodników z prądem posłużyło do zdefiniowania **ampera** – jednostki natężenia prądu w SI.

Jeżeli nieskończenie długie, prostoliniowe przewodniki są oddalone od siebie o 1 m i płynie w nich prąd o jednakowym natężeniu, takim, że każdy z tych przewodników działa na 1 m drugiego siłą $2 \cdot 10^{-7}$ N, to przyjmujemy, że natężenie prądu w każdym z przewodników jest równe 1 amper (1 A).

Zapewne intryguje cię dziwna wartość siły w powyższej definicji oraz wartość przenikalności magnetycznej próżni $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$. Można ją łatwo obliczyć przez wstawienie do wzoru (18.1) lub (18.2): $\Delta l = 1$ m, $r = 1$ m, $I_1 = I_2 = 1$ A oraz $F = 2 \cdot 10^{-7}$ N. Wyjaśnienie jest proste i ma związek z wprowadzeniem międzynarodowego układu jednostek (SI). Wcześniej natężenie prądu również mierzono w amperach, ale teraz do definicji ampera wykorzystano inne zjawisko fizyczne. Aby można było nadal używać amperomierzy wycechowanych uprzednio w amperach, należało przyjąć za jednostkowe takie samo natężenie prądu. Wyznaczona doświadczalnie wartość siły oddziaływania przewodników, przez które płynął prąd o jednostkowym natężeniu, okazała się równa właśnie $2 \cdot 10^{-7}$ N. **Amper**, podobnie jak kilogram, metr i sekunda, **jest jednostką podstawową w SI**.

ZADANIA

1. W dwóch bardzo długich, równoległych przewodnikach znajdujących się w próżni w odległości $r = 10$ cm od siebie płyną prądy o takim samym kierunku i natężeniu. Siła, którą każdy z przewodników działa na element $\Delta l = 1$ cm drugiego przewodnika, ma wartość $F = 0,5 \cdot 10^{-8}$ N. Oblicz natężenie prądu w tych przewodnikach.

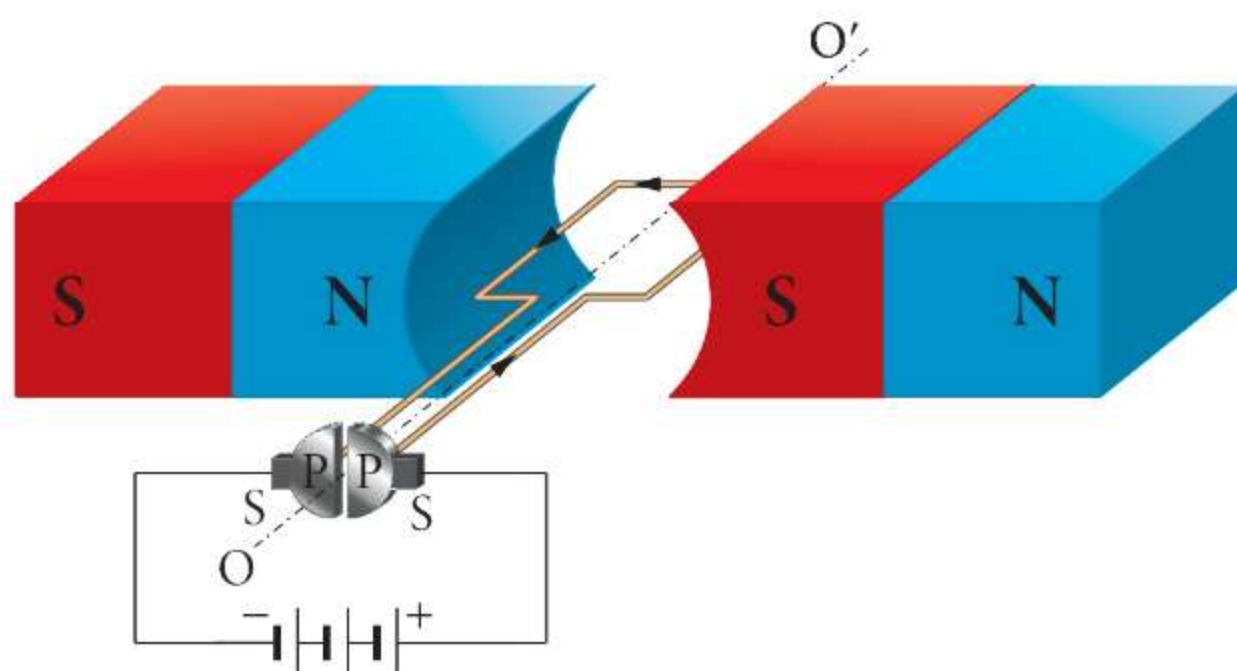


19. Silnik elektryczny

- Ramka z prądem w polu magnetycznym
- Zasada działania silnika na prąd stały
- Zastosowania silnika

Przypomnij sobie warunek ruchu obrotowego oraz wiadomości o sile elektrodynamicznej.

Siłę działającą na umieszczony w polu magnetycznym przewodnik, przez który płynie prąd, można wykorzystać do wykonania pracy. Służą do tego silniki elektryczne, w których następuje zamiana energii elektrycznej na energię mechaniczną. Opiszemy zasadę działania silnika elektrycznego na prąd stały.



Rys. 19.1 Model silnika elektrycznego na prąd stały



Rys. 19.2 Przekrój pionowy modelu silnika; w położeniu b następuje zmiana kierunku prądu w ramce (chwilowo prąd nie płynie)

Między dwoma biegunami magnesu umieszczono prostokątną ramkę z drutu, którego końce są sztywno połączone z przewodnikami zwanymi półpierścieniami PP (na rys. 19.1 zostały one przedstawione w postaci połówek płaskich walców). Ramka może się obracać wokół osi OO' . Prąd ze źródła jest doprowadzany do ramki przez tzw.

szczotki SS, czyli blaszki stykające się z półpierścieniami. W położeniu pokazanym na rysunkach 19.1 i 19.2a prąd płynie przez prawy bok ramki pod rysunek, a przez lewy – przeciwnie. Siły działające na boki ramki mają więc przeciwne zwroty. Ich wartości są oczywiście jednakowe. Wobec tego na ramkę działa para sił, która powoduje jej obrót wokół osi OO' (pokazuje to rys. 19.2a, stanowiący pionowy przekrój urządzenia).

Aby ramka mogła się obracać w sposób ciągły, w jej pionowym położeniu musi się zmienić kierunek prądu, ponieważ prawy bok, który do tej chwili poruszał się w dół, powinien się przez następne pół obrotu poruszać w górę. Zmianę kierunku prądu umożliwia urządzenie zwane komutatorem, składające się ze wspomnianych półpierścieni i szczotek. Gdy ramka przechodzi przez położenie pionowe (rys. 19.2b), każda szczotka „przeskakuje” na drugi półpień – kierunek prądu w każdym boku ramki zmienia się na przeciwny. W położeniu pionowym w ramce nie płynie prąd, ale rozpędzona ramka dzięki bezwładności mija to położenie.

W praktyce zamiast jednej ramki stosuje się zwojnicę (układ wielu ramek), a zamiast magnesu – elektromagnes, który wytwarza silniejsze pole magnetyczne. Silniki prądu stałego są stosowane jako rozruszniki w samochodach. Służą też do napędzania pojazdów, np. wózków akumulatorowych i wielu innych urządzeń.

ZADANIA

1. W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji, której wartość $B = 0,1 \text{ T}$, znajduje się prostokątna miedziana ramka o bokach $a = 10 \text{ cm}$ i $b = 6 \text{ cm}$, osadzona obrotowo na osi przechodzącej przez środki krótszych boków ramki tak, jak na rysunku 19.2a. Oblicz wartość maksymalnego momentu pary sił elektrodynamicznych działających na ramkę, gdy płynie przez nią prąd o natężeniu $I = 1 \text{ A}$.



20. Właściwości magnetyczne substancji

- Jak zmierzyć indukcję magnetyczną pola wewnątrz zwojnicy?
- Przenikalność magnetyczna substancji
- Podział substancji ze względu na właściwości magnetyczne
- Właściwości ferromagnetyków
- Zastosowania ferromagnetyków

Przypomnij sobie wiadomości o sile elektrodynamicznej i rodzajach źródeł pola magnetycznego.

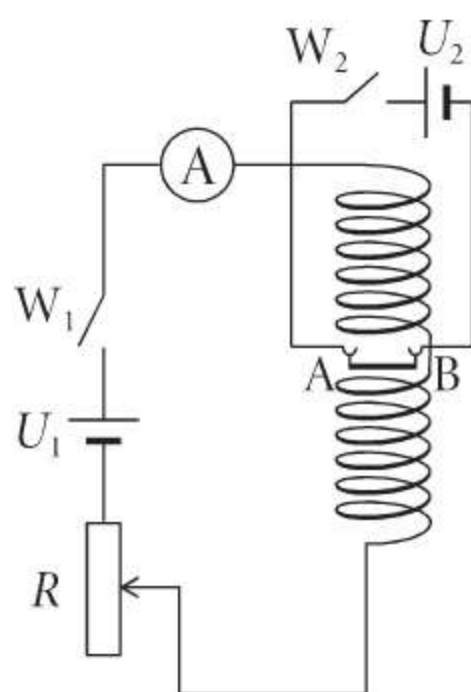
Źródłami pola magnetycznego są magnesy trwałe i poruszające się naładowane cząstki. W znanym ci modelu atomu elektrony poruszają się wokół jąder atomowych. Można więc przypuszczać, że właściwości magnetyczne substancji związane są z ruchem elektronów w ich atomach. Współczesna teoria elektromagnetyzmu opisuje i wyjaśnia wszystkie zjawiska magnetyczne, ale do jej zrozumienia potrzebna jest wiedza z zakresu fizyki kwantowej, omawianej na wyższych etapach kształcenia. Dlatego też w tym podręczniku uporządkujemy tylko i poszerzymy wiedzę na temat doświadczalnego badania właściwości magnetycznych substancji oraz podzielimy wszystkie substancje na grupy o podobnych właściwościach magnetycznych. Przedstawimy również jeden ze sposobów mierzenia wartości indukcji magnetycznej.

Założmy, że można przeprowadzić opisane niżej doświadczenie.

Doświadczenie 20.1

Pomiar wartości indukcji magnetycznej (I)

Długa zwojnica z bardzo ciasno nawiniętymi zwojami jest połączona ze źródłem napięcia U_1 (rys. 20.1).



Rys. 20.1

Opornik suwakowy R pozwala zmieniać natężenie prądu w zwojnicy. Między zwojami zrobiono niewielką szczelinę, w której mieści się ruchoma poprzeczka AB , dołączona do źródła napięcia U_2 .

Po zamknięciu wyłączników W_1 i W_2 poprzeczka wychyla się o pewien kąt pod działaniem siły elektrodynamicznej. Jeśli natężenie prądu w poprzeczce i jej długość nie będą się zmieniać podczas całego doświadczenia, to jedyną przyczyną zmiany siły elektrodynamicznej działającej na poprzeczkę będzie zmiana indukcji pola magnetycznego w szczelinie zwojnicy. Załóżmy, że wielkość odchylenia poprzeczki, świadcząca o wartości siły elektrodynamicznej, możemy mierzyć z dużą dokładnością. (Ze względu na to, że nie da się wykonać tego doświadczenia w pracowni szkolnej, nie będziemy opisywać, jakie techniczne rozwiązania byłyby potrzebne). Do doświadczenia będziemy używać rdzeni wykonanych z różnych substancji.

Sposób wykonania doświadczenia

Ustalamy natężenie prądu w zwojnicy, a więc równocześnie wartość indukcji pola magnetycznego B_0 wewnątrz zwojnicy. Obserwujemy wychylenie poprzeczki. Wartość siły powodującej to wychylenie $F_0 = I\Delta l B_0$ jest wprost proporcjonalna do wartości B_0 :

$$F_0 \sim B_0$$

Od góry i od dołu wsuwamy do zwojnicy rdzenie z tego samego materiału, pozostawiając między nimi małą szczelinę pozwalającą na ruch poprzeczki (możemy założyć, że pole magnetyczne w szczelinie jest takie jak w rdzeniu). Ze zmiany wychylenia poprzeczki wnioskujemy, że zmieniła się wartość działającej siły, a więc także wartość indukcji pola magnetycznego wewnątrz zwojnicy. Teraz wynosi B . Wartość siły elektrodynamicznej działającej na poprzeczkę $F = I\Delta l B$ zależy tylko od wartości wektora $\vec{B}$ i jest do niej wprost proporcjonalna:

$$F \sim B$$

Współczynnikiem proporcjonalności między wartościami sił elektrodynamicznych (F_0 i F) oraz indukcji pola magnetycznego (B_0 i B) jest stały iloczyn $I\Delta l$. Wobec tego $\frac{F_0}{B_0} = \frac{F}{B}$. Wyrażenie to można zapisać w postaci $\frac{F}{F_0} = \frac{B}{B_0}$. Taki iloraz oznaczamy symbolem μ_r i nazywamy **względną przenikalnością magnetyczną danego materiału (substancji)**.

$$\frac{B}{B_0} = \mu_r$$

(20.1)

Przenikalność magnetyczna danej substancji informuje nas, ile razy indukcja magnetyczna pola w zwojnicy z rdzeniem jest większa od indukcji pola magnetycznego w tej samej zwojnicy bez rdzenia, gdy w obu przypadkach przez zwojnicę płynie prąd o takim samym natężeniu. **Wartość indukcji magnetycznej we wnętrzu zwojnicy z rdzeniem** wyraża się więc wzorem:

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r n I}{l}$$

Po wykonaniu doświadczeń z rdzeniami z różnych dostępnych substancji zauważymy, że można je podzielić na trzy grupy:

- **ferromagnetyki:** $B \gg B_0$, $\mu_r \gg 1$, np. żelazo, nikiel, różne stopy;
- **paramagnetyki:** $B > B_0$, $\mu_r > 1$, np. aluminium, cyna, magnez, ebonit, hemoglobina we krwi, ciekły tlen;
- **diamagnetyki:** $B < B_0$, $\mu_r < 1$, np. cynk, miedź, ołów, wodór, chlor, kwarc, gazy szlachetne.

Druga część doświadczenia ma na celu zbadanie, czy iloraz $\frac{B}{B_0}$ jest dla danej substancji stały.

Doświadczenie 20.2

Pomiar wartości indukcji magnetycznej (II)

Ustalamy natężenie prądu w zwojnicy (czyli ustalamy B_0) i mierzymy wychylenie poprzeczki świadczące o wartości F_0 siły elektrodynamicznej. Wsuwamy rdzenie z tego samego materiału do górnej i dolnej części zwojnicy. Mierzmy wychylenie poprzeczki świadczące o wartości F siły elektrodynamicznej. Dla danej pary rdzeni powtarzamy czynności przy różnych natężeniach prądu w zwojnicy.

Następnie wykonujemy takie same pomiary dla rdzeni z innych substancji.

W każdym przypadku obliczamy ilorazy $\frac{F}{F_0} = \frac{B}{B_0} = \mu_r$.

Okazuje się, że dla paramagnetyków i diamagnetyków μ_r ma stałą wartość, charakterystyczną dla danego materiału.

W tabeli 20.1 zamieszczono względne przenikalności magnetyczne kilku materiałów diamagnetycznych i paramagnetycznych.

Tabela 20.1

Diamagnetyk	μ_r	Paramagnetyk	μ_r
azot	0,9999999927	powietrze	1,000000036
rtęć	0,999927	platyna	1,00027
woda	0,999991	cyna	1,000002

Z danych w tabeli wynika, że wartości względnej przenikalności magnetycznej para- i diamagnetyków są bardzo bliskie jednościami, więc ich obecność w nikłym stopniu wpływa na zewnętrzne pole magnetyczne, w którym się znajdują.

Natomiast dla ferromagnetyków μ_r zależy od wartości B_0 indukcji magnetycznej pola zewnętrznego, w którym znajduje się rdzeń.

Nie możemy więc sporządzić tabeli wartości przenikalności magnetycznej dla ferromagnetyków, ponieważ μ_r przyjmuje różne wartości liczbowe (znacznie większe od 1) w zależności od wartości indukcji magnetycznej pola zewnętrznego, w którym umieściliśmy ferromagnetyk.

Nie wszystkie ferromagnetyki mają jednakowe właściwości magnetyczne. Niektóre po usunięciu pola magnetycznego nie zachowują silnych właściwości magnetycznych, ale trudno je całkowicie rozmagnesować (ferromagnetyki twarde), inne na odwrót – po

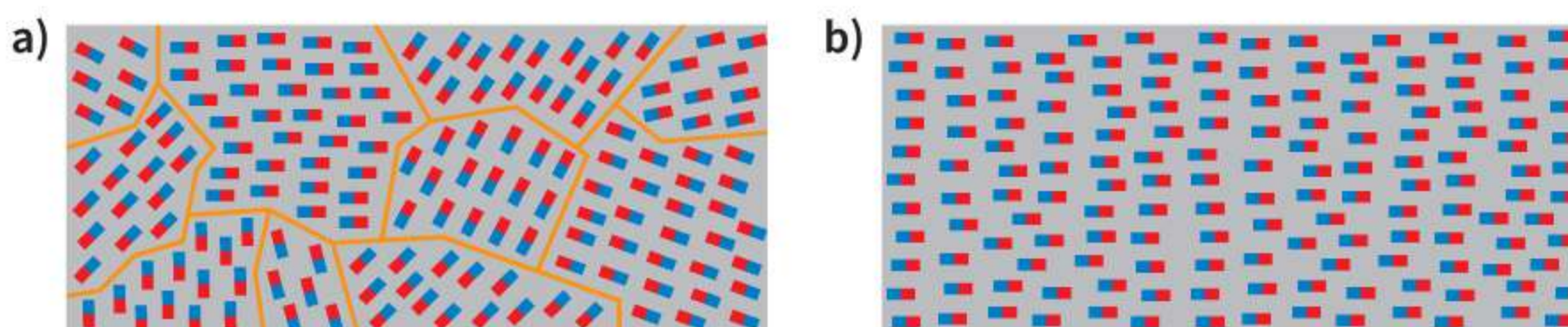
usunięciu pola są silnymi magnesami, ale mało trwałymi, łatwymi do rozmagnesowania (ferromagnetyki miękkie).

Ferromagnetykami są: żelazo, nikiel, kobalt, a także kilka pierwiastków chemicznych z grupy lantanowców. Właściwości ferromagnetyczne mogą mieć także stopy pierwiastków ferromagnetycznych i nieferromagnetycznych.

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

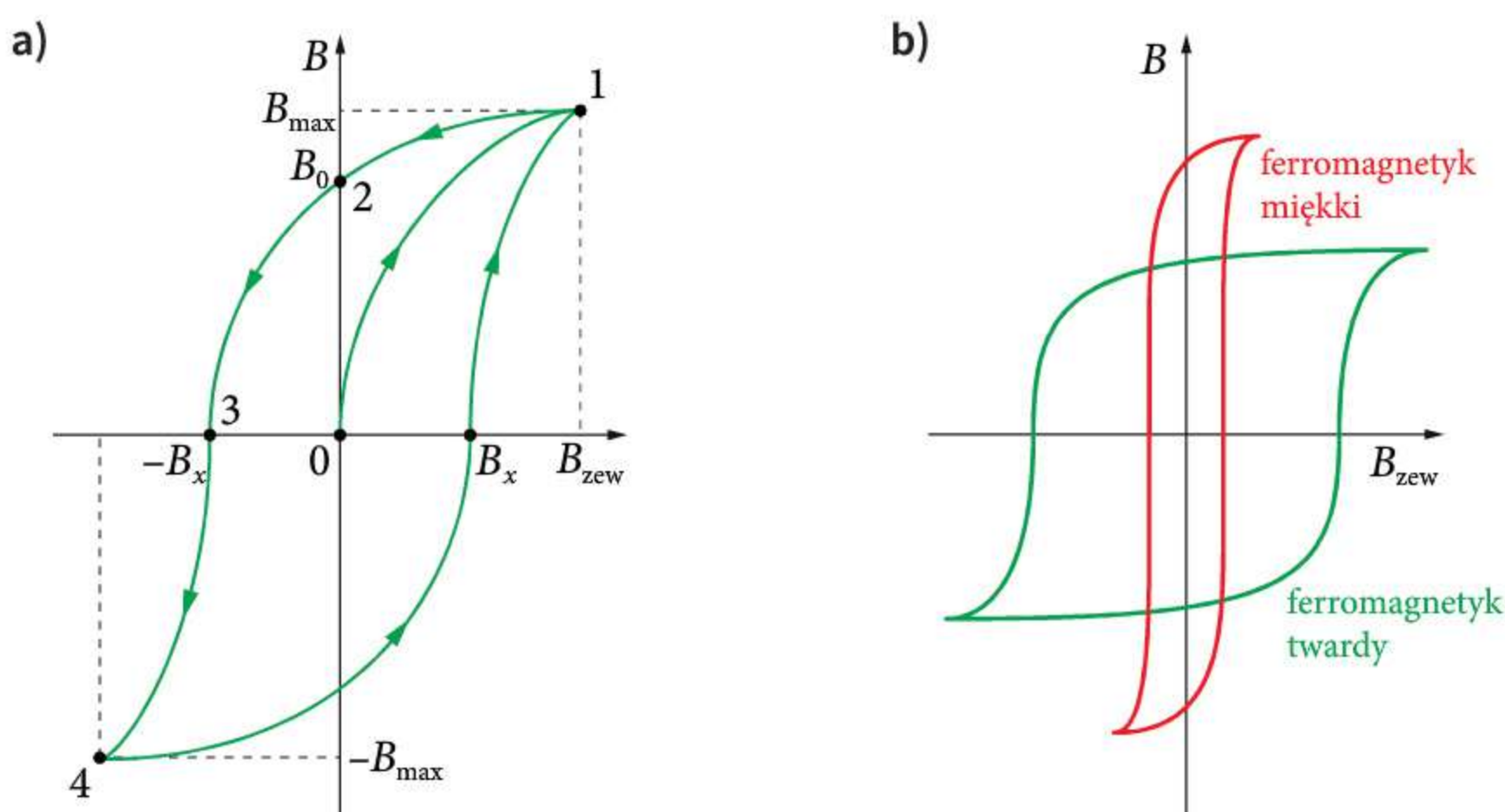
Ferromagnetyki i pętla histerezy

Przy opisie ferromagnetyków posługujemy się pojęciem **domen magnetycznych** – obszarów, które możemy traktować jako układy miniaturowych magnesów sztabkowych. W obrębie poszczególnych domen magnesy te są uporządkowane, zwrócone jednakowymi biegunami magnetycznymi w tę samą stronę. W nienamagnesowanym ferromagnetyku (rys. 20.2a) kierunki uporządkowania w różnych domenach są różne, co powoduje, że ferromagnetyk jako całość nie wykazuje namagnesowania. Podczas magnesowania następuje porządkowanie ustawienia magnesów w całym ferromagnetyku (rys. 20.2b).



Rys. 20.2 Domeny magnetyczne: w nienamagnesowanym ferromagnetyku (a); w namagnesowanym ferromagnetyku (b)

Proces magnesowania i rozmagnesowania materiału o właściwościach ferromagnetycznych omówimy na podstawie wykresu zależności wartości indukcji magnetycznej B jego pola od wartości indukcji B_{zew} zewnętrznego pola magnetycznego, w którym znajduje się ferromagnetyk (rys. 20.3a).



Rys. 20.3 Pętla histerezy

Nienamagnesowany ferromagnetyk ($B = 0$) magnesujemy do stanu opisanego współrzędnymi punktu 1. Następnie zmniejszamy pole magnesujące do $B_{zew} = 0$. Namagnesowanie tego materiału maleje, ale nie znika całkowicie (punkt 2). Oznacza to, że ferromagnetyk został namagnesowany trwale, a odpowiadającą temu stanowi wartość B_0 nazywamy **pozostałością magnetyczną**. Aby całkowicie rozmagnesować ferromagnetyk, stosujemy coraz silniejsze zewnętrzne pole o indukcji zwróconej przeciwnie niż podczas magnesowania. Trwałe namagnesowanie zostaje usunięte, gdy indukcja B_{zew} uzyska odpowiednią wartość (punkt 3), zwaną **koercją**. Dalsze zwiększanie pola magnesującego pozwala ponownie namagnesować materiał, ale w nowym kierunku (punkt 4). Możemy teraz powtórzyć postępowanie i powrócić do początkowego stanu namagnesowania (punkt 1). Krzywą $(1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1)$ nazywamy **pętlą histerezy**.

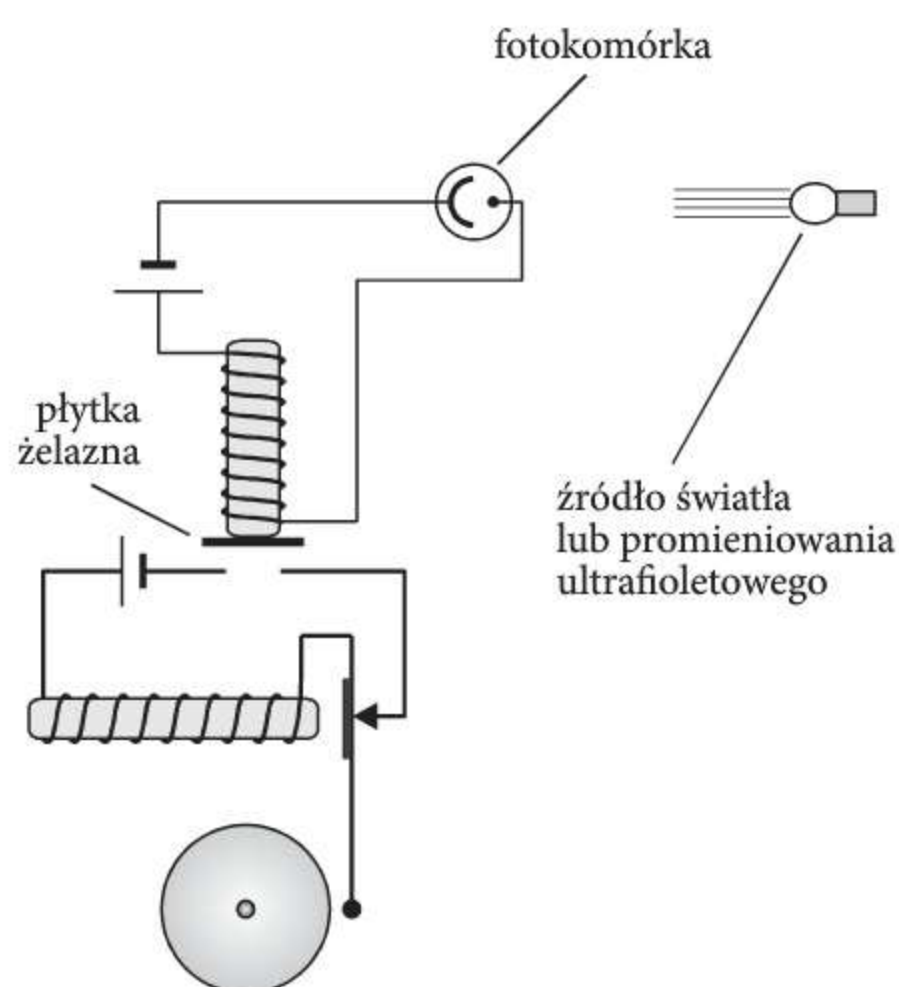
Każdorazowo zmiana namagnesowania materiału powoduje wzrost jego temperatury. Ilość straconej w ten sposób energii jest proporcjonalna do wielkości powierzchni ograniczonej pętlą histerezy.

Materiały o dużej wartości koercji magnetycznej (szeroka pętla histerezy – rys. 20.3b) nazywamy **twardymi** – nadają się one na magnesy trwałe. Do tej grupy należą np. popularne magnesy neodymowe. Materiały o małej wartości koercji magnetycznej (wąska pętla histerezy) nazywamy **miękkimi** – stosowane są one w tych urządzeniach, w których wytwarzane jest zmienne pole magnetyczne, np. w transformatorach i silnikach. W ten sposób ograniczamy straty energii przy przemagnesowywaniu.

Substancje ferromagnetyczne mają ogromne znaczenie praktyczne. Przede wszystkim są one używane jako rdzenie elektromagnesów, powszechnie stosowanych w bardzo wielu urządzeniach. Kawałek stali miękkiej umieszczony w zwojnicy bardzo łatwo jest namagnesować – wystarczy przepuścić prąd przez zwojnicę. Namagnesowanie znika prawie zupełnie z chwilą przerwania przepływu prądu.

Elektromagnesy są używane w różnych urządzeniach sterujących, w systemach alarmowych (rys. 20.4) i wielu innych.

Gdy strumień światła ze źródła zostaje przerwany przez intruza, w obwodzie fotokomórki przestaje płynąć prąd. Żelazna płytką odpada od elektromagnesu i zamyka obwód dzwonka alarmowego.



Rys. 20.4 Schemat urządzenia alarmowego

Zachowanie stanu namagnesowania po usunięciu z pola to tzw. pamięć magnetyczna, wykorzystywana do gromadzenia (zapisywania) informacji na dyskach komputerowych, kartach płatniczych, taśmach magnetofonowych itd. Taśma magnetofonowa, czyli plastikowa folia pokryta warstwą substancji ferromagnetycznej, przesuwa się obok tzw. głowicy zapisującej. Impulsy prądu powodują lokalne namagnesowanie tej warstwy. Podczas odtwarzania zapisanej informacji taśma przesuwa się także obok głowicy, w której zwojach wywołuje odpowiednie impulsy prądu.

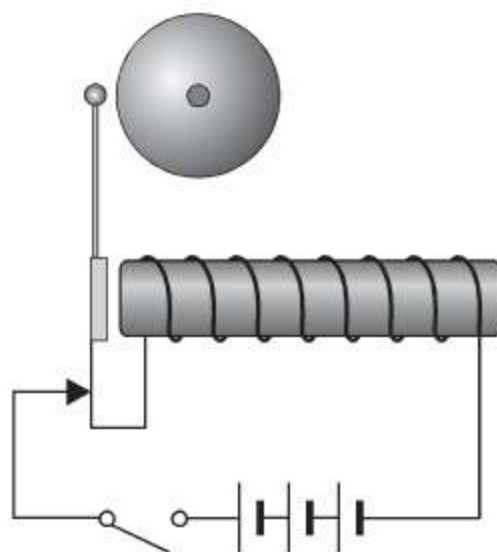
Potężne elektromagnesy stosuje się w dźwigach (rys. 20.5), a także w laboratoriach naukowych, do otrzymywania bardzo silnych pól magnetycznych, potrzebnych np. w cyklotronie (omówionym w rozdziale 16).



Rys. 20.5 Potężny elektromagnes

ZADANIA

1. W celu zbadania kształtu linii pól magnetycznych magnesów trwałych i przewodników z prądem używaliśmy drobnych opiłków żelaza. Wyjaśnij, dlaczego opiłki układały się wzdłuż linii pola magnetycznego.
2. Opisz działanie tzw. przerywacza elektromagnetycznego w dzwonku elektrycznym, którego schemat pokazano na rysunku 20.6.



Rys. 20.6

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Dlaczego magnes lewituje nad nadprzewodnikiem?

Gdy zbliżamy magnes do przewodnika, w przewodniku indukuje się prąd elektryczny przeciwny zmianom pola magnetycznego. Jest to jednak reakcja krótkotrwała, bo opór elektryczny przewodnika powoduje natychmiastowe rozproszenie energii wyindukowanego prądu wirowego⁸ i zamianę jej na ciepło Joule’a – wróćmy do tego zjawiska, gdy będziemy opisywać zasadę działania kuchenki indukcyjnej (patrz s. 148).



Rys. 20.7 Lewitujący magnes

Wszystkie znane nam przewodniki w zakresie temperatur, z jakimi mamy zazwyczaj do czynienia, mają opór elektryczny różny od zera. Jednak w odpowiednio niskich temperaturach niektóre substancje przewodzące wykazują zadziwiającą właściwość – ich opór całkowicie znika! Zjawisko to nazwano nadprzewodnictwem, a substancje o podobnych właściwościach – nadprzewodnikami (patrz s. 56). W stanie nadprzewodzącym substancje te stają się idealnymi diamagnetykami ($\mu_r = 0$). Indukcja magnetyczna wewnątrz nadprzewodnika jest równa zero, co można opisać jako „wypchnięcie” pola magnetycznego z wnętrza nadprzewodnika (tzw. efekt Meissnera).

W nadprzewodniku umieszczonym w zewnętrznym polu magnetycznym powstają prądy wirowe. Całkowity brak oporu elektrycznego pozwala prądom wirowym trwać bez strat, więc pole magnetyczne z nimi związane utrzymuje się również i niweluje zewnętrzne pole magnetyczne. Powierzchnię nadprzewodnika – diamagnetyka doskonałego – możemy wyobrazić sobie jako „lustro magnetyczne”, w którym pobliskie magnesy „widzą” własne odbicie. Zatem biegun N magnesu zbliżający się do nadprzewodnika oddziałuje z nim tak, jakby zbliżano doń inny – „odbity w lustrze” – magnes zwrócony biegunem N. Podobnie biegun S magnesu oddziałuje z nadprzewodnikiem jak z innym, „odbitym” biegunem S. W ten sposób nadprzewodnik z dowolnym magnesem odpychają się wzajemnie tym bardziej, im bliżej siebie się znajdują.

W pokazach z magnesami lewitującymi nad nadprzewodnikiem (lub nadprzewodnikiem lewitującym nad magnesami) używa się magnesów na tyle silnych, by siła odpychająca je od „odbicia” w nadprzewodniku przewyższała ich ciężar. Pod koniec XX wieku odkryto nadprzewodniki tzw. wysokotemperaturowe. Aby zademonstrować lewitację z takimi nadprzewodnikami, wystarczy je schłodzić ciekłym azotem.

⁸ O prądach wirowych dowiesz się więcej w rozdziale 23.



Magnesy trwałe. Pole magnetyczne magnesu

Magnesy są źródłem pola magnetycznego. Najsilniejsze oddziaływania magnetyczne zachodzą pomiędzy biegunami magnetycznymi: północnym i południowym. Dwa magnesy sztabkowe zwrócone ku sobie biegunami jednoimiennymi odpychają się, a ustawione naprzeciw siebie biegunami różnoimiennymi – przyciągają się wzajemnie.

Bieguny magnetyczne występują zawsze parami w postaci **dipoli magnetycznych**. Dotychczas nie stwierdzono istnienia pojedynczych biegunów magnetycznych.

Do badania pola magnetycznego posługujemy się igłą magnetyczną. Siły działające w polu magnetycznym na igłę magnetyczną oraz inne namagnesowane ciała nazywamy siłami magnetycznymi.

Pole magnetyczne przedstawiamy graficznie za pomocą linii pola, których kierunek jest styczny do igły magnetycznej. Jej północny biegun wskazuje (przyjęty umownie) zwrot linii pola.



Przewodnik z prądem w polu magnetycznym

Prąd płynący w przewodniku jest źródłem pola magnetycznego.

Na przewodnik z prądem działa w polu magnetycznym **siła elektrodynamiczna** o kierunku prostopadłym do płaszczyzny, w której leżą przewodnik i linie pola magnetycznego. Wartość siły elektrodynamicznej jest maksymalna, gdy przewodnik i linie pola magnetycznego są wzajemnie prostopadłe, a równa zero – gdy przewodnik i linie pola magnetycznego są do siebie równoległe. Znajdowanie siły elektrodynamicznej ułatwia **reguła lewej dłoni**:

Jeśli lewą dłoń ustawimy tak, by linie pola magnetycznego „wbijały się” w jej wnętrze, a palce wskazywały kierunek przepływu prądu, to wyprostowany kciuk wskaże siłę elektrodynamiczną.



Wektor indukcji magnetycznej

Wektorową wielkością opisującą pole magnetyczne jest **indukcja magnetyczna** $\vec{B}$.

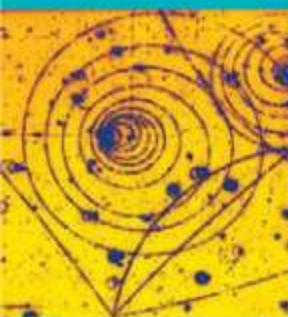
- ▶ Wartością B wektora indukcji magnetycznej nazywamy stosunek wartości maksymalnej siły elektrodynamicznej działającej na element przewodnika o długości Δl , w którym płynie prąd o natężeniu I , do iloczynu natężenia prądu i długości elementu:

$$B = \frac{F_{\max}}{I \cdot \Delta l}$$

- ▶ Kierunek $\vec{B}$ jest styczny do linii pola magnetycznego.
- ▶ Zwrot $\vec{B}$ przyjęto umownie tak, żeby związek między siłą elektrodynamiczną $\vec{F}$, indukcją magnetyczną $\vec{B}$ oraz $\Delta \vec{l}$ (wektorem przypisanym elementowi przewodnika z prądem) miał postać: $\vec{F} = I \Delta \vec{l} \times \vec{B}$.

Jednostką indukcji magnetycznej jest **tesla** (1 T). Pole magnetyczne ma indukcję 1 T, gdy na przewodnik o długości 1 m, w którym płynie prąd o natężeniu 1 A, działa maksymalna siła elektrodynamiczna o wartości 1 N.

$$1 \text{ T} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{As}^2}$$



Naładowana cząstka w polu magnetycznym

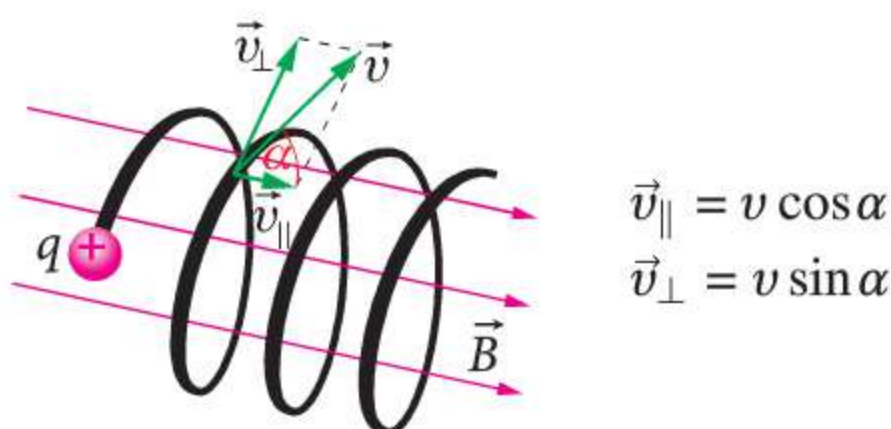
Na cząstkę o ładunku q poruszającą się w polu magnetycznym z prędkością $\vec{v}$ działa **siła Lorentza** $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, o wartości $F = qvB \sin \angle(\vec{v}, \vec{B})$, prostopadła do płaszczyzny, w której leżą wektory $\vec{v}$ i $\vec{B}$. Na podstawie wzoru na wartość maksymalnej siły Lorentza $F_{\max} = qvB$ działającej na cząstkę dodatnią można zapisać definicję wartości indukcji magnetycznej w postaci:

$$B = \frac{F_{\max}}{qv} \quad (q > 0)$$

Na podstawie tej definicji wartością B indukcji magnetycznej $\vec{B}$ nazywamy stosunek wartości maksymalnej siły Lorentza działającej na cząstkę o ładunku dodatnim q , poruszającą się z szybkością v , do iloczynu ładunku i szybkości tej cząstki.

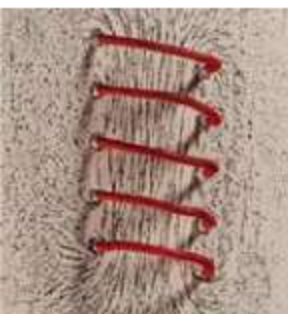
Tor naładowanej cząstki w polu magnetycznym zależy od kąta między jej prędkością $\vec{v}$ i kierunkiem linii pola, czyli kierunkiem $\vec{B}$. Jeśli naładowana cząstka wpada do pola magnetycznego z prędkością $\vec{v}$:

- ▶ równoległą do linii pola, to porusza się **ruchem jednostajnym prostoliniowym**;
- ▶ prostopadłą do linii pola, to porusza się **ze stałą szybkością po okręgu** o promieniu $r = \frac{mv}{qB}$, a okres jej ruchu $T = 2\pi \frac{m}{qB}$;
- ▶ tworzącą z liniami pola kąt α (różny od kątów $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$), to porusza się **po linii śrubowej ruchem złożonym z dwóch ruchów**: jednostajnego prostoliniowego z szybkością $v \cos \alpha$ wzdłuż linii pola i jednostajnego po okręgu z szybkością $v \sin \alpha$ prostopadle do linii pola.



W polu magnetycznym energia kinetyczna naładowanej cząstki nie zmienia się, ponieważ siła Lorentza działająca na cząstkę (gdy $\vec{v} \nparallel \vec{B}$) jest siłą dośrodkową; w każdym punkcie toru:

$$\vec{F}_{\text{dośr}} \perp \Delta \vec{r} \Rightarrow \Delta W = \vec{F}_{\text{dośr}} \cdot \Delta \vec{r} = 0$$



Pole magnetyczne przewodników, przez które płynie prąd

Prąd płynący w długim, **prostoliniowym przewodniku** wytwarza pole magnetyczne, którego linie (w płaszczyźnie prostopadłej do przewodnika) są współśrodkowymi okręgami o środkach leżących na przewodniku.

Wartość indukcji magnetycznej w odległości r od przewodnika wyrażamy wzorem:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

gdzie I jest natężeniem prądu płynącego w przewodniku, a współczynnik $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$ – **przenikalnością magnetyczną próżni**.

Indukcja magnetyczna $\vec{B}$ jest w każdym punkcie pola styczna do jego linii, a jej zwrot (zgodny ze zwrotem linii pola) ustalamy za pomocą **reguły prawej dłoni**:

Gdy prawą dłoń ustawimy tak, by odchylony kciuk wskazywał kierunek przepływu prądu, to końce palców wskażą zwrot linii pola magnetycznego.

We wnętrzu długiej zwojnicy o gęsto nawiniętych zwojach, w której płynie prąd o natężeniu I , pole magnetyczne (daleko od końców) jest jednorodne, a wartość indukcji magnetycznej w dowolnym punkcie tego pola:

$$B = \frac{\mu_0 n I}{l}$$

gdzie n jest liczbą wszystkich zwojów, l – długością zwojnicy, μ_0 – współczynnikiem przenikalności magnetycznej próżni.

Na zewnątrz bardzo długiej zwojnicy $B \approx 0$ T.

Prąd płynący w **pojedynczym zwoju** (pętli) wytwarza pole magnetyczne, którego owalne linie mają kształt podobny do linii pola krótkiego magnesu sztabkowego. Wektory indukcji magnetycznej w każdym punkcie płaszczyzny zwoju są do niej prostopadłe, a ich wartości zależą od odległości od środka zwoju. W środku pętli o promieniu r , w której płynie prąd o natężeniu I , wartość indukcji magnetycznej:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$



Wzajemne oddziaływanie przewodników z prądem

Dwa **równoległe, nieskończenie długie przewodniki** z prądem oddziałują na siebie wzajemnie. Przewodniki te przyciągają się, jeśli płyną w nich prądy o takim samym kierunku, a odpychają się, gdy kierunki prądów są przeciwne. Siła, którą każdy z tych przewodników działa na element Δl drugiego przewodnika, ma wartość $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \Delta l$, gdzie I_1 i I_2 są natężeniami prądów, a r – odległością między przewodnikami. Wzajemne oddziaływanie długich, równoległych przewodników z prądem posłużyło do zdefiniowania jednostki natężenia prądu w SI – ampera. Jeżeli nieskończenie długie, prostoliniowe przewodniki są oddalone od siebie o 1 m i płynie w nich prąd o jednakowym natężeniu, takim że każdy z tych przewodników działa na 1 m drugiego siłą $2 \cdot 10^{-7}$ N, to natężenie prądu w każdym z przewodników wynosi **1 amper** (1 A).



Silnik elektryczny

W silniku elektrycznym następuje zamiana energii elektrycznej na energię mechaniczną.

Zasada działania silnika elektrycznego na prąd stały

W polu magnetycznym na (osadzoną obrotowo na osi) ramkę, przez którą płynie prąd, działa para sił elektrodynamicznych powodująca obrót ramki. Doprowadzenie prądu do ramki za pośrednictwem komutatora umożliwia zmianę kierunku prądu w ramce na przeciwny w chwili, w której moment sił działających na ramkę jest równy zeru. Dzięki temu ramka obraca się stale w tę samą stronę.



Właściwości magnetyczne substancji

Wszystkie substancje mają właściwości magnetyczne. Do ich opisu wprowadzamy **współczynnik względnej przenikalności magnetycznej** $\mu_r = \frac{B}{B_0}$, gdzie B jest warto-

ścią indukcji magnetycznej pola w substancji, a B_0 wartością indukcji magnetycznej pola (wytworzonego przez to samo źródło, np. zwojnicę) w próżni. Ze względu na właściwości magnetyczne substancje można podzielić na trzy grupy:

- ▶ **ferromagnetyki:** $B \gg B_0$, $\mu_r \gg 1$, np. żelazo, nikiel, kobalt i różne stopy pierwiastków ferromagnetycznych i nieferromagnetycznych;
- ▶ **paramagnetyki:** $B > B_0$, $\mu_r > 1$, np. aluminium, cyna, magnez, ebonit, hemoglobina we krwi, ciekły tlen;
- ▶ **diamagnetyki:** $B < B_0$, $\mu_r < 1$, np. cynk, miedź, ołów, wodór, chlor, kwarc, gazy szlachetne.

Dla paramagnetyków i diamagnetyków μ_r ma stałą wartość, charakterystyczną dla danego materiału.

Dla ferromagnetyków μ_r zależy od wartości B_0 indukcji magnetycznej pola zewnętrznego, w którym znajduje się ferromagnetyk. **Ferromagnetyki twarde** po usunięciu pola magnetycznego nie zachowują silnych właściwości magnetycznych, ale trudno je całkowicie rozmagnesować. **Ferromagnetyki miękkie** – po usunięciu pola są silnymi, ale mało trwałymi magnesami, łatwymi do rozmagnesowania. Stosuje się je jako rdzenie elektromagnesów.

ZADANIA POWTÓRZENIOWE



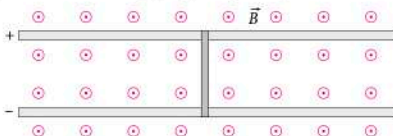
- Opisz i wyjaśnij zachowanie każdej z igieł magnetycznych po wstawieniu ich w pola magnetyczne magnesu sztabkowego i magnesu podkowiastego tak, jak na poniższych rysunkach.



- Drucik o masie $m = 4$ g, długości $d = 4$ cm i oporze $R = 0,02 \Omega$ zawieszono na dwóch bardzo lekkich przewodach o oporze $R_1 = 0,14 \Omega$ każdy i umieszczono w jednorodnym polu magnetycznym – tak jak na rysunku. Po dołączeniu do baterii o SEM $\mathcal{E} = 4,5$ V i oporze wewnętrznym $r = 0,5 \Omega$ zaobserwowano wychylenie ramki z początkowego położenia. Po ustaleniu równowagi stwierdzono, że ramka jest odchylona od pionu o kąt $\alpha = 10^\circ$.



- Na podstawie przedstawionej ilustracji sporządź w zeszyte schematyczny rysunek. Oznacz na nim zwrot linii pola magnetycznego oraz kierunek prądu w ramce. Rozważ różne możliwości.
 - Narysuj siły działające na poziomą część ramki odchylonej od pionu.
 - Oblicz wartość indukcji pola magnetycznego, w którym umieszczono ramkę.
- Na równoległych, poziomych metalowych szynach położono aluminiowy pręt o masie $m = 20$ g i długości $l = 10$ cm. Układ złożony z szyn i pręta znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym, którego indukcja magnetyczna ma wartość $B = 0,3$ T. Szyny połączone ze źródłem napięcia (patrz rysunek).



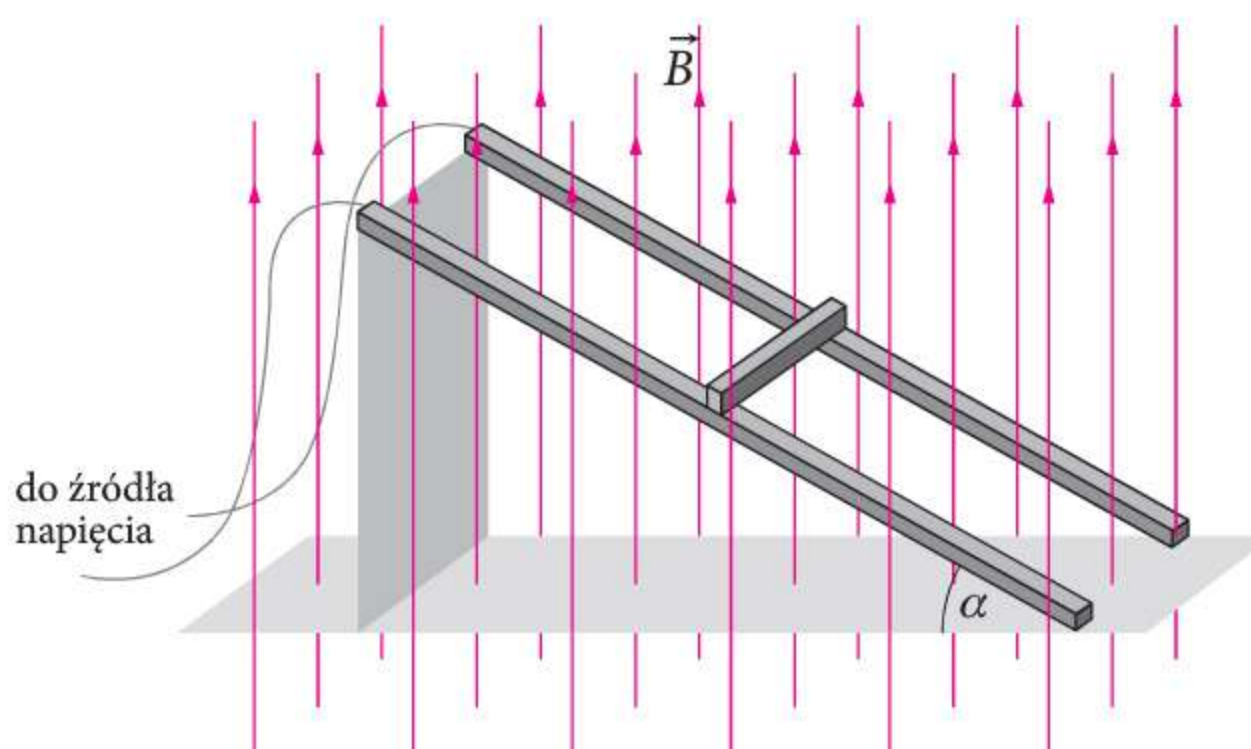
3.1. Oblicz najmniejsze natężenie prądu, który musi popłynąć przez pręt, aby mógł on zacząć przesuwać się wzdłuż szyn.

Współczynnik tarcia statycznego pręta o szyny $f_s = 0,15$.

3.2. Oblicz wartość przyspieszenia, z jakim pręt (po ruszeniu z miejsca) przesuwałby się po szynach, gdyby płynął przez niego prąd o natężeniu $I = 1 \text{ A}$.

Współczynnik tarcia kinetycznego pręta o szyny $f_k = 0,12$.

3.3. Do kolejnego doświadczenia szyny przygotowano tak, że współczynnik tarcia stał się pomijalnie mały. Szyny te ustawiono pod pewnym kątem do poziomu (jak na poniższym rysunku) i tak dobrano kierunek oraz natężenie prądu, aby pręt pozostał nieruchomy względem szyn.

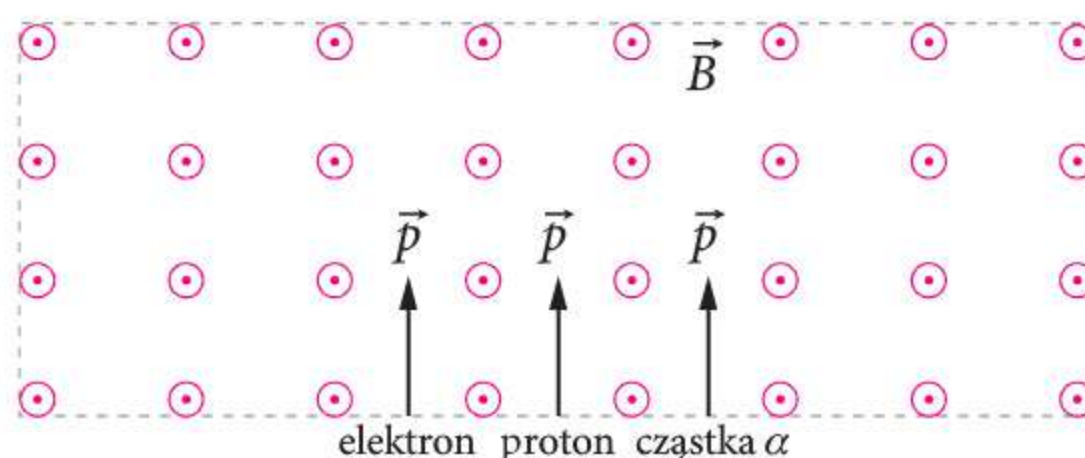


- Przerysuj schematycznie rysunek i zaznacz na nim kierunek prądu w pręcie.
- Oblicz kąt, pod którym ustawiono szyny, jeśli natężenie I prądu płynącego przez pręt było równe 2 A .

4. Przepisz poniższe zdania 1, 2 i 3 do zeszytu. Podkreśl właściwe określenia, wybrane spośród podanych w nawiasie tak, aby zdania były prawdziwe.

- Ruch** naładowanej cząstki w polu magnetycznym jest warunkiem (*koniecznym, wystarczającym*) **działania** na cząstkę siły magnetycznej.
- Spoczynek** naładowanej cząstki w polu magnetycznym jest warunkiem (*koniecznym, wystarczającym*), aby na cząstkę **nie działała** siła magnetyczna.
- Jeśli w pewnym obszarze porusza się elektron i ulega on odchyleniu od pierwotnego kierunku ruchu, to na tej podstawie (*możemy, nie możemy*) być przekonani, że w tym obszarze istnieje pole magnetyczne.

5. Do jednorodnego pola magnetycznego o indukcji $\vec{B}$ i ostro zarysowanych granicach wstrzelono elektron, proton i cząstkę α (jądro atomu helu) prostopadle do linii pola (jak na rysunku).



Pędy cząstek były jednakowe. Przyjmij, że $m_{\text{protonu}} = m_{\text{neutronu}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $m_{\text{elektronu}} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, ładunek elementarny $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

5.1. Wyraż odpowiednimi wzorami i oblicz liczbową wartość ilorazów $\frac{F_e}{F_p}$ i $\frac{F_\alpha}{F_p}$, w których F_e , F_p , F_α to wartości sił Lorentza działających na elektron, proton i cząstkę α .

5.2. Oblicz wartość indukcji $\vec{B}$ pola magnetycznego, jeśli wiadomo, że czas t ruchu elektronu w tym polu był równy $\pi \text{ ns}$.

6. Do duantów cyklotronu doprowadzone jest napięcie zmieniające się z częstotliwością $\nu = 12 \text{ MHz}$. Promień duanta $R = 0,5 \text{ m}$.

Przyjmij, że: $m_{\text{protonu}} = m_{\text{neutronu}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

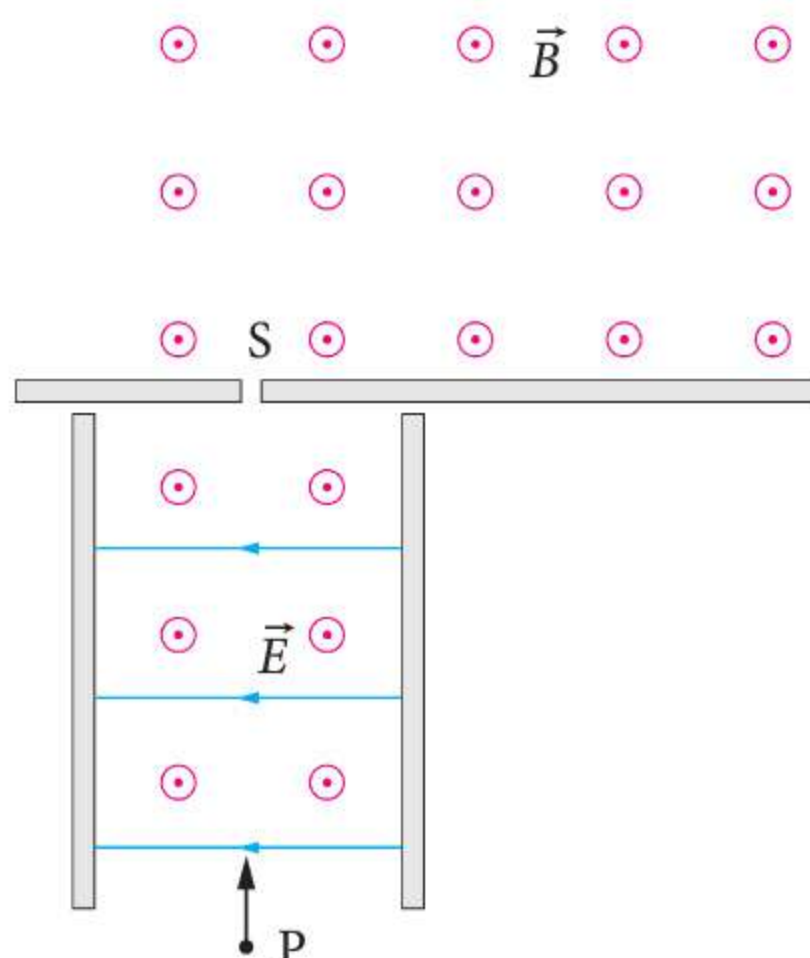
6.1. Oblicz wartość indukcji magnetycznej pola w tym cyklotronie, gdy przyspieszane są w nim:

a) protony,

b) deuterony (cząstki złożone z jednego protonu i jednego neutronu, czyli jądra izotopu wodoru).

6.2. Oblicz i wyraż w elektronowoltach energię kinetyczną uzyskaną przez protony opuszczające cyklotron.

7. Do obszaru skrzyżowanych jednorodnych pól: elektrycznego o natężeniu $\vec{E}$ i magnetycznego o indukcji $\vec{B}$ (patrz rysunek) wpada w punkcie P wiązka dodatnich jonów o różnych masach, ładunkach i prędkościach. W obszarze za szczeliną S jest tylko pole magnetyczne o indukcji $\vec{B}$.



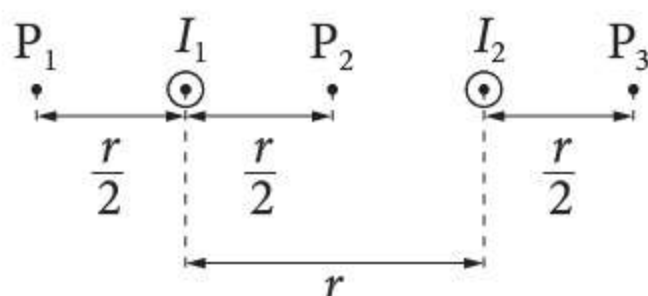
7.1. Przeanalizuj ruch jonów w skrzyżowanych polach i w polu magnetycznym za szczeliną.

7.2. Na podstawie analizy przeprowadzonej w zadaniu 7.1 oceń prawdziwość poniższych zdań. Wskaż P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

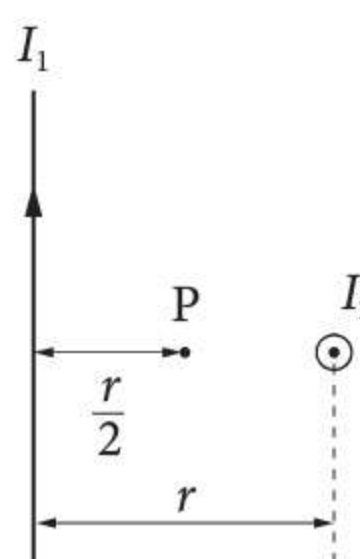
1.	Przez szczelinę przejdą tylko jony o takiej samej prędkości, której wartość $v = \frac{E}{B}$.	P	F
2.	W polu magnetycznym za szczeliną torami jonów będą półokręgi o promieniach tym większych, im większy będzie iloraz masy i ładunku jonu $\left(\frac{m}{q}\right)$.	P	F
3.	W wyniku przejścia przez pola przedstawione na rysunku wiązka jonów o jednakowych ładunkach – ale o różnych masach – ulegnie rozdzieleniu na wiązki jonów o jednakowych masach.	P	F

8. Na rysunkach przedstawiono dwa bardzo długie przewodniki, ustawione:
- równoległe,
 - prostopadłe.

a)



b)



W obu przypadkach przez przewodnik 1 płynie prąd o natężeniu I_1 , a przez przewodnik 2 – prąd o natężeniu $I_2 = 0,5I_1$.

8.1. Przerysuj rysunki do zeszytu. W punktach P_1 , P_2 i P_3 (rys. a) oraz w punkcie P (rys. b) wyznacz kierunki i zwroty indukcji magnetycznej pól poszczególnych przewodników.

8.2. Wyprowadź wzory na wartość wypadkowej indukcji magnetycznej w punktach P_1 , P_2 i P_3 (przypadek a) oraz w punkcie P (przypadek b).

8.3. Wskaż poprawne dokończenie zdania.

Jeśli $I_1 = 10 \text{ A}$, $I_2 = 5 \text{ A}$, $\Delta l = 1 \text{ cm}$ i $r = 10 \text{ cm}$, to siła, którą przewodnik 1 działa na odcinek o długości Δl przewodnika 2 w sytuacji przedstawionej na rysunku a, ma wartość

- A. 10^{-6} N B. $2 \cdot 10^{-6} \text{ N}$ C. $\frac{1}{2}\pi \cdot 10^{-6} \text{ N}$ D. $2\pi \cdot 10^{-6} \text{ N}$

9. Drut miedziany o średnicy $d = 2 \text{ mm}$ zwinięto w zwojnicę o długości l tak, że zwoje przylegają do siebie.

9.1. Wskaż poprawne dokończenie zdania.

Wartość wektora indukcji magnetycznej wewnątrz zwojnicy, gdy płynie przez nią prąd o natężeniu $I = 2 \text{ A}$, jest w przybliżeniu równa

- A. $12,6 \text{ nT}$ B. $12,6 \text{ } \mu\text{T}$ C. $1,3 \text{ mT}$ D. $1,3 \text{ T}$

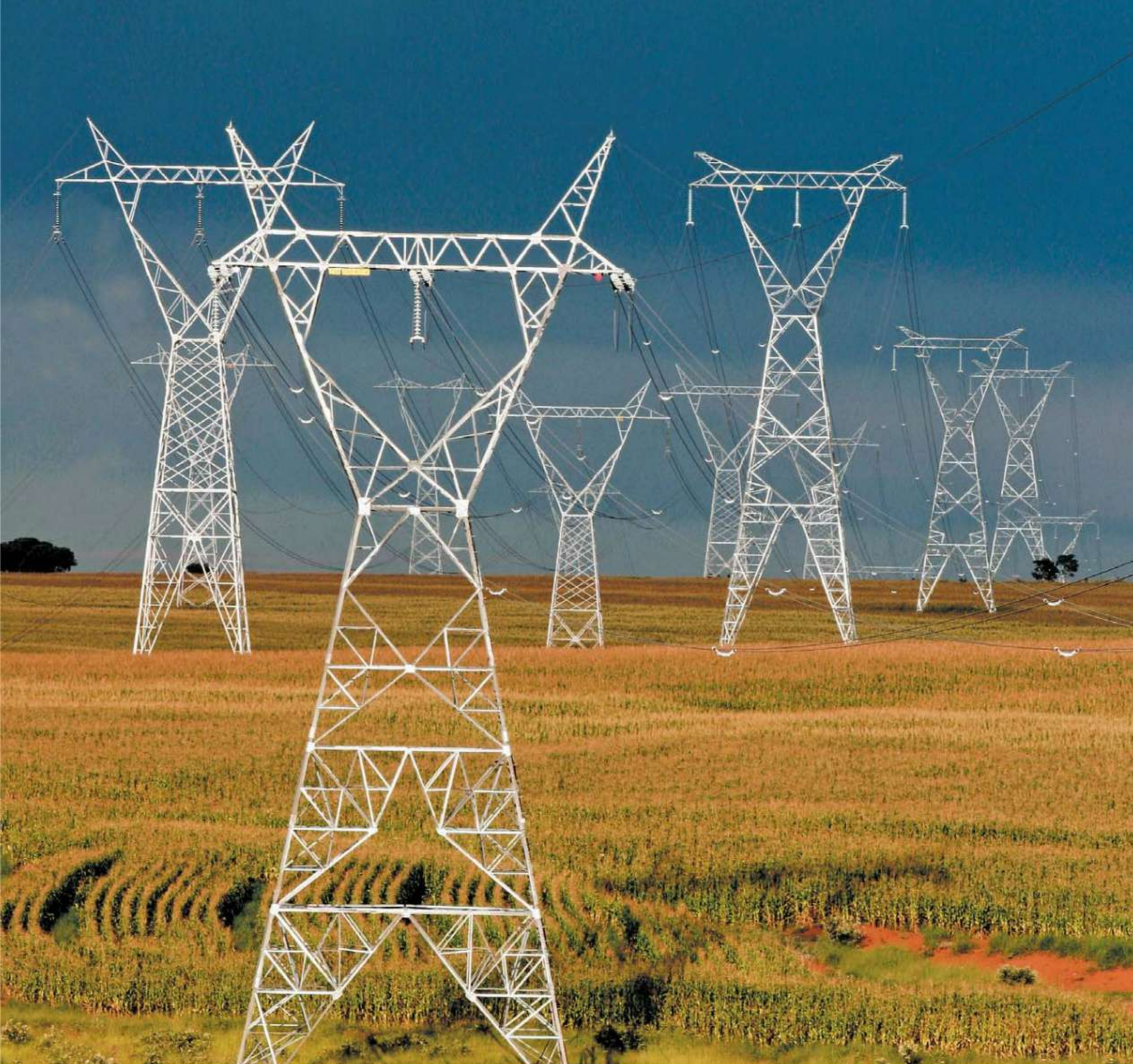
9.2. Uzupełnij zdanie. Wybierz stwierdzenie A, B albo C oraz jego uzasadnienie 1, 2 lub 3.

Gdy z tego drutu wykonano, w taki sam sposób, zwojnicę o dwa razy mniejszej średnicy, to wartość indukcji magnetycznej wewnątrz tej zwojnicy, przy takim samym natężeniu prądu przepływającego przez nią, będzie

A.	większa,	ponieważ	1.	dwukrotnie zwiększyła się liczba zwojów.
B.	taka sama,		2.	czterokrotnie zmienił się przekrój zwojnicy.
C.	mniejsza,		3.	liczba zwojów na jednostkę długości się nie zmieniła.

9.3. Przepisz poniższe zdania 1, 2 i 3 do zeszytu. Podkreśl właściwe określenia, wybrane spośród podanych w nawiasie, tak aby zdania były prawdziwe.

1. Wartość indukcji magnetycznej pola wewnątrz zwojnicy z prądem po wsunięciu do jej wnętrza rdzenia **z żelaza** (*nieznacznie się zmniejszy / nieznacznie się zwiększy / zwiększy się wielokrotnie*), ponieważ żelazo jest (*paramagnetykiem / ferromagnetykiem / diamagnetykiem*).
2. Wartość indukcji magnetycznej pola wewnątrz zwojnicy z prądem po wsunięciu do jej wnętrza rdzenia **z aluminium** (*nieznacznie się zmniejszy / nieznacznie się zwiększy / zwiększy się wielokrotnie*), ponieważ aluminium jest (*paramagnetykiem / ferromagnetykiem / diamagnetykiem*).
3. Wartość indukcji magnetycznej pola wewnątrz zwojnicy z prądem po wsunięciu do jej wnętrza rdzenia **z miedzi** (*nieznacznie się zmniejszy / nieznacznie się zwiększy / zwiększy się wielokrotnie*), ponieważ miedź jest (*paramagnetykiem / ferromagnetykiem / diamagnetykiem*).



INDUKCJA ELEKTROMAGNETYCZNA

- Opis zjawisk indukcji elektromagnetycznej i samoindukcji
- Zastosowania indukcji elektromagnetycznej
- Prąd przemienny i jego cechy
- Zastosowania prądu przemiennego





21. Zjawisko indukcji elektromagnetycznej

- Odkrycie zjawiska indukcji elektromagnetycznej
- Sposoby wzbudzania prądu indukcyjnego
- Strumień magnetyczny
- Warunek wzbudzenia prądu indukcyjnego w obwodzie zamkniętym

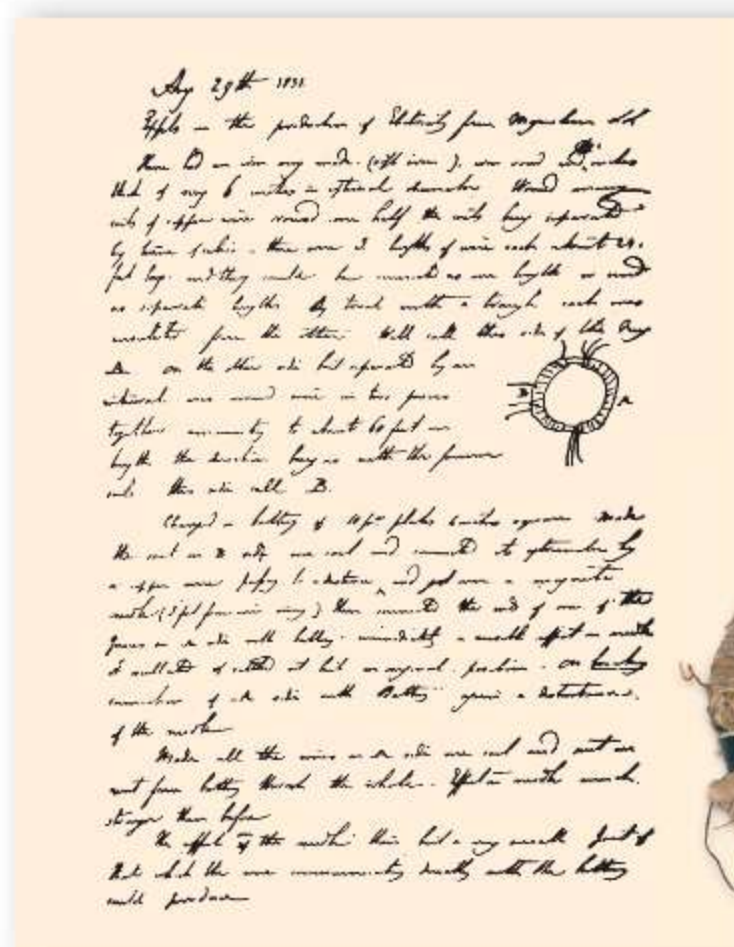
Przypomnij sobie wiadomości o polach magnetycznych magnesu sztabkowego i zwojnicy z prądem oraz regułę prawej dłoni.

Jesienią 1831 roku angielski fizyk Michael Faraday⁹ (1791–1867) odkrył zjawisko indukcji elektromagnetycznej, które okazało się przełomowe dla rozwoju nauk fizycznych i technicznych.

Od 1820 roku, czyli od odkrycia przez Hansa Christiana Ørsteda oddziaływania przewodnika z prądem na igłę magnetyczną, wielu fizyków poszukiwało eksperymentalnie odpowiedzi na pytanie:

Czy pole magnetyczne może spowodować przepływ prądu elektrycznego w przewodniku, skoro przewodnik z prądem jest źródłem pola magnetycznego?

Faraday jako pierwszy doświadczalnie potwierdził przypuszczenia o wzajemnym związku między elektrycznością i magnetyzmem poprzez wzbudzenie prądu indukcyjnego w obwodzie przedstawionym na rysunku 21.1.

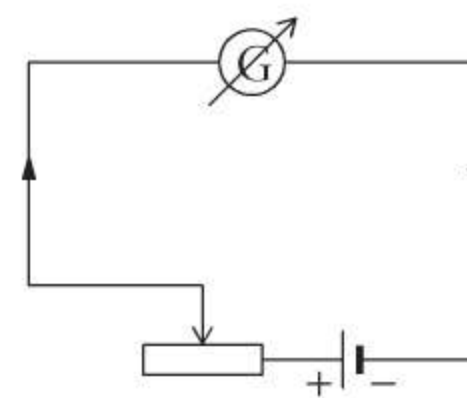


Rys. 21.1 Michael Faraday, fragment z jego dziennika, w którym uczony opisuje odkrycie indukcji elektromagnetycznej, oraz pierścień żelazny z cewkami użyty w doświadczeniu

⁹ O badaniach Faradaya nad polem elektrostatycznym wspominaliśmy w podręczniku do klasy drugiej.

Omówimy teraz serię doświadczeń, które łatwo można wykonać w każdej szkolnej pracowni.

Przed przystąpieniem do ich wykonywania należy połączyć galwanometr (z cyfrą 0 na środku skali) ze źródłem napięcia (i oporem zabezpieczającym przyrząd przed przepływem zbyt silnego prądu) i zapamiętać, w którą stronę wychyla się wskazówka przy przepływie prądu o znanym kierunku (rys. 21.2). Pozwoli to następnie ustalić kierunek prądu w obwodzie na podstawie wychylenia wskazówki miernika.

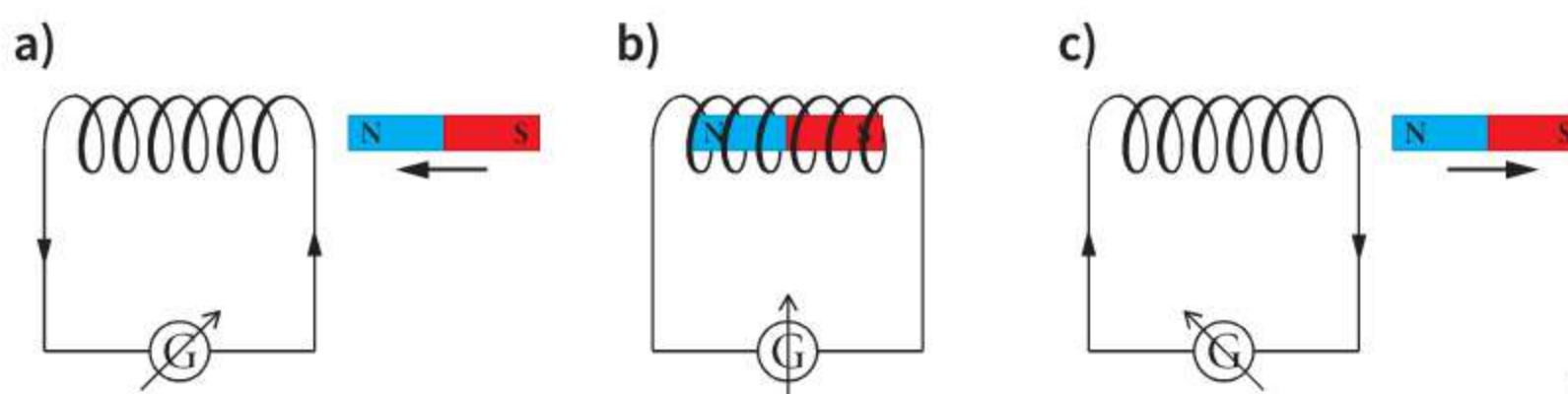


Rys. 21.2 Obwód do ustalenia kierunku prądu na podstawie wychylenia wskazówki galwanometru

Doświadczenie 21.1

Prąd indukcyjny (I)

Do zwojnicy połączonej z galwanometrem (lub czułym miliamperomierzem) wsuwamy magnes sztabkowy. Po chwili go wysuwamy. Obserwujemy wychylenie wskazówki galwanometru w jedną stronę podczas wsuwania magnesu (rys. 21.3a) i w stronę przeciwną podczas jego wysuwania (rys. 21.3c).



Rys. 21.3

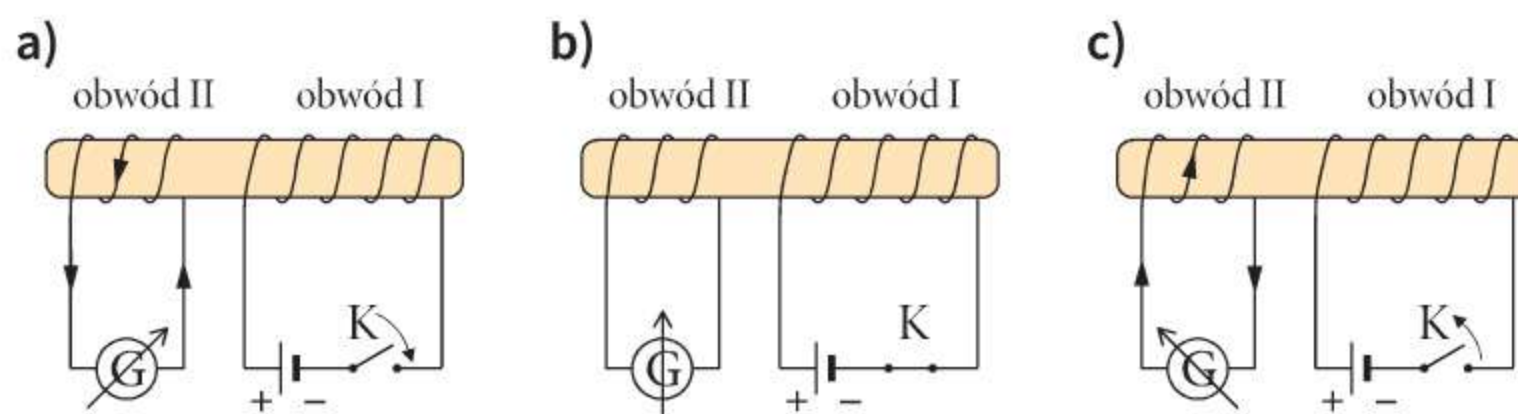
Gdy magnes jest nieruchomy względem zwojnicy, galwanometr nie wskazuje przepływu prądu (rys. 21.3b).

Doświadczenie 21.2

Prąd indukcyjny (II)

Na wspólnym rdzeniu ze stali miękkiej umieszczamy dwie zwojnice. Jedną z nich łączymy z galwanometrem, drugą ze źródłem napięcia stałego i wyłącznikiem (kluczem) K.

Obserwujemy wychylenie wskazówki galwanometru w obwodzie II w jedną stronę podczas zamykania obwodu I (rys. 21.4a) i w przeciwną stronę podczas otwierania obwodu I (rys. 21.4c).

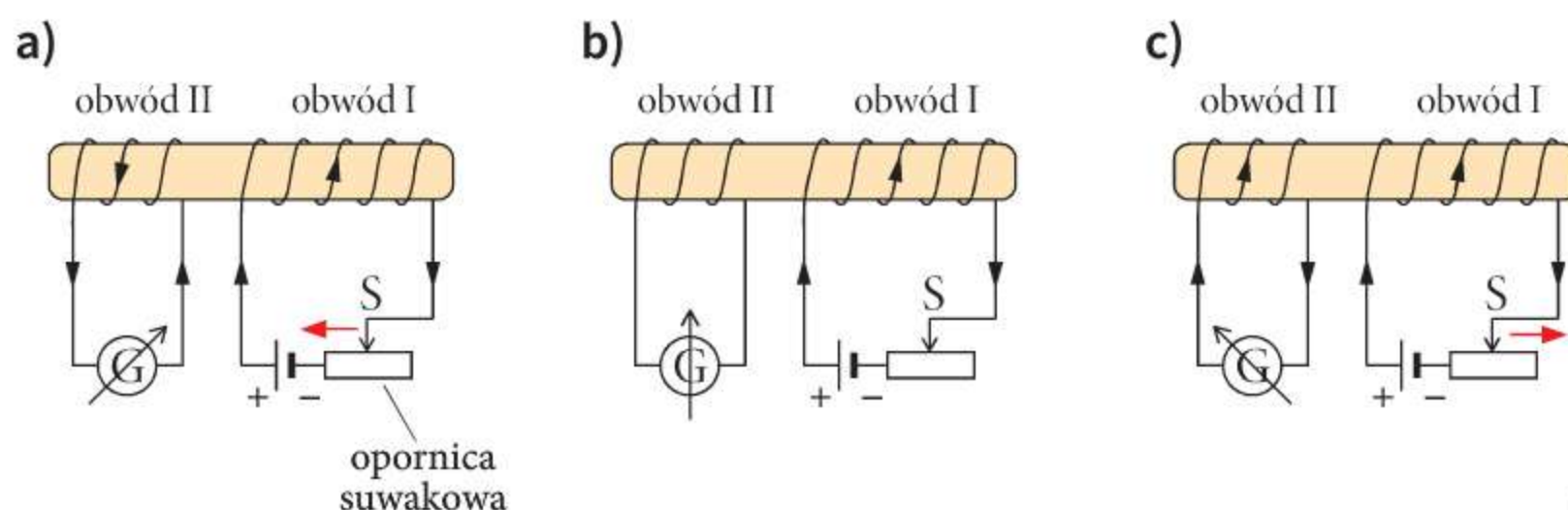


Rys. 21.4

Gdy obwód I jest zamknięty, galwanometr nie wskazuje przepływu prądu (rys. 21.4b).

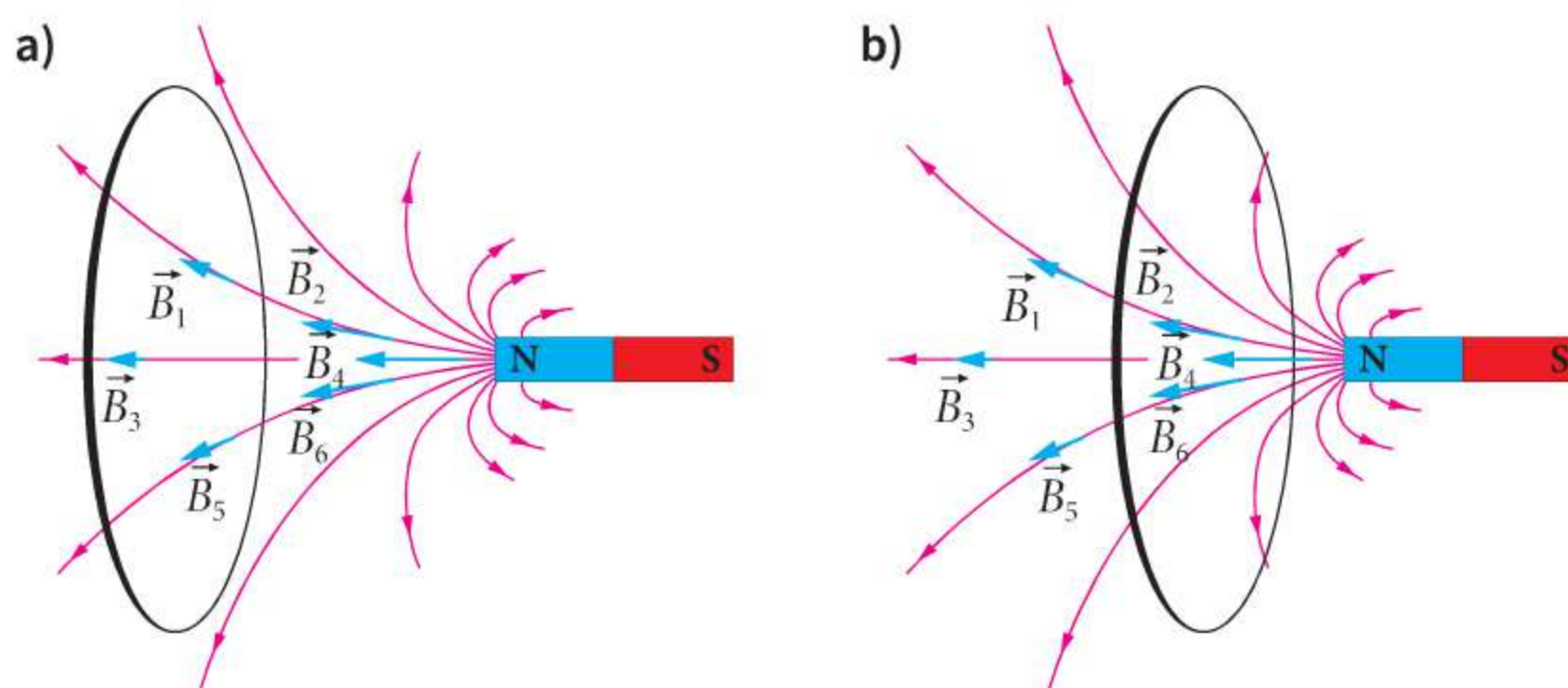
Doświadczenie 21.3**Prąd indukcyjny (III)**

W obwodzie I zestawu użytego w doświadczeniu 21.2 umieszczamy opornicę suwakową. Zamykamy obwód. Następnie przesuwamy suwak opornicy i obserwujemy wychylenie wskazówki galwanometru w jedną stronę podczas ruchu suwaka S w lewo (zmniejszenie oporu obwodu I – rys. 21.5a) i w przeciwną stronę podczas ruchu suwaka w prawo (zwiększenie oporu obwodu I – rys. 21.5c).

**Rys. 21.5**

Gdy nie zmieniamy położenia suwaka, galwanometr nie wskazuje przepływu prądu (rys. 21.5b).

W opisanych powyżej doświadczeniach obserwowaliśmy **wyindukowanie prądu** w obwodach niezawierających źródła napięcia. Wyindukowany w tych obwodach prąd nazywamy **prądem indukcyjnym**. W doświadczeniu 21.1 podczas ruchu magnesu względem zwojnicy zmieniały się w każdym punkcie wartości wektorów indukcji pola magnetycznego magnesu obejmowanego przez poszczególne zwoje zwojnicy oraz kąty pomiędzy tymi wektorami a płaszczyzną zwojów. (Dotychczas mówiliśmy, że zmieniało się pole magnetyczne obejmowane przez zwojnicę). Zmiany te przedstawiono przykładowo dla jednego zwoju na rysunkach 21.6a i b.

**Rys. 21.6** Zmiany indukcji $\vec{B}$ pola obejmowanego przez jeden zwoj podczas zbliżania magnesu

W doświadczeniach 21.2 i 21.3 (w obwodach zawierających źródło napięcia) natężenie prądu zmieniało się podczas zamykania i otwierania obwodu lub podczas zmiany oporu w tym obwodzie. Zmiana natężenia prądu powodowała zmianę wartości indukcji $\vec{B}$ pola magnetycznego wytworzonego w zwojnicy obwodu I, ponieważ:

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r n I}{l} \quad (21.1)$$

gdzie:

μ_0 – to przenikalność magnetyczna próżni; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$,

μ_r – względna przenikalność magnetyczna rdzenia,

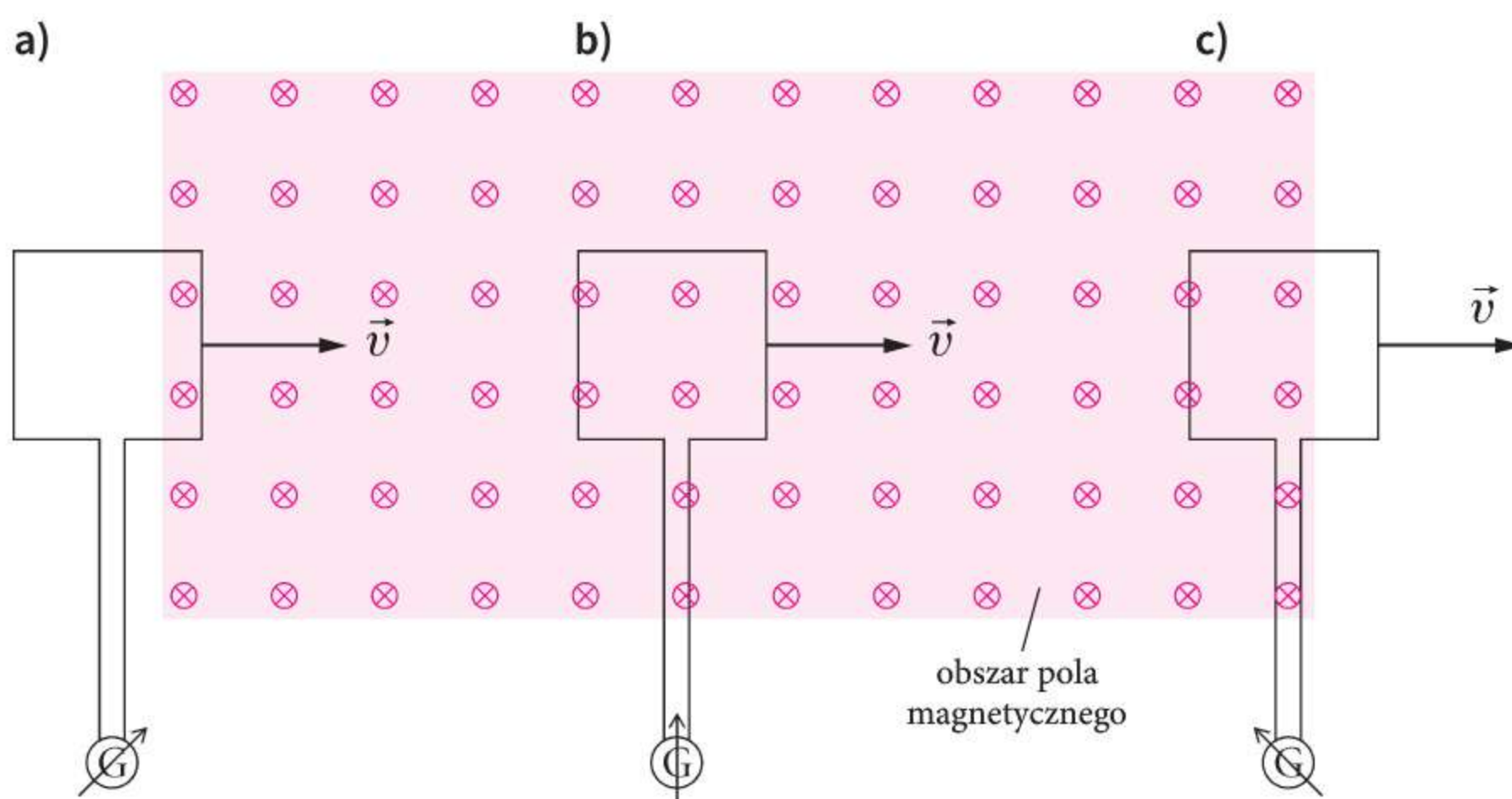
n – liczba zwojów,

l – długość zwojnicy,

I – natężenie prądu płynącego przez zwojnicę.

To zmieniające się pole magnetyczne, obejmowane przez zwojnicę w obwodzie II, powodowało wzbudzenie w niej prądu indukcyjnego.

Zastanówmy się teraz, czy tylko zmiana wartości indukcji pola magnetycznego obejmowanego przez obwód może być przyczyną wzbudzenia w nim prądu indukcyjnego. Rozważmy następującą sytuację. Do jednorodnego pola magnetycznego o indukcji $\vec{B}$ i ostro zarysowanych granicach wsuwamy ruchem jednostajnym kwadratową ramkę z drutu połączoną z galwanometrem (rys. 21.7).



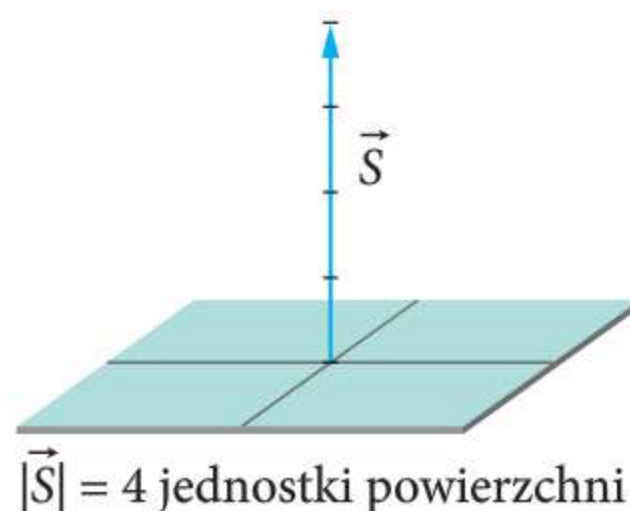
Rys. 21.7 Wzbudzanie prądu indukcyjnego w ramce

Podczas tego doświadczenia stwierdzamy, że wsuwanie ramki w obszar pola magnetycznego i jej wysuwanie z tego pola powoduje w niej przepływ prądu indukcyjnego. Wartość $\vec{B}$ pola magnetycznego, do którego wsuwano ramkę, się nie zmieniała. Co więc było przyczyną wzbudzenia prądu?

Aby odpowiedzieć na to pytanie, wprowadzimy pojęcie **strumienia indukcji magnetycznej** Φ (krócej: **strumienia magnetycznego**) przechodzącego przez dowolną powierzchnię S . Jeśli powierzchnia jest płaska, a pole magnetyczne jednorodne, to strumień magnetyczny obliczamy jako iloczyn skalarny:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \quad \text{czyli} \quad \Phi = BS \cos \angle(\vec{B}, \vec{S})$$

Wektor powierzchni $\vec{S}$ to wektor prostopadły do powierzchni S , a jego wartość jest równa polu powierzchni wyrażonemu w odpowiednich jednostkach (rys. 21.8).



Rys. 21.8 Wektor powierzchni

Uwaga: Zwrot wektora powierzchni przyjmujemy umownie. Wektorowi powierzchni płaskiej umieszczonej w jednorodnym polu magnetycznym prostopadle do linii pola będziemy przypisywać zwrot zgodny ze zwrotem linii pola.

Jednostką strumienia magnetycznego w SI jest **weber** (1 Wb):

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot 1 \text{ m}^2$$

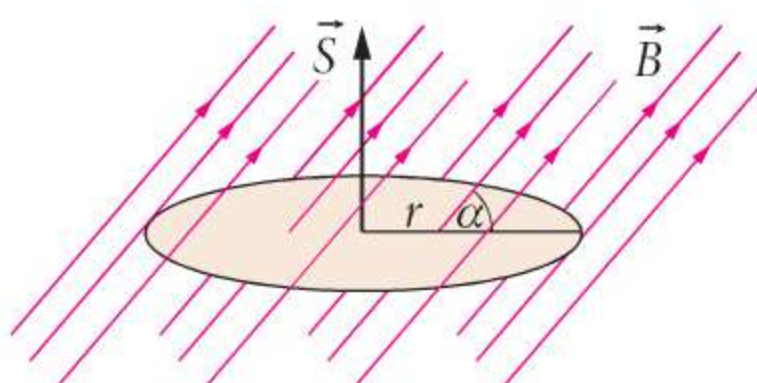
1 Wb to strumień magnetyczny przechodzący przez powierzchnię 1 m^2 ustawioną prostopadle do linii pola magnetycznego w miejscu, w którym wartość indukcji magnetycznej jest równa 1 T. Podczas wsuwania ramki do pola magnetycznego i wysuwania jej z tego pola (rys. 21.7) zmieniała się wielkość tej części powierzchni ramki, którą „przecinały” linie pola, więc zmieniał się strumień magnetyczny obejmowany przez ramkę. Zauważ, że w doświadczeniach 21.1, 21.2 i 21.3 strumień magnetyczny obejmowany przez zwojnicę także ulegał zmianom.

Podsumowując wyniki wszystkich omówionych doświadczeń oraz powyższe rozważania, możemy stwierdzić, że:

Warunkiem wzbudzenia prądu indukcyjnego w obwodzie zamkniętym jest zmiana strumienia magnetycznego objętego przez ten obwód.

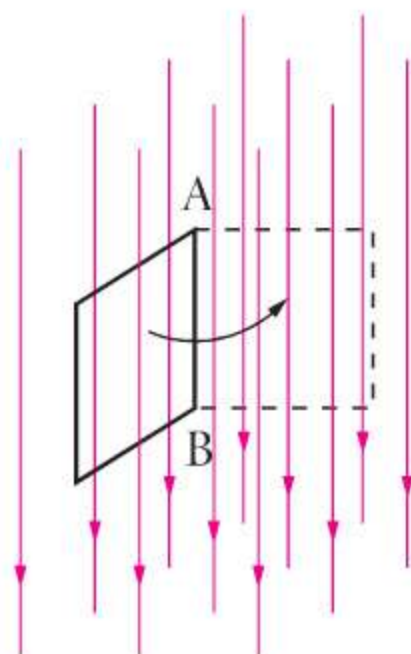
ZADANIA

1. Linie jednorodnego pola magnetycznego, którego indukcja ma wartość $B = 0,1 \text{ T}$, tworzą z powierzchnią kołowego obwodu o promieniu $r = 10 \text{ cm}$ kąt $\alpha = 30^\circ$ (rys. 21.9). Oblicz strumień indukcji magnetycznej przechodzący przez ten obwód.



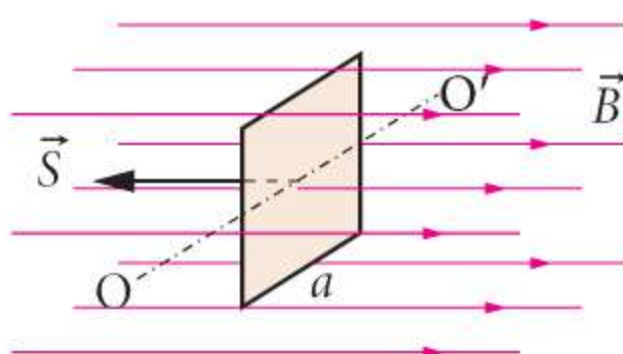
Rys. 21.9

2. Linie jednorodnego pola magnetycznego są zwrócone pionowo w dół. Umieszczona w polu prostokątna ramka obraca się wokół osi AB (rys. 21.10). Czy strumień magnetyczny przechodzący przez powierzchnię ramki ulega zmianie? Uzasadnij odpowiedź.



Rys. 21.10

3. Kwadratową ramkę o boku $a = 5\text{ cm}$ umieszczono w polu magnetycznym, którego indukcja ma wartość $B = 0,1\text{ T}$, tak jak pokazuje rysunek 21.11.



Rys. 21.11

Oblicz:

- strumień indukcji magnetycznej obejmowany przez ramkę,
- zmianę strumienia magnetycznego spowodowaną obrotem ramki o 180° wokół osi OO' .



22. Siła elektromotoryczna indukcji

- Na czym polega zjawisko indukcji elektromagnetycznej?
- Napięcie między końcami przewodnika poruszającego się w polu magnetycznym
- Od czego zależy SEM indukcji?
- Prawo Faradaya

Przypomnij sobie prawo Ohma dla całego obwodu, wzory na siłę Lorentza i siłę działającą na ładunek umieszczony w polu elektrostatycznym oraz warunek wzbudzenia prądu indukcyjnego w obwodzie zamkniętym.

Przed odkryciem prądów indukcyjnych przepływ prądu w obwodzie obserwowano tylko wtedy, gdy znajdowało się w nim źródło napięcia, np. ogniwo galwaniczne o charakteryzującej je sile elektromotorycznej $\mathcal{E}$. Według prawa Ohma dla całego obwodu $\mathcal{E} = I(R + r)$, gdzie R jest oporem obwodu, r – oporem wewnętrznym ogniwa, a I natężeniem prądu płynącego w obwodzie. Analogicznie możemy powiedzieć, że w rozważanych obwodach (niezawierających źródła napięcia) na skutek zmian strumienia magnetycznego wzbudziła się **siła elektromotoryczna indukcji** (w skrócie SEM indukcji), którą oznaczamy symbolem $\mathcal{E}$.

Wzbudzona SEM indukcji jest równa sile elektromotorycznej źródła, które należałoby włączyć do rozważanego obwodu, aby popłynął w nim prąd o takim samym natężeniu jak natężenie prądu wyindukowanego w tym obwodzie.

Możemy więc stwierdzić, że:

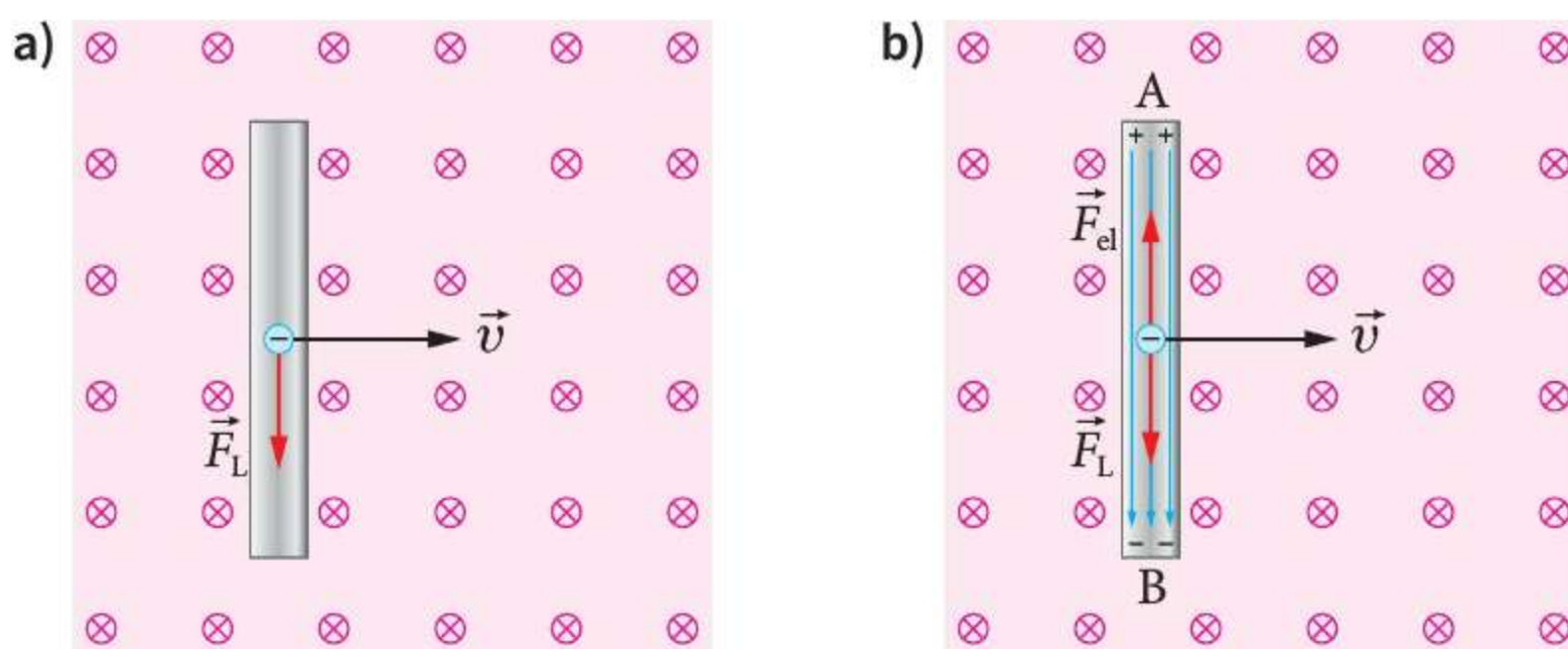
Zjawisko indukcji elektromagnetycznej polega na wzbudzaniu SEM indukcji w obwodach obejmujących zmieniający się strumień magnetyczny. Jeśli obwody te są zamknięte, to płynie w nich prąd indukcyjny.

Skorzystajmy z posiadanej już przez ciebie wiedzy z fizyki i rozważmy następującą sytuację. W pręcie znajdują się swobodne elektrony. Podczas jego ruchu w polu magnetycznym z prędkością $\vec{v}$ elektrony są przez ten pręt unoszone z taką samą prędkością $\vec{v}$. Na każdy z elektronów działa siła Lorentza:

$$\vec{F}_L = -e(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{o wartości} \quad F_L = evB$$

co powoduje ich przemieszczenie zgodnie z działającą siłą (rys. 22.1a). Wytworzone w pręcie (w wyniku przemieszczenia elektronów) pole elektryczne o natężeniu $\vec{E}$ działa na elektrony siłą elektryczną (rys. 22.1b):

$$\vec{F}_{el} = -e\vec{E} \quad \text{o wartości} \quad F_{el} = eE$$



Rys. 22.1 Siły działające na elektron w przewodniku poruszającym się w polu magnetycznym: w chwili początkowej (a), w chwili zrównoważenia się sił (b)

Działająca na elektrony siła Lorentza zostanie w pewnej chwili zrównoważona przez siłę elektryczną:

$$\vec{F}_L + \vec{F}_{el} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad evB = eE \quad \Rightarrow \quad vB = E$$

Wówczas pomiędzy końcami A i B pręta o długości l ustali się napięcie U , związane z wartością natężenia pola elektrycznego E wzorem $E = \frac{U}{l}$. Wobec tego $vB = \frac{U}{l}$, czyli:

$$U = Bvl$$

(22.1)

Zauważ, że wyprowadzony wzór stosuje się w szczególnym przypadku: gdy $\vec{v} \perp \vec{B}$ i gdy wektory $\vec{v}$ i $\vec{B}$ są prostopadłe do pręta.

Jeśli połączymy końce A i B pręta przewodnikiem, to w tak utworzonym obwodzie (o całkowitym oporze R) popłynąłby prąd indukcyjny o natężeniu $I = \frac{U}{R}$, a napięcie U równałoby się sile elektromotorycznej indukcji wzbudzonej w tym obwodzie (patrz rysunek 21.7a i c).

Wiemy już, jakie warunki muszą być spełnione, aby w obwodzie zamkniętym lub przewodniku wzbudzić siłę elektromotoryczną indukcji. Teraz zastanowimy się, od czego zależy jej wartość w ogólnym przypadku. Jakościową odpowiedź na to pytanie możemy uzyskać dzięki wykonaniu doświadczeń omówionych wcześniej. Powtórzenie doświadczeń 21.1, 21.2, 21.3 i porównanie wychylenia wskazówki galwanometru podczas zmian strumienia magnetycznego dokonywanych z coraz większą szybkością pozwala łatwo stwierdzić, że im szybciej zmieniamy strumień magnetyczny (tzn. szybciej wsuwamy magnes do zwojnicy i go wysuwamy, szybciej zamykamy lub otwieramy obwód I, szybciej przesuwamy suwak opornicy w tym obwodzie), tym większe jest wychylenie wskazówki galwanometru.

Oznacza to, że:

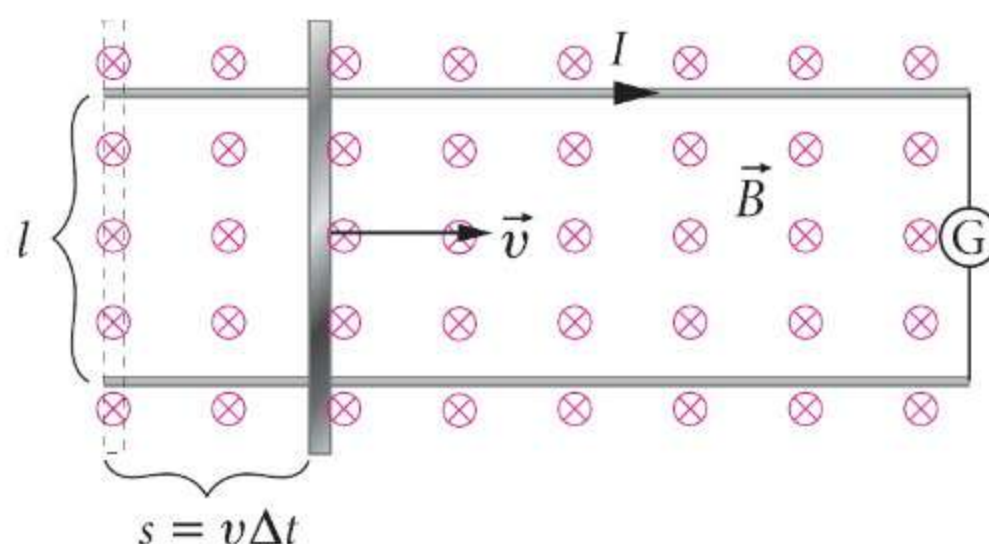
Wartość bezwzględna SEM indukcji zależy od szybkości zmian strumienia magnetycznego.

Wzór przedstawiający tę zależność można wyprowadzić na podstawie poniższego doświadczenia.

Doświadczenie myślowe¹⁰ 22.1

Wyprowadzenie wzoru na SEM indukcji

W jednorodnym stałym polu magnetycznym umieszczamy dwie metalowe, równoległe szyny połączone z galwanometrem (rys. 22.2).



Rys. 22.2

Na szynach oddalonych o l kładziemy metalową poprzeczkę. Zakładamy, że poprzeczką będzie się poruszać po szynach z pomijalnie małym tarcieniem.

Ruchem jednostajnym przesuwamy poprzeczkę w prawo. Drogę przebytą przez nią w czasie Δt można wyrazić wzorem $s = v\Delta t$. W tym czasie powierzchnia obwodu zamkniętego zmienia się (maleje) o $\Delta S = S_k - S_0 = -lv\Delta t$, skąd $lv = -\frac{\Delta S}{\Delta t}$.

Uzyskane wyrażenie na iloczyn lv podstawiamy do wzoru (22.1) i otrzymujemy:

$$\mathcal{E} = Blv = -B \frac{\Delta S}{\Delta t} = -\frac{BS_k - BS_0}{\Delta t} = \frac{\Phi_k - \Phi_0}{\Delta t} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Wyrażenie $\frac{|\Delta \Phi|}{\Delta t}$ informuje nas, jaką wartość bezwzględną ma zmiana strumienia magnetycznego następująca w jednostce czasu, czyli jaka jest szybkość zmian strumienia magnetycznego.

$$|\mathcal{E}| = \frac{|\Delta \Phi|}{\Delta t}$$

Wartość bezwzględna SEM indukcji wzbudzonej w rozważanym obwodzie jest wprost proporcjonalna do szybkości zmian strumienia magnetycznego obejmowanego przez ten obwód.

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

(22.2)

Wzór (22.2) nosi nazwę **prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya**¹¹.

¹⁰ Doświadczenie to jest tzw. doświadczeniem myślowym, gdyż w praktyce dość trudno byłoby je wykonać.

¹¹ Prawo indukcji elektromagnetycznej Faradaya najogólniej zapisuje się przy użyciu pojęcia pochodnej strumienia magnetycznego względem czasu w postaci: $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$.

Należy pamiętać, że Φ to całkowity strumień magnetyczny obejmowany przez rozważany obwód, zatem SEM dla obwodu złożonego z n połączonych szeregowo ramek lub zwojów wyrażamy wzorem:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -n\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t} \quad (22.3)$$

gdzie Φ_1 jest strumieniem obejmowanym przez jedną ramkę lub jeden zwoj zwojnicy. Ze wzoru (22.2) wynika, że:

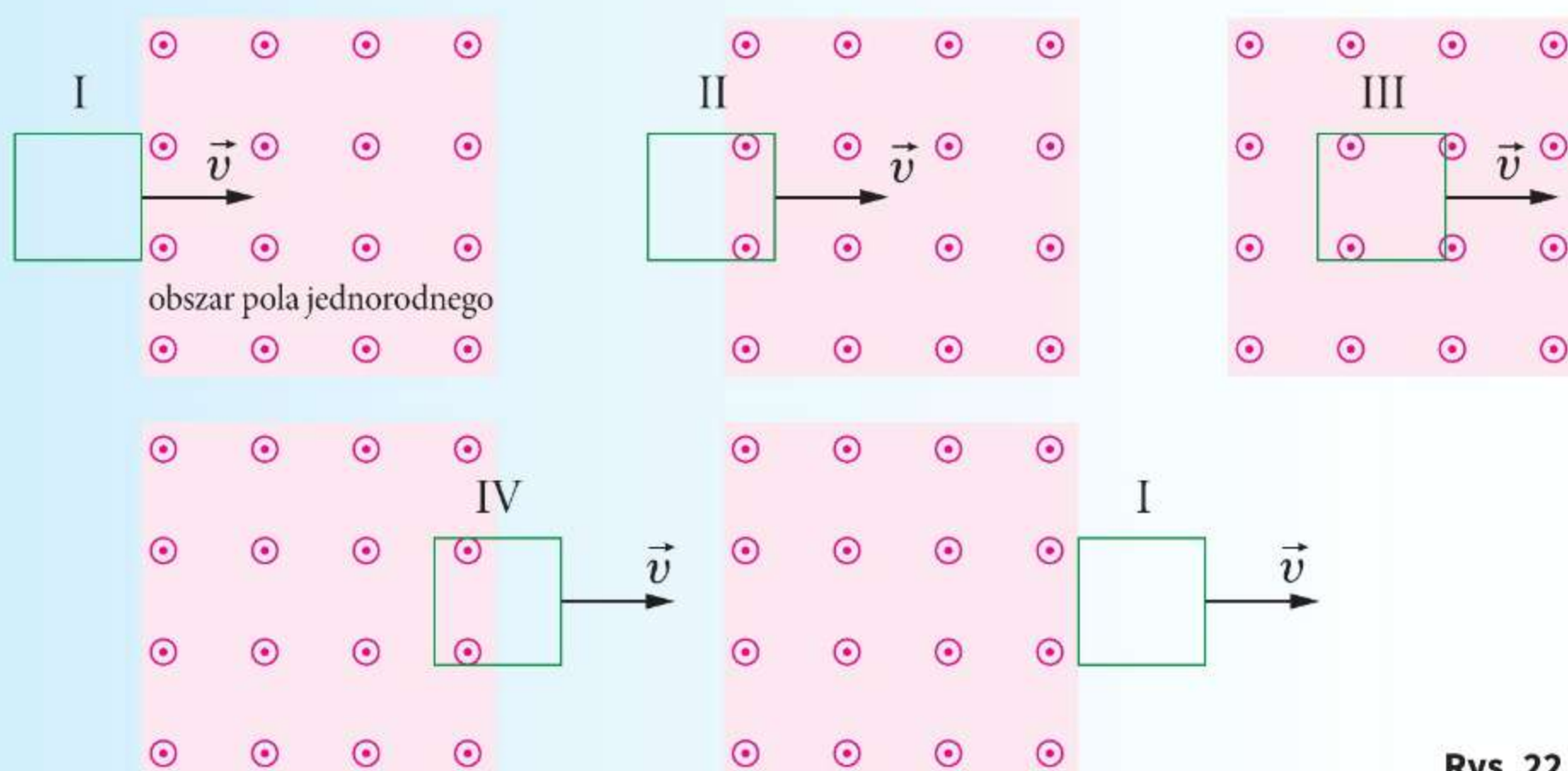
- gdy strumień obejmowany przez obwód maleje, czyli $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} < 0$, to $\mathcal{E} > 0$;
- gdy strumień obejmowany przez obwód rośnie, czyli $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0$, to $\mathcal{E} < 0$;
- gdy strumień obejmowany przez obwód nie zmienia się, czyli $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 0$, to $\mathcal{E} = 0$.

Zauważ, że jeśli strumień zmienia się liniowo, to **szybkość zmian strumienia magnetycznego jest stała**. Wówczas wzbudzona w obwodzie **siła elektromotoryczna indukcji ma stałą wartość**, a **prąd indukcyjny** płynący w obwodzie, którego opór się nie zmienia, **ma stałe natężenie**.

Przykład 22.1

Prąd indukcyjny wzbudzony w ramce

Kwadratowa ramka o boku a wykonana z przewodnika porusza się ruchem jednostajnym i przechodzi przez obszar jednorodnego pola magnetycznego o indukcji $\vec{B}$. Linie tego pola są prostopadłe do płaszczyzny ramki i zwrócone jak na rysunku 22.3.



Rys. 22.3

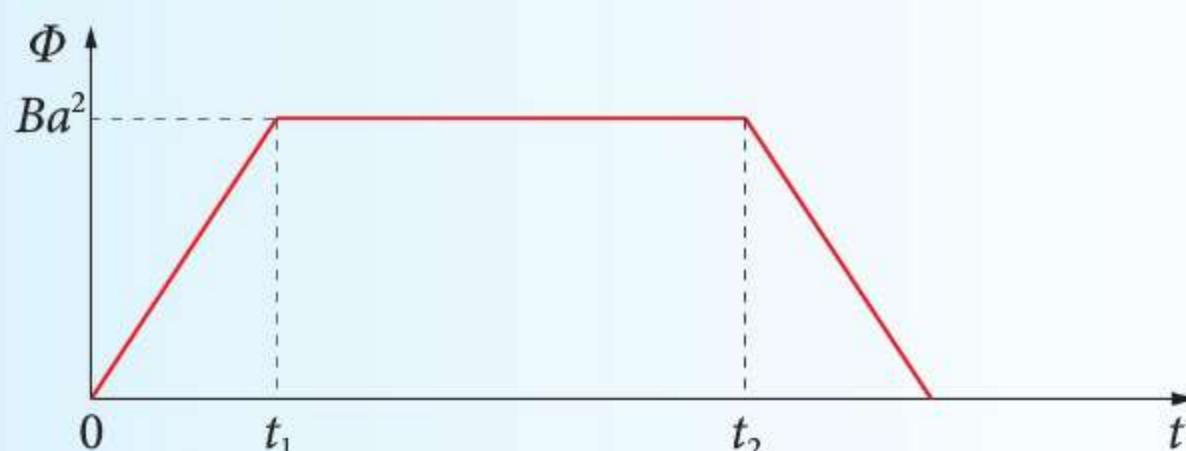
1. Narysujemy w tym przypadku dwa wykresy:

- wykres $\Phi(t)$, czyli wykres zależności strumienia magnetycznego obejmowanego przez ramkę od czasu;
- wykres $\mathcal{E}(t)$, czyli wykres zależności siły elektromotorycznej indukcji wzbudzonej w ramce od czasu.

2. Obliczymy też natężenie prądu indukcyjnego wzbudzonego w ramce.

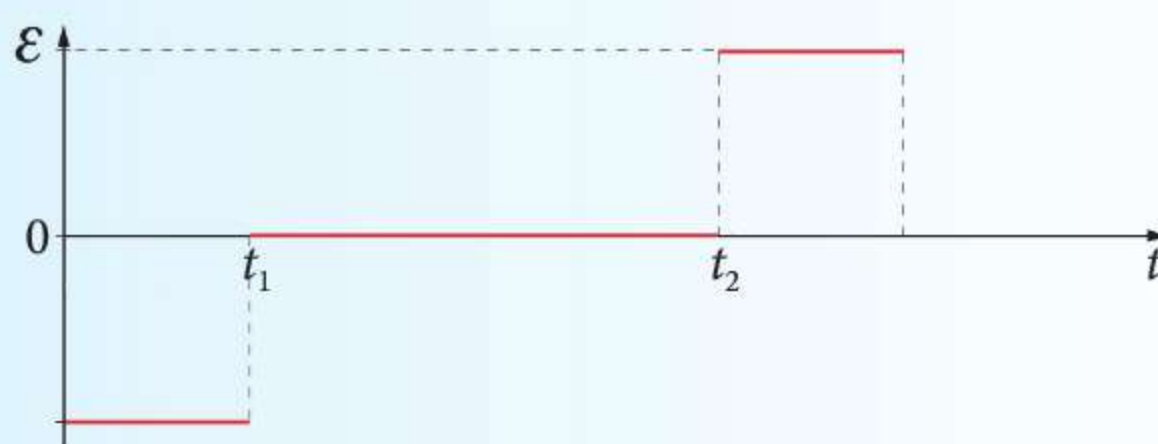
Ad 1 a)

Strumień magnetyczny obejmowany przez ramkę podczas wsuwania jej w obszar pola wzrasta liniowo ($v = \text{const}$). Gdy cała ramka znajduje się w polu (np. w położeniu III) i przesuwa się przez nie, obejmowany przez nią strumień magnetyczny się nie zmienia. Podczas wysuwania ramki z obszaru pola strumień magnetyczny maleje liniowo. Możemy więc narysować wykres $\Phi(t)$ w rozważanym przypadku (rys. 22.4).

**Rys. 22.4****Ad 1 b)**

Siła elektromotoryczna indukcji wzbudzi się w ramce podczas zmiany obejmowanego przez nią strumienia magnetycznego, czyli podczas wsuwania ramki w obszar pola i wysuwania jej z pola. W obu tych przypadkach strumień magnetyczny jest liniową funkcją czasu, więc szybkość jego zmian jest stała, czyli $\mathcal{E} = \text{const}$.

Podczas wsuwania ramki w obszar pola $\Delta\Phi > 0$, zatem $\mathcal{E} < 0$, a podczas wysuwania ramki $\Delta\Phi < 0$, czyli $\mathcal{E} > 0$. Oczywiście, gdy cała ramka znajduje się w obszarze pola i przemieszcza się w nim, $\Phi = \text{const}$, $\Delta\Phi = 0$, więc $\mathcal{E} = 0$. Wykres $\mathcal{E}(t)$ przedstawiono na rysunku 22.5.

**Rys. 22.5****Ad 2)**

Natężenie prądu wzbudzonego w ramce podczas wsuwania jej w obszar pola z szybkością v będzie takie samo jak podczas wysuwania z taką samą szybkością, gdyż wartość bezwzględna siły elektromotorycznej jest w obu wypadkach jednakowa, natomiast kierunki prądu będą przeciwne. Na podstawie prawa Ohma możemy napisać: $I = \frac{|\mathcal{E}|}{R}$, gdzie R jest oporem ramki.

Przyjmijmy, że w rozważanym przypadku $B = 0,1 \text{ T}$, bok ramki $a = 5 \text{ cm}$, jej opór $R = 0,2 \Omega$, a wartość prędkości $v = 1 \text{ m/s}$. Wartość bezwzględna SEM indukcji:

$$|\mathcal{E}| = Bav$$

zatem:

$$I = \frac{Bav}{R}$$

$$I = \frac{0,1 \text{ T} \cdot 0,05 \text{ m} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,2 \Omega} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Indukcja elektromagnetyczna w gitarze

Pierwsze eksperymenty z elektronicznymi modyfikacjami gitary prowadzono już w latach trzydziestych XX wieku, kiedy konstruowano głównie modele elektroakustyczne. Dopiero dwie dekady później znaczący sukces marketingowy odniosły: gitara dwuprzetwornikowa Fender Telecaster (rys. 22.6), a następnie trzyprzetwornikowa Fender Stratocaster – pozbawione pudła akustycznego. Każdy z przetworników elektromagnetycznych użytych w tych gitarach zawiera magnes, rdzenie magnetyczne umieszczone pod każdą ze strun oraz wspólną zwojnicę (cewkę). Struny współpracujące z takim przetwornikiem muszą być ferromagnetyczne – dzięki temu po wprowadzeniu ich w drgania zmienia się strumień pola magnetycznego obejmowanego przez zwojnicę (wchodzące w skład przetworników). W zwojnicach indukuje się wówczas prąd.

Czasem jednak cewki przetworników odbierają również zakłócenia elektromagnetyczne z innych elementów otoczenia, co może prowadzić do niekontrolowanego wzmacniania sprzężeń i innych niepożądanych dźwięków. Dlatego w wielu gitarach stosuje się podwójny przetwornik, tzw. humbucker, którego konstrukcja powoduje wygaszenie zewnętrznych zakłóceń.

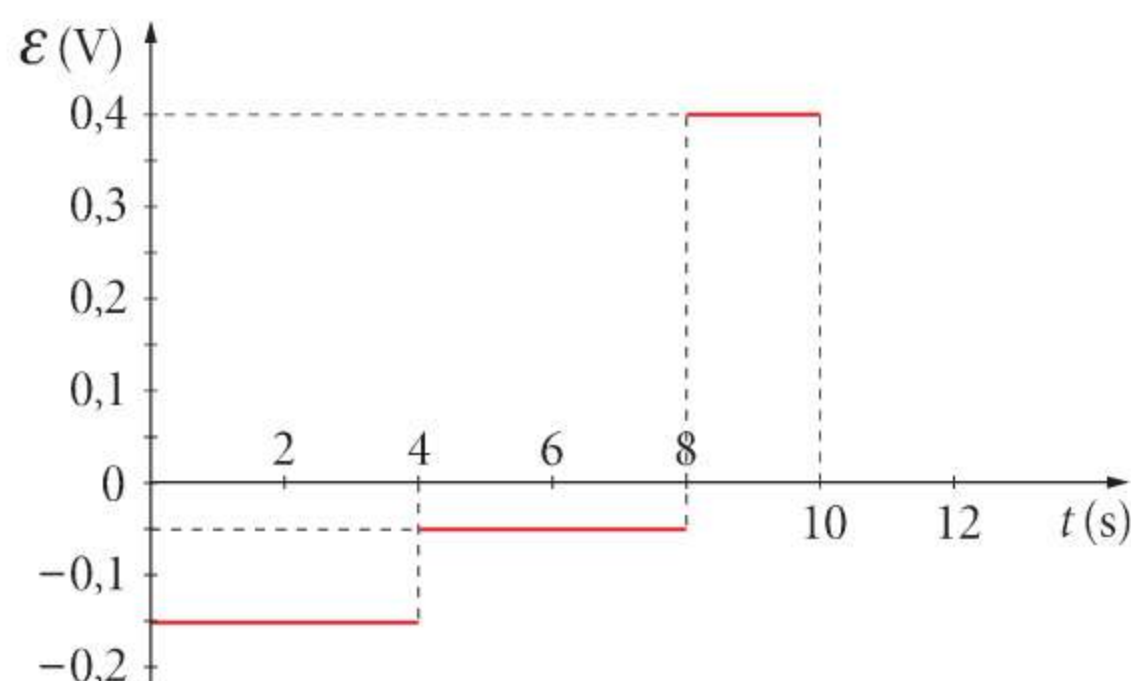
Brzmienie gitary elektrycznej zależy od położenia przetworników względem strun, ich konstrukcji, sposobu ich połączenia (wybieranego przełącznikiem) oraz od dalszych etapów elektronicznej obróbki sygnału. Dlatego niektórzy muzycy eksperymentują z konfiguracją swoich elektrycznych gitar w poszukiwaniu „właściwego” brzmienia.



Rys. 22.6 Gitara elektryczna

ZADANIA

1. Wykres (rys. 22.7) przedstawia zależność od czasu siły elektromotorycznej indukcji wzbudzonej w zwojnicy. Narysuj wykres zależności od czasu strumienia magnetycznego $\Phi(t)$ objętego przez tę zwojnicę, przy założeniu, że $\Phi_0 = 0$.



Rys. 22.7



23. Reguła Lenza

- Kierunek prądu indukcyjnego
- Reguła Lenza jako konsekwencja prawa zachowania energii
- Przykłady stosowania reguły Lenza

Przypomnij sobie stosowanie reguły prawej dłoni do wyznaczania zwrotu indukcji magnetycznej pola w zwojnicy z prądem.

Michael Faraday na podstawie wyników badań zjawiska indukcji elektromagnetycznej podał sposób wyznaczania kierunku prądu indukcyjnego. Był on jednak znacznie bardziej skomplikowany niż reguła sformułowana w 1833 roku przez H.F.E. Lenza¹² i nazwana później jego imieniem.

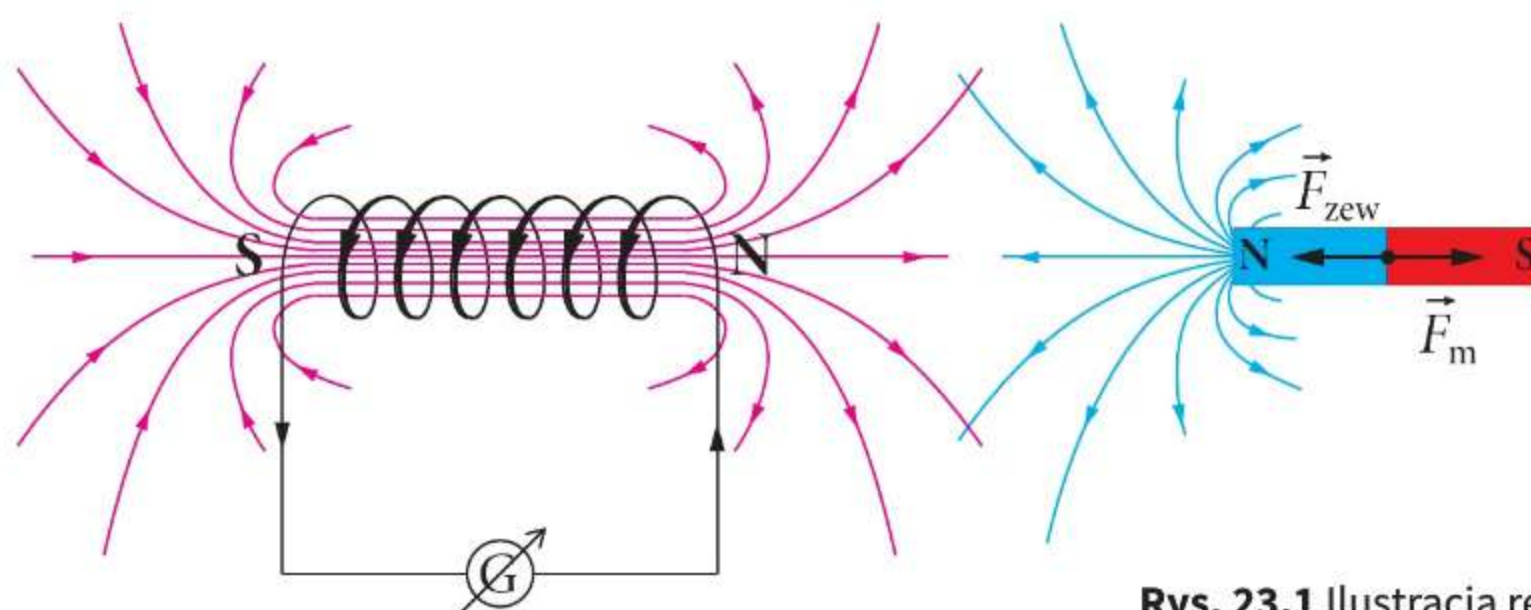
Najbardziej ogólnie **regułę Lenza** formułuje się następująco:

Kierunek prądu indukcyjnego jest taki, że pole magnetyczne wytwarzane przez ten prąd przeciwstawia się (przeszkadza) zmianom strumienia magnetycznego, które ten prąd wywołały.

Reguła ta (zwana też regułą przekory) jest bezpośrednią konsekwencją obowiązującego w przyrodzie prawa zachowania energii. Skorzystamy z tego prawa i wyznaczymy kierunek prądu indukcyjnego wzbudzonego w zwojnicy podczas wsuwania do niej magnesu sztabkowego, a następnie podamy przykłady praktycznego stosowania reguły Lenza.

Podczas przepływu prądu indukcyjnego przez zwojnicę siły pola elektrycznego, które przemieszczają ładunek w obwodzie, wykonują pracę, a więc nadają energię przemieszczającym się elektronom. Uzyskanie energii przez elektrony mogło nastąpić wyłącznie kosztem pracy wykonanej przez siłę zewnętrzną, działającą na magnes podczas wsuwania go do zwojnicy. Konieczność działania siłą zewnętrzną oznacza, że na magnes poruszający się ruchem jednostajnym działała również (zwrócona przeciwnie do jego przemieszczenia) siła $\vec{F}_m$, której źródłem było pole magnetyczne wyindukowanego prądu (rys. 23.1).

¹² Heinrich Friedrich Emil Lenz (z ros. Emilij Christianowicz Lenc), fizyk rosyjski niemieckiego pochodzenia, profesor uniwersytetu w Petersburgu. Żył w latach 1804–1865.



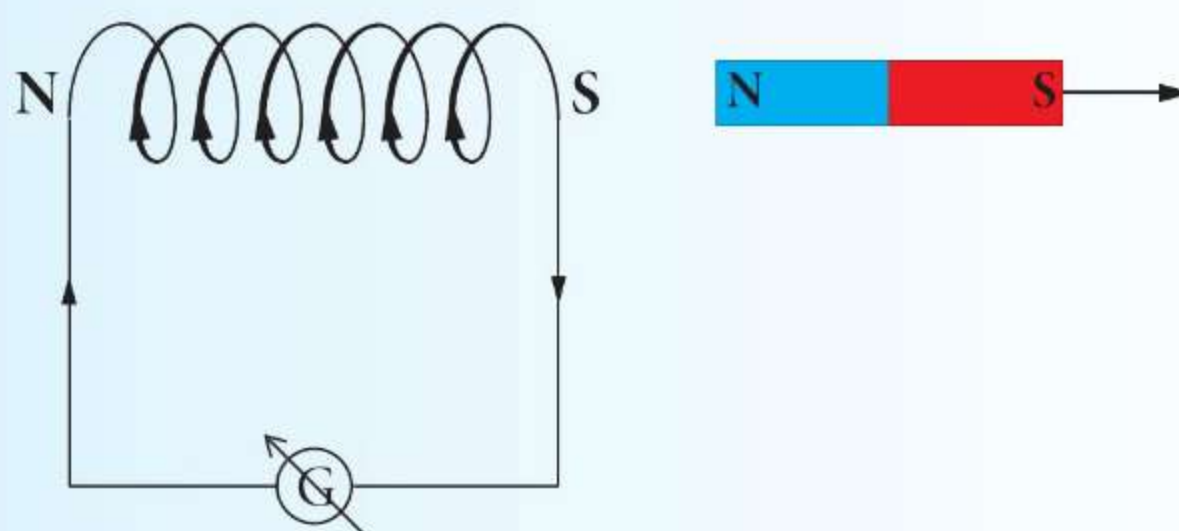
Rys. 23.1 Ilustracja reguły Lenza

Zwrot siły $\vec{F}_m$ świadczy o odpychaniu magnesu przez zwojnicę. Ponieważ przysuwany magnes był zwrócony do zwojnicy biegunem N, więc prąd w niej wzbudzony wytworzył od strony magnesu pole magnetyczne o takim samym biegunie (N). Linie pola magnetycznego zwojnicy mają zatem zwrot przeciwny do linii pola magnetycznego magnesu (rys. 23.1). Pole magnetyczne prądu indukcyjnego przeszkadza zmianom (w rozważanym przypadku wzrostowi) strumienia magnetycznego obejmowanego przez zwojnicę. Jeśli znamy położenie biegunów zwojnicy, możemy łatwo wyznaczyć (np. za pomocą reguły prawej dłoni) kierunek prądu indukcyjnego.

Przykład 23.1

Zastosowanie reguły Lenza (I)

Skorzystamy z reguły Lenza i wyznaczymy kierunek prądu indukcyjnego wzbudzonego w zwojnicy podczas odsuwania od niej magnesu sztabkowego tak, jak pokazano na rysunku 23.2.



Rys. 23.2

Przyczyną wywołującą w tym przypadku prąd indukcyjny jest zmniejszanie strumienia magnetycznego obejmowanego przez zwojnicę. Przeciwdziałanie tej zmianie to przeciwdziałanie odsuwaniu magnesu od zwojnicy. Wobec tego wyindukowany prąd popłynie tak, by od strony odsuwanego bieguna N powstał biegun S zwojnicy. Oczywiście po jej przeciwnej stronie powstanie biegun N.

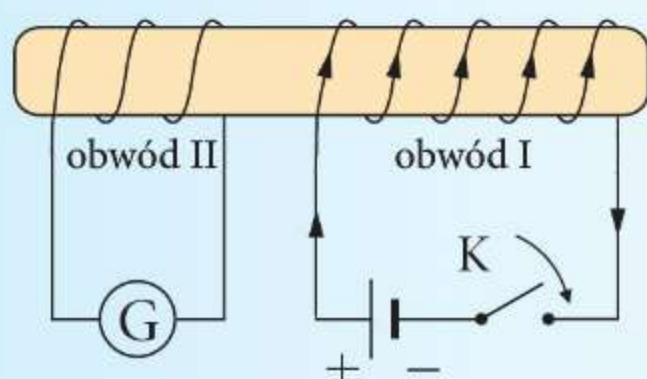
Skoro znamy położenie biegunów zwojnicy, możemy zastosować regułę prawej dłoni i zaznaczyć kierunek prądu indukcyjnego.

Wyznacz samodzielnie kierunek prądu indukcyjnego wzbudzonego w zwojnicy podczas przysuwania, a następnie odsuwania magnesu zwróconego w stronę zwojnicy biegunem S.

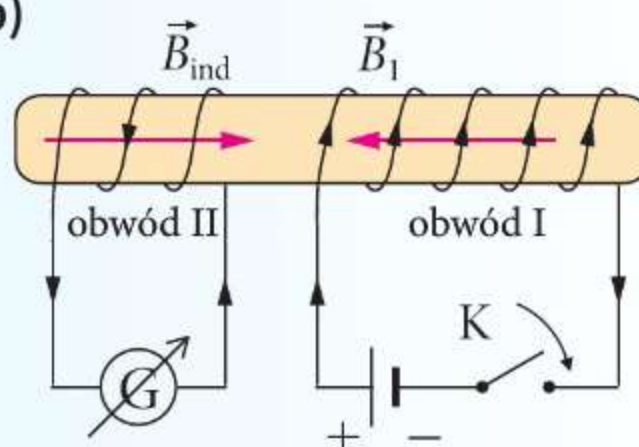
Przykład 23.2**Zastosowanie reguły Lenza (II)**

Zwojnice znajdujące się w obwodach I i II są nawinięte na wspólny ferromagnetyczny rdzeń. Wyznamy kierunek prądu indukcyjnego wzbudzonego w obwodzie II podczas zamykania obwodu I kluczem K (rys. 23.3).

a)



b)

**Rys. 23.3**

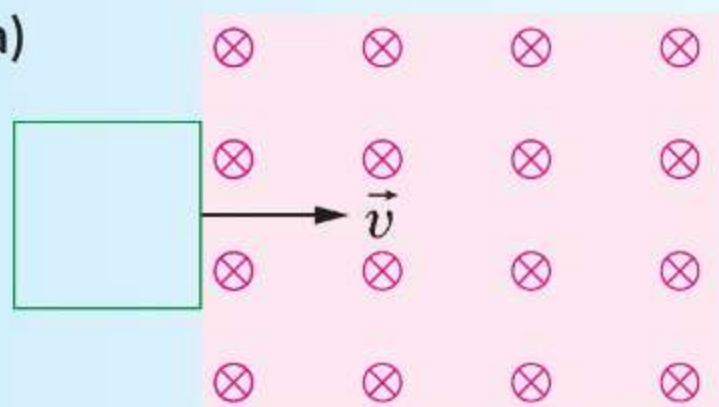
Podczas tej czynności natężenie prądu, który w obwodzie I popłynie tak jak na rysunku, będzie wzrastać od zera do wartości maksymalnej w pewnym krótkim czasie Δt . W tym czasie strumień magnetyczny wytwarzany przez ten prąd będzie się zmieniał (wzrastał), więc w obwodzie II, obejmującym ten strumień, popłynie prąd indukcyjny. Aby pole magnetyczne utworzone przez prąd indukcyjny przeciwstawiło się wzrostowi strumienia, zwrot wektora $\vec{B}_{\text{ind}}$ pola magnetycznego wewnątrz zwojnicy z prądem indukcyjnym musi być przeciwny do zwrotu wektora $\vec{B}_1$ pola utworzonego przez prąd płynący w obwodzie I (rys. 23.3b).

Oznacza to, że w czasie Δt w zwojnicy w obwodzie II popłynie prąd (reguła prawej dłoni) w kierunku przeciwnym do kierunku prądu w zwojnicy w obwodzie I.

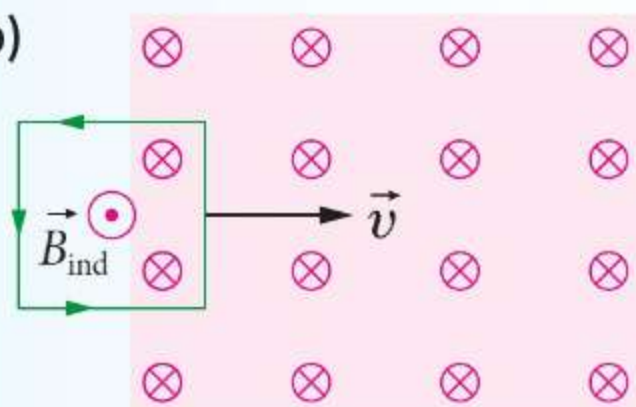
Przykład 23.3**Zastosowanie reguły Lenza (III)**

Kwadratową ramkę z przewodnika wsuwamy ruchem jednostajnym z prędkością $\vec{v}$ w obszar pola magnetycznego o ostro zarysowanych granicach (rys. 23.4a). Indukcja $\vec{B}$ tego pola jest prostopadła do płaszczyzny kartki i zwrócona tak jak na rysunku.

a)



b)

**Rys. 23.4**

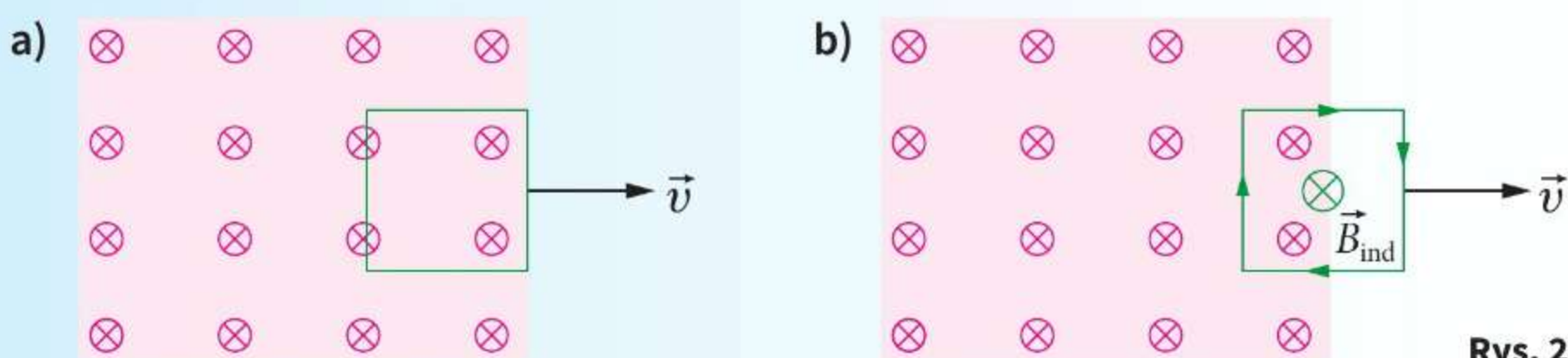
Podczas wsuwania ramki w obszar pola wzrasta obejmowany przez nią strumień magnetyczny, co powoduje wzbudzenie w ramce prądu indukcyjnego.

Przeciwdziałanie **wzrostowi** strumienia polega na utworzeniu przez prąd indukcyjny w ramce pola magnetycznego o liniach wewnątrz ramki zwróconych **przeciwnie** niż pole, do którego wsuwamy ramkę. Na rysunku 23.4b zaznaczono symbolicznie, jako $\vec{B}_{\text{ind}}$, indukcję magnetyczną pola utworzonego przez prąd indukcyjny.

Zastosuj regułę prawej dłoni i sprawdź, że prąd w ramce płynie przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.

Przykład 23.4**Zastosowanie reguły Lenza (IV)**

Ramka z przykładu 23.3 jest teraz wysuwana z obszaru pola magnetycznego ruchem jednostajnym (rys. 23.5).

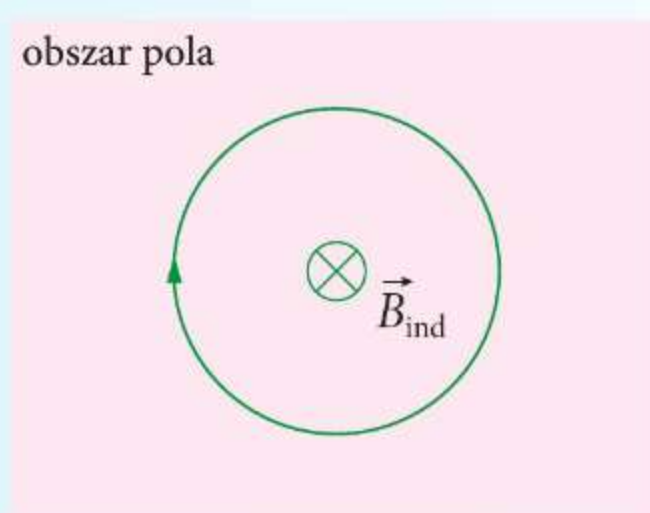
**Rys. 23.5**

Strumień magnetyczny obejmowany przez ramkę maleje. Przeciwdziałanie **zmniejszaniu** się tego strumienia będzie w tym przypadku polegało na jego „podtrzymaniu”, więc prąd indukcyjny w ramce popłynie w takim kierunku, by indukcja $\vec{B}_{\text{ind}}$ tego prądu była wewnątrz ramki zwrócona **zgodnie** z indukcją $\vec{B}$ pola, z którego ramkę wysuwamy (rys. 23.5b).

Zastosuj regułę prawej dłoni i sprawdź, że kierunek prądu indukcyjnego w ramce jest zgodny z kierunkiem ruchu wskazówek zegara.

Przykład 23.5**Zastosowanie reguły Lenza (V)**

W jednorodnym polu magnetycznym o **rosnącej** wartości indukcji magnetycznej $\vec{B}$ umieszczono przewodnik w kształcie okręgu prostopadle do linii tego pola. Stwierdzono, że wzbudzony w przewodniku prąd popłynie zgodnie z ruchem wskazówek zegara, więc wytworzył pole magnetyczne o indukcji $\vec{B}_{\text{ind}}$ zwróconej (wewnątrz okręgu) za płaszczyznę rysunku (rys. 23.6).

**Rys. 23.6**

Zastanówmy się, jak była zwrócona indukcja pola magnetycznego, w którym umieszczono przewodnik kołowy.

Z reguły Lenza wynika, że pole przewodnika przeciwstawia się wzrostowi strumienia obejmowanego przez przewodnik, a zatem linie pola, w którym umieszczono przewodnik, były zwrócone **przed** płaszczyznę kartki.

Przeanalizuj samodzielnie sytuację, w której przewodnik kołowy umieszczono w polu o **malejącej** wartości indukcji magnetycznej, a prąd w przewodniku popłynie zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Jak była zwrócona indukcja pola magnetycznego, w którym umieszczono przewodnik?

Aby zastosować regułę Lenza w celu wyznaczenia kierunku prądu indukcyjnego, należy kolejno:

- ustalić, na czym polega zmiana strumienia magnetycznego powodująca wzbudzenie prądu indukcyjnego w rozważanym obwodzie;
- ustalić, na czym polega (w danym przypadku) przeciwdziałanie tej zmianie strumienia magnetycznego;
- zaznaczyć wewnątrz rozważanego obwodu wektor indukcji ($\vec{B}_{\text{ind}}$) pola wytworzonego przez wyindukowany prąd;
- zastosować odpowiednią regułę (zazwyczaj regułę prawej dłoni), aby przy znanym $\vec{B}_{\text{ind}}$ wyznaczyć kierunek prądu indukcyjnego.

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Płyta indukcyjna

Rosnąca popularność płyt (kuchenek) indukcyjnych (rys. 23.7) skłania do próby zrozumienia, w jaki sposób tak znaczne ilości energii są przekazywane **bezwodowo wprost do naczynia** i jaki mechanizm zapewnia bezpieczeństwo tego transferu.

Jak wiesz, w przewodnikach obejmujących zmienny strumień magnetyczny indukuje się siła elektromotoryczna i w obwodzie zamkniętym płynie prąd indukcyjny. Zjawisko indukcji elektromagnetycznej łatwo wywołać również w bryłach metalu (np. w płytkach metalowych).



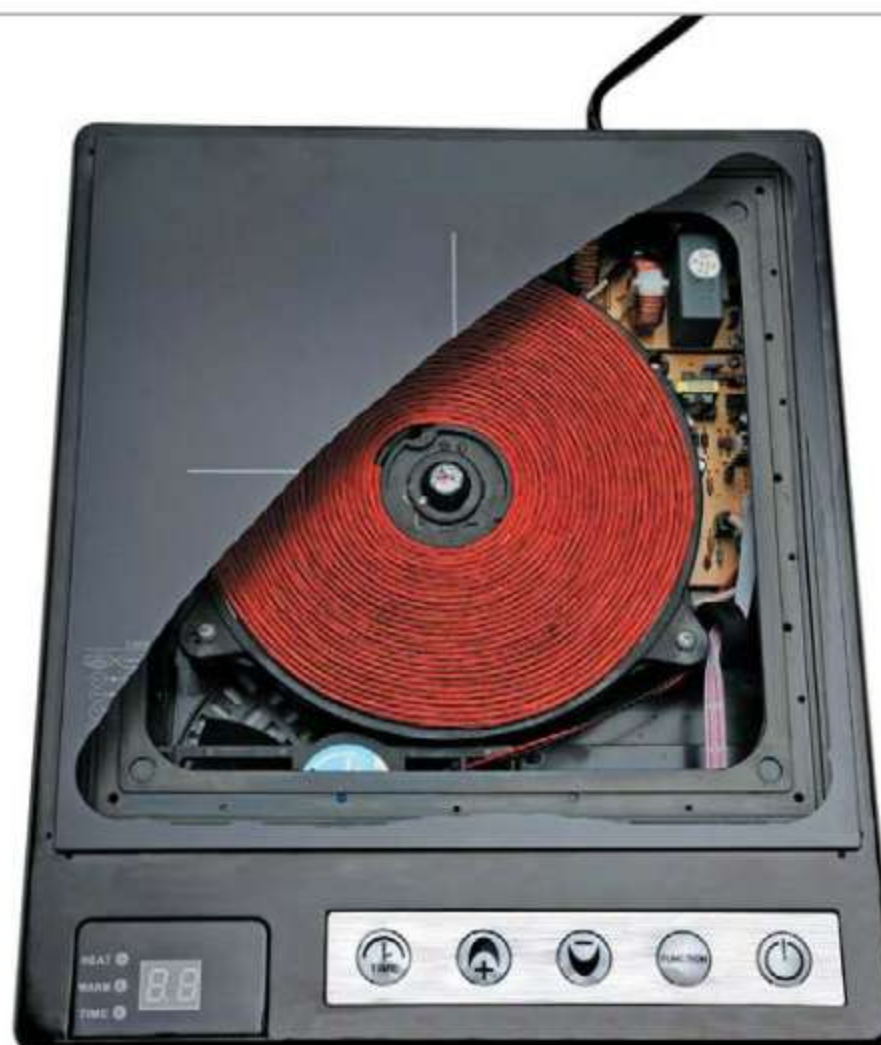
Rys. 23.7 Płyta indukcyjna się nie nagrzewa

Zmiana strumienia magnetycznego wywołuje w nich ruch swobodnych elektronów po kołowych torach, czyli tzw. prądy wirowe. Energia wyindukowanego prądu jest następnie zamieniana w energię wewnętrzną przewodnika. Ilość przekazywanej w ten sposób energii zależy zarówno od amplitudy, jak i częstotliwości zmian pola magnetycznego.

Jeśli zatem w pobliżu zwojnicy zasilanej zmiennym prądem elektrycznym umieścimy metalową płytkę, to płytka będzie ogrzewana na skutek przepływu wyindukowanego w niej prądu wirowego. Jeśli wykona się ją z odpowiednio dobranego materiału ferromagnetycznego, będzie on stale przemagnesowywany w przeciwnych kierunkach, co dodatkowo ogrzeje płytkę (o czym wspominaliśmy w opisie histerezy magnetycznej na s. 119).

Jak łatwo się domyślić, zwojnica wytwarzająca zmienne pole magnetyczne ukryta jest w płycie indukcyjnej, zaś odbiornikiem energii jest dno garnka lub patelni, których używamy do przyrządzania potraw.

Minimalna częstotliwość zmian pola magnetycznego w płytach indukcyjnych to około 24 kHz, dzięki czemu ewentualne drgania (piski) są ultradźwiękami, niesłyszalnymi dla ludzi. Elektronika sterująca płytą indukcyjną jest w stanie wykryć, na ile skutecznie użyte naczynie odbiera energię wysyłaną za pomocą pola magnetycznego, i na tej podstawie może np. wyłączyć urządzenie (aby nie zużywać niepotrzebnie energii po zestawieniu naczynia z płyty lub nie ogrzewać pozostawionych na płycie sztućców, co mogłoby być bardzo niebezpieczne). Z reguły w kuchence indukcyjnej pod każdym pojedynczym polem grzewczym jest niezależnie sterowana cewka (rys. 23.8).



Rys. 23.8 Wnętrze kuchenki indukcyjnej

Względy bezpieczeństwa oraz wymogi dotyczące efektywności energetycznej (oczekiwana sprawność co najmniej 70%) sprawiają, że na płycie indukcyjnej można używać tylko odpowiednio przystosowanych naczyń – na ogół wymagana jest obecność ferromagnetycznego dna.

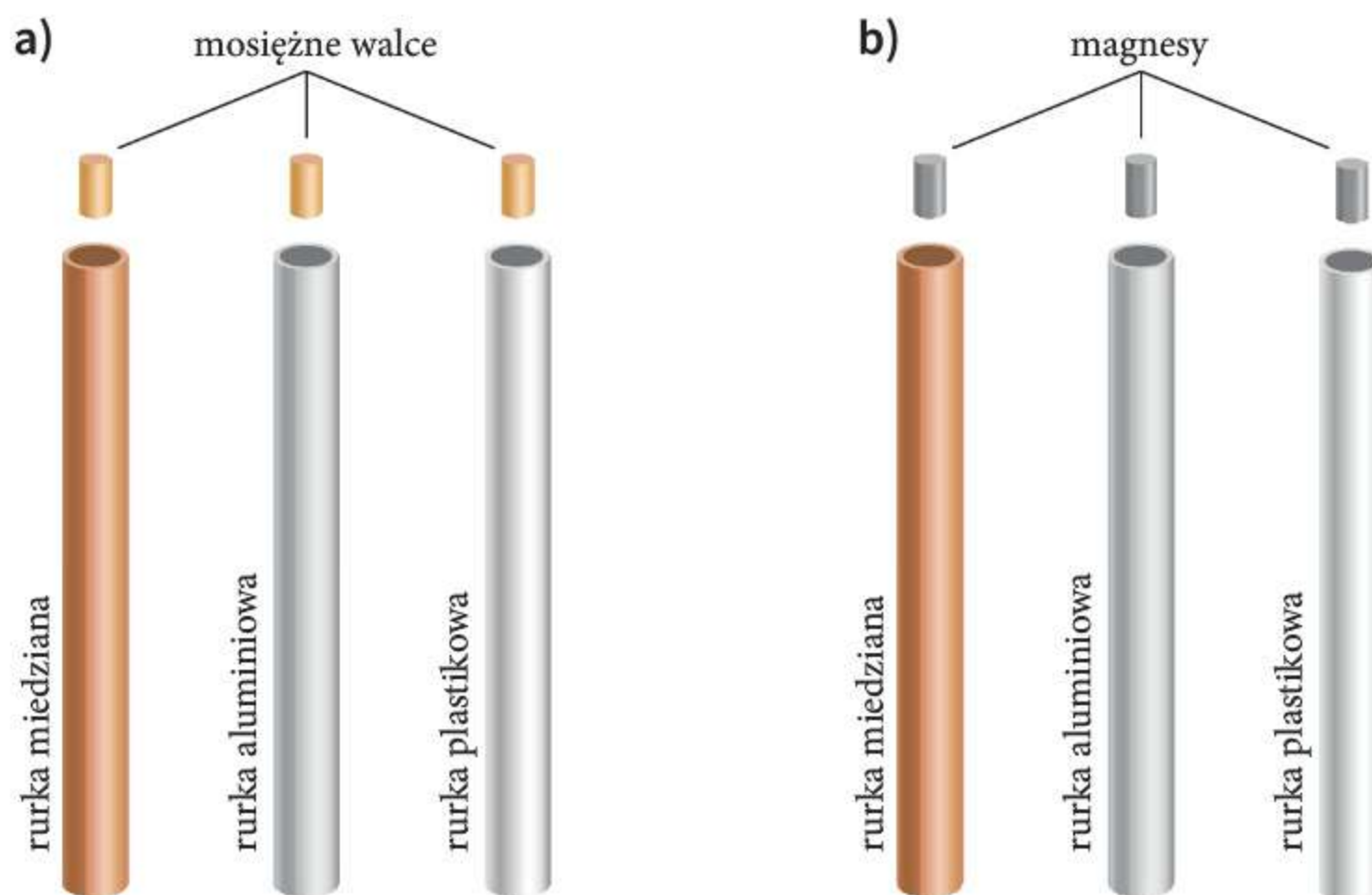
Domowe płyty indukcyjne działają na tej samej zasadzie co przemysłowe piece indukcyjne (rys. 23.9), w których można ogrzewać oraz topić metale i ich stopy. Piece te mają formę komory otoczonej zwojnicą, przekazującą energię do metalu za pośrednictwem zmiennego pola magnetycznego.

Rys. 23.9 Piec indukcyjny



ZADANIA

1. Trzy rurki: miedzianą, aluminiową i plastikową, o jednakowej długości i takim samym przekroju, ustawiono pionowo. Do każdej z nich wrzucono równocześnie:
- małe, jednakowe mosiężne walce (rys. 23.10a),
 - małe, jednakowe magnesy w kształcie walców (rys. 23.10b).



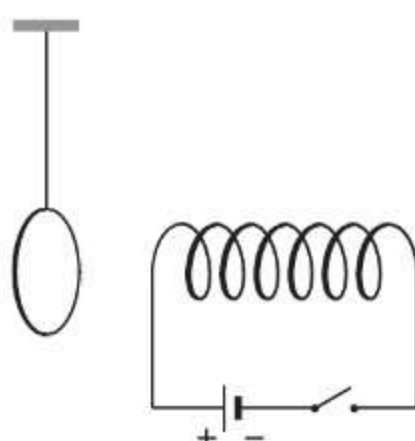
Rys. 23.10

Stwierdzono, że:

- czasy przelotu mosiężnych walców przez wszystkie rurki były jednakowe,
- czasy przelotu magnesów przez rurki różniły się od siebie:
 - ruch magnesu w rurce miedzianej trwał znacznie dłużej niż w rurce plastikowej;
 - ruch magnesu w rurce aluminiowej trwał nieco krócej niż w rurce miedzianej, ale znacznie dłużej niż w plastikowej.

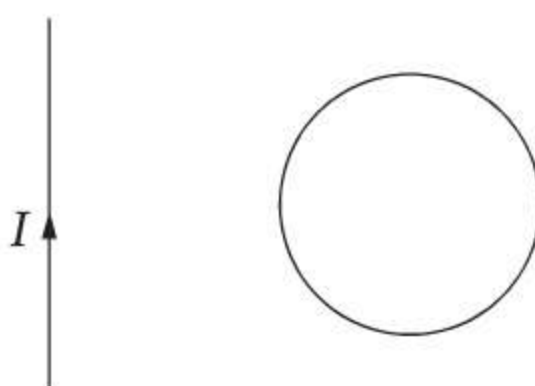
Wyjaśnij zjawiska zaobserwowane w doświadczeniu.

2. W przykładach 23.3 i 23.4 stwierdzono, że podczas wsuwania ramki do pola magnetycznego płynął w niej prąd indukcyjny przeciwnie do ruchu wskazówek zegara, a podczas wysuwania – zgodnie z tym ruchem.
- Sprawdź, czy sytuacja będzie wyglądać tak samo, gdy linie pola magnetycznego zostaną zwrócone przed płaszczyznę rysunku.
 - Jak zmieni się wartość bezwzględna SEM indukcji wzbudzonej w ramce, gdy szybkość wsuwania jej do pola wzrośnie dwukrotnie?
3. W pobliżu zwojnicy połączonej ze źródłem stałego napięcia zawieszono lekki aluminiowy pierścień (rys. 23.11). Co się stanie z pierścieniem w chwili zamykania, a co w chwili otwierania obwodu? Przeanalizuj i wyjaśnij zachodzące zjawiska.



Rys. 23.11

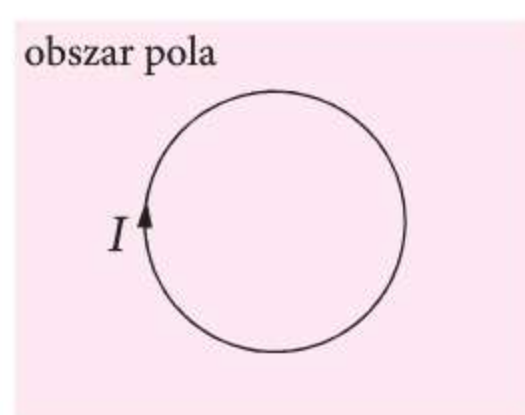
4. Prostoliniowy przewodnik, w którym płynie prąd o natężeniu I , i kołowy przewodnik leżą w jednej płaszczyźnie (rys. 23.12).



Rys. 23.12

Wyznacz kierunek prądu wyindukowanego w przewodniku kołowym podczas zbliżania go ze stałą szybkością do przewodnika prostoliniowego. Czy natężenie indukowanego prądu będzie stałe? Uzasadnij odpowiedź.

5. Kołowy przewodnik umieszczono w polu magnetycznym prostopadle do indukcji $\vec{B}$ tego pola i stwierdzono, że w przewodniku wzbudził się prąd o stałym natężeniu i kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara (rys. 23.13).



Rys. 23.13

Jaki był zwrot wektora $\vec{B}$ i jak zmieniała się jego wartość? Przeanalizuj możliwe przypadki.

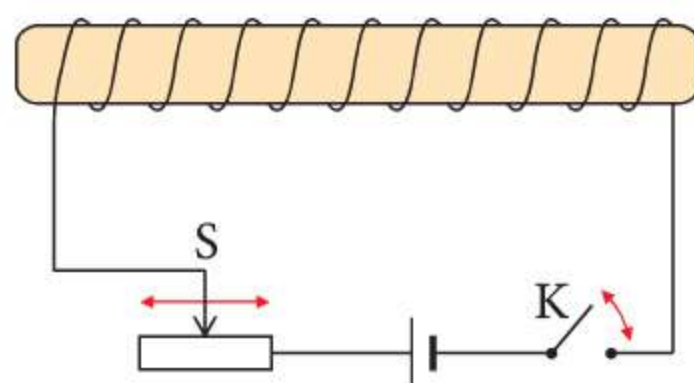


24. Zjawisko samoindukcji

- Na czym polega zjawisko samoindukcji?
- Zjawisko samoindukcji w obwodzie prądu stałego
- Indukcyjność zwojnicy
- SEM samoindukcji

Przypomnij sobie prawo Faradaya oraz wzór na wartość indukcji magnetycznej pola wewnątrz zwojnicy bez rdzenia i z rdzeniem ferromagnetycznym.

W doświadczeniach i przykładach przedstawionych w poprzednich rozdziałach omawialiśmy zjawisko indukcji elektromagnetycznej, polegające na wzbudzaniu SEM indukcji w obwodach obejmujących zmieniający się strumień magnetyczny wytworzony przez czynnik zewnętrzny, taki jak np. magnes lub inny obwód, w którym płynął prąd. Teraz zastanowimy się nad tym, jakie zjawiska zachodzą w obwodzie zawierającym zwojnicę, gdy zmienia się natężenie prądu płynącego w tym obwodzie. W obwodach prądu stałego taka sytuacja ma miejsce podczas zamykania lub otwierania obwodu oraz podczas zmiany oporu (przy przesuwaniu suwaka opornicy), co symbolicznie zaznaczono na rysunku 24.1.



Rys. 24.1 Natężenie prądu w obwodzie zmienia się podczas zamykania lub otwierania obwodu oraz podczas zmiany oporu

Prąd płynący wówczas w obwodzie wytwarza wewnątrz zwojnicy zmienny strumień magnetyczny. To, jak wiesz, powoduje powstanie w niej SEM indukcji. Zjawisko polegające na wzbudzaniu SEM w obwodzie obejmującym **własny** (czyli wytworzony przez ten obwód) **zmienny** strumień magnetyczny nazywamy **zjawiskiem samoindukcji**. Zjawisko samoindukcji jest szczególnym przypadkiem zjawiska indukcji elektromagnetycznej, więc do obliczenia SEM samoindukcji skorzystamy ze wzoru (22.2).

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Własny strumień magnetyczny obejmowany przez obwód zamknięty jest zawsze wprost proporcjonalny do natężenia prądu płynącego w tym obwodzie, ponieważ wartość indukcji $\vec{B}$ w każdym punkcie jest wprost proporcjonalna do tego natężenia, czyli:

$$\Phi \sim I$$

Wobec tego iloraz $\frac{\Phi}{I}$ jest stały dla danego obwodu. Nazywamy go **współczynnikiem samoindukcji** lub **indukcyjnością** obwodu i oznaczamy symbolem L :

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

Jednostką indukcyjności w SI jest **henr** (1 H). Indukcyjność obwodu jest równa 1 H, gdy prąd o natężeniu 1 A powoduje powstanie w tym obwodzie własnego strumienia magnetycznego o wartości 1 Wb:

$$1 \text{ H} = \frac{1 \text{ Wb}}{1 \text{ A}} = 1 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}$$

Przykład 24.1

Indukcyjność zwojnicy

Obliczmy indukcyjność zwojnicy o n zwojach, długości l i przekroju poprzecznym S z rdzeniem ferromagnetycznym o względnej przenikalności magnetycznej μ_r .

Gdy przez tę zwojnicę płynie prąd o natężeniu I , w jej wnętrzu powstaje pole magnetyczne o indukcji $\vec{B}$. Wartość tej indukcji $B = \frac{\mu_0 \mu_r n I}{l}$.

Strumień magnetyczny obejmowany przez n zwojów tej zwojnicy wyraża się wzorem:

$$\Phi = nBS = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 S}{l} I$$

Wobec tego:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 S}{l}$$

Dla tej samej zwojnicy bez rdzenia ($\mu_r = 1$):

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 n^2 S}{l}$$

Z powyższego przykładu wynika, że indukcyjność obwodu zależy od wielkości przekroju poprzecznego zwojnicy, jej długości i liczby zwojów ($L \sim n^2$), a wprowadzenie do zwojnicy ferromagnetycznego rdzenia zwiększa indukcyjność μ_r razy. Dla obwodów niezawierających zwojnicy $L \approx 0$.

Zgodnie z prawem Faradaya:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

a skoro:

$$\Phi = LI \quad \text{to} \quad \Delta\Phi = L\Delta I$$

i SEM samoindukcji¹³:

$$\mathcal{E} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

(24.1)

¹³ W ogólnym przypadku SEM samoindukcji wyrażamy wzorem $\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$.

Wyrażenie $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ informuje nas, jaka jest **szybkość zmian natężenia prądu**. Bezwzględna wartość SEM samoindukcji jest więc proporcjonalna do szybkości zmian natężenia prądu płynącego w obwodzie.

$$|\mathcal{E}| \sim \frac{|\Delta I|}{\Delta t} \quad (24.2)$$

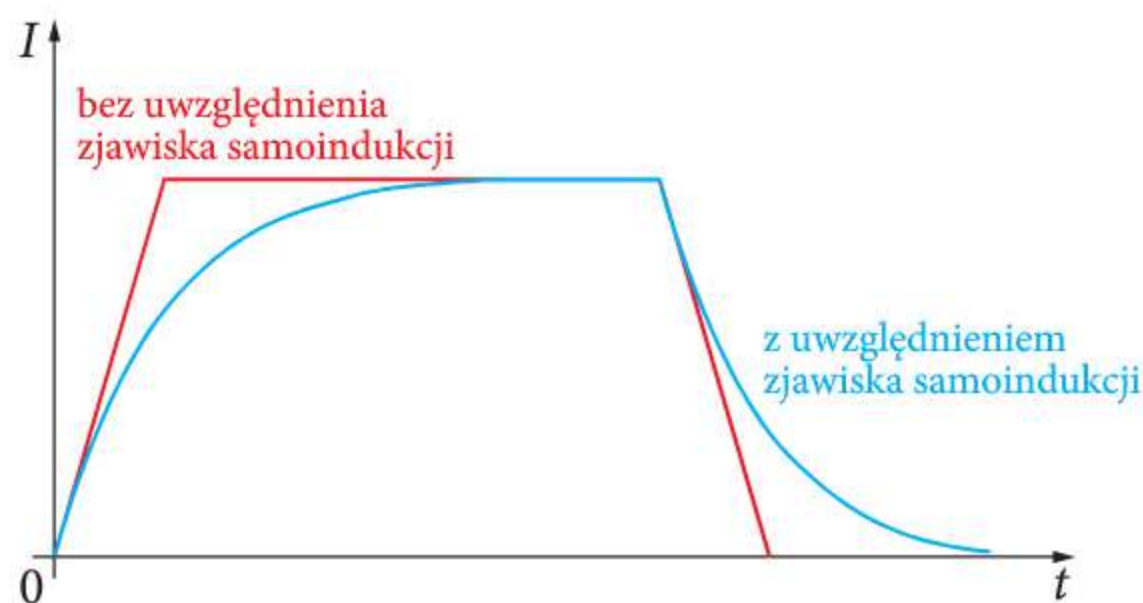
Ze wzoru (24.1) wynika, że **jeśli natężenie prądu w obwodzie jest liniową funkcją czasu** (czyli szybkość zmian natężenia tego prądu jest stała), to wzbudzona w obwodzie **SEM samoindukcji jest stała**. Ponadto:

- gdy natężenie prądu w obwodzie maleje, czyli $\frac{\Delta I}{\Delta t} < 0$, to $\mathcal{E} > 0$;
- gdy natężenie prądu w obwodzie rośnie, czyli $\frac{\Delta I}{\Delta t} > 0$, to $\mathcal{E} < 0$;
- gdy strumień obejmowany przez obwód nie zmienia się, czyli $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$, to $\mathcal{E} = 0$.

Podczas zamykania obwodu przedstawionego na rysunku 24.1 wzrost natężenia prądu powoduje wzrost strumienia magnetycznego, co jest przyczyną wzbudzenia w obwodzie SEM samoindukcji **przeciwnej** do SEM źródła.

W czasie otwierania obwodu natężenie prądu maleje, zmniejsza się strumień magnetyczny wewnątrz zwojnicy, a wzbudzona SEM samoindukcji jest **zgodna** z SEM źródła.

O chwilowym natężeniu prądu w obwodzie decyduje **suma algebraiczna** SEM źródła i SEM samoindukcji $\mathcal{E}_c = \mathcal{E}_{\text{źr}} + \mathcal{E}_{\text{sam}}$. Wykres na rysunku 24.2 przedstawia przykład zależności $I(t)$ w rozważanym obwodzie (bez uwzględnienia zjawiska samoindukcji oraz z uwzględnieniem tego zjawiska).

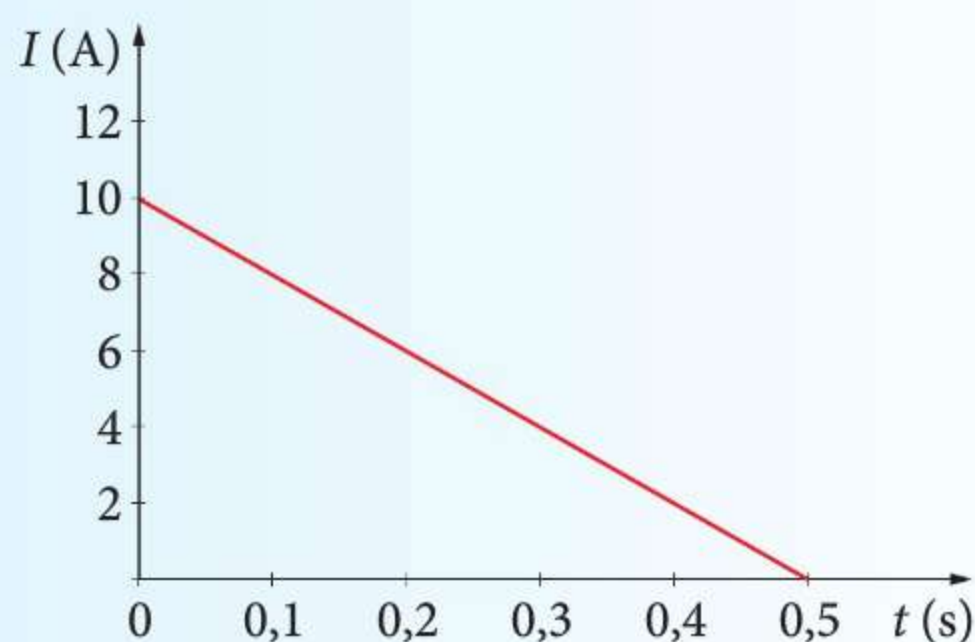


Rys. 24.2 Wykres zależności $I(t)$ podczas zamykania i otwierania obwodu prądu stałego

Zauważ, że w przypadku gwałtownego przerywania obwodu (bardzo szybkiego zmniejszenia natężenia prądu do zera) wartość SEM samoindukcji może znacznie przekroczyć wartość SEM źródła, co z kolei może prowadzić do uszkodzenia elementów obwodu. W praktycznie używanych układach elektrycznych (zwłaszcza takich, w których ma płynąć prąd o dużym natężeniu) stosuje się więc wyłączniki zapewniające łagodne zmniejszanie natężenia prądu przy jego wyłączaniu.

Przykład 24.2**SEM samoindukcji**

Wykres (rys. 24.3) przedstawia zależność $I(t)$ w obwodzie zawierającym zwojnicę o indukcyjności $L = 0,05 \text{ H}$.

**Rys. 24.3**

Narysujemy wykres zależności od czasu SEM samoindukcji wzbudzonej w tym obwodzie, czyli wykres $\mathcal{E}(t)$.

Wiemy, że:

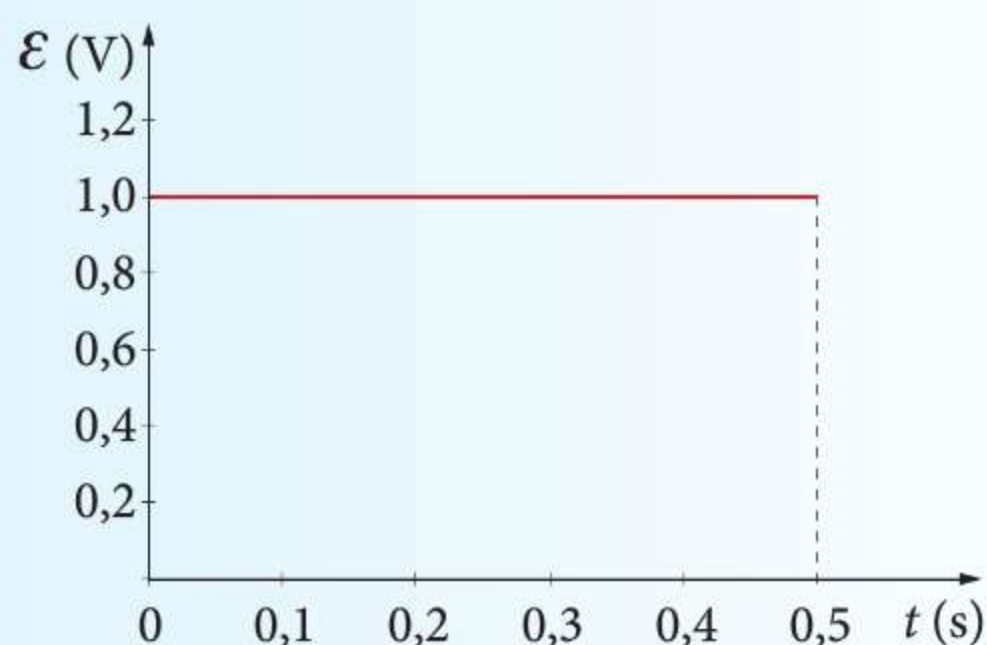
$$\mathcal{E} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Z wykresu (rys. 24.3) odczytujemy, że zmiana natężenia od 10 A do zera ($\Delta I = -10 \text{ A}$) nastąpiła w czasie $\Delta t = 0,5 \text{ s}$.

Wobec tego:

$$\mathcal{E} = -0,05 \text{ H} \cdot \frac{(-10 \text{ A})}{0,5 \text{ s}} = 1 \text{ V}$$

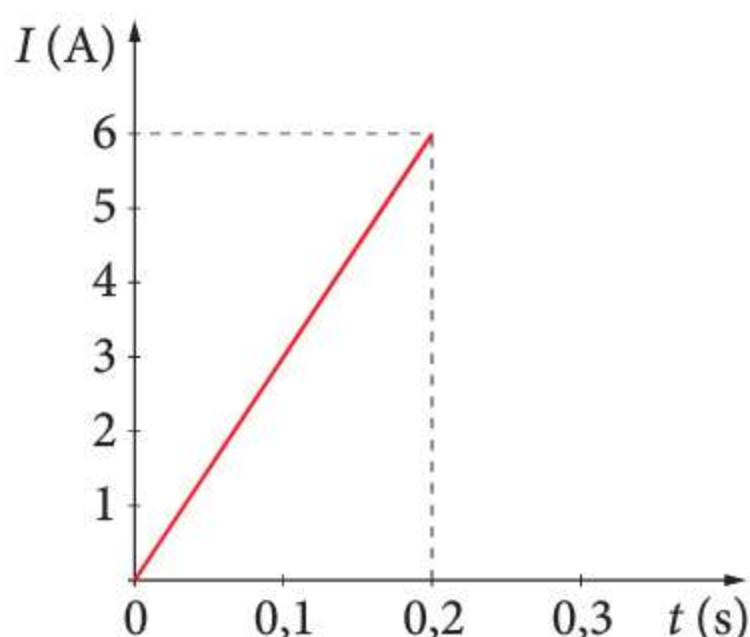
Rysunek 24.4 przedstawia wykres zależności $\mathcal{E}(t)$.

**Rys. 24.4**

W **obwodach prądu stałego** niezawierających zwojnic, a więc takich, dla których $L \approx 0$, zjawisko samoindukcji można pominąć, a w obwodach, dla których $L \neq 0$, ma ono znaczenie tylko podczas zamykania i otwierania obwodu lub zmiany oporu. Jak zapewne się domyślasz, zjawisko to odgrywa istotną rolę w obwodach prądu zmiennego.

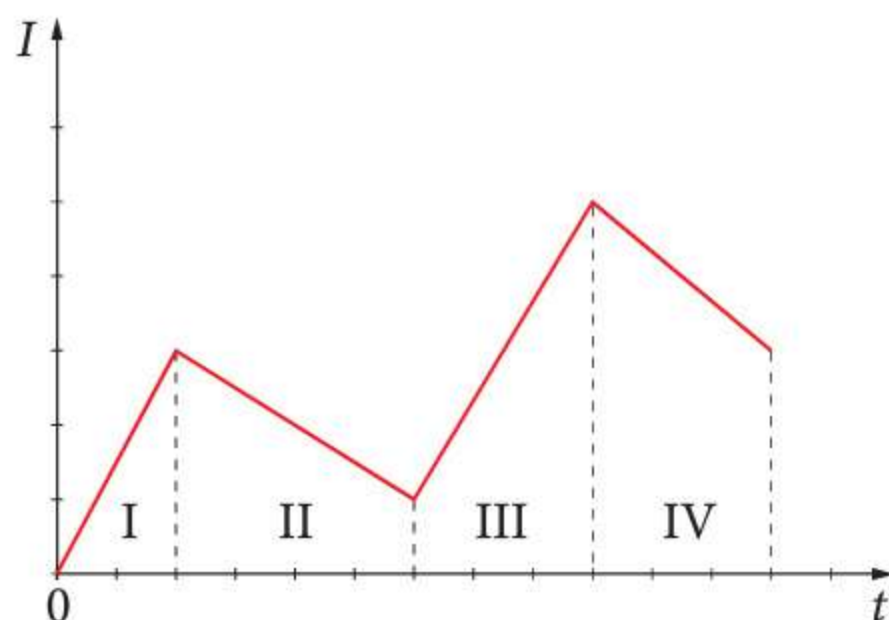
ZADANIA

1. W obwodzie prądu stałego znajduje się zwojnica o indukcyjności $0,05\text{ H}$. Skorzystaj ze wzoru 24.1 i bez wykonywania obliczeń odpowiedz na pytanie:
Jaka SEM indukcji wzbudzi się w tym obwodzie, gdy podczas jego otwierania nastąpi zmiana natężenia prądu o 1 A w czasie 1 s ?
2. Natężenie prądu w obwodzie zawierającym zwojnicę o indukcyjności $0,04\text{ H}$ zmienia się tak, jak pokazano na wykresie (rys. 24.5). Oblicz wartość bezwzględną siły elektromotorycznej samoindukcji wzbudzonej w tej zwojnicy.



Rys. 24.5

3. Przez zwojnicę płynął prąd o natężeniu zmieniającym się tak, jak pokazano na wykresie (rys. 24.6).



Rys. 24.6

- a) W którym przedziale czasu wartość bezwzględna siły elektromotorycznej samoindukcji była maksymalna?
 - b) Naskicuj wykres zależności $\mathcal{E}(t)$ w dowolnych jednostkach.
4. Zwojnicę o długości $l = 0,4\text{ m}$ i średnicy $D = 4\text{ cm}$ wykonano z miedzianego drutu o średnicy $d = 2\text{ mm}$ tak, że jej sąsiednie zwoje ściśle przylegają do siebie (grubość izolacji pomijamy).
 - a) Oblicz współczynnik samoindukcji L tej zwojnicy.
 - b) Wykaż, że indukcyjność połowy tej zwojnicy jest równa $\frac{1}{2}L$.



25. Prąd zmienny

- Zasada działania generatora prądu przemiennego
- SEM indukcji
- Wielkości fizyczne opisujące prąd przemienny
- Praca i moc prądu przemiennego

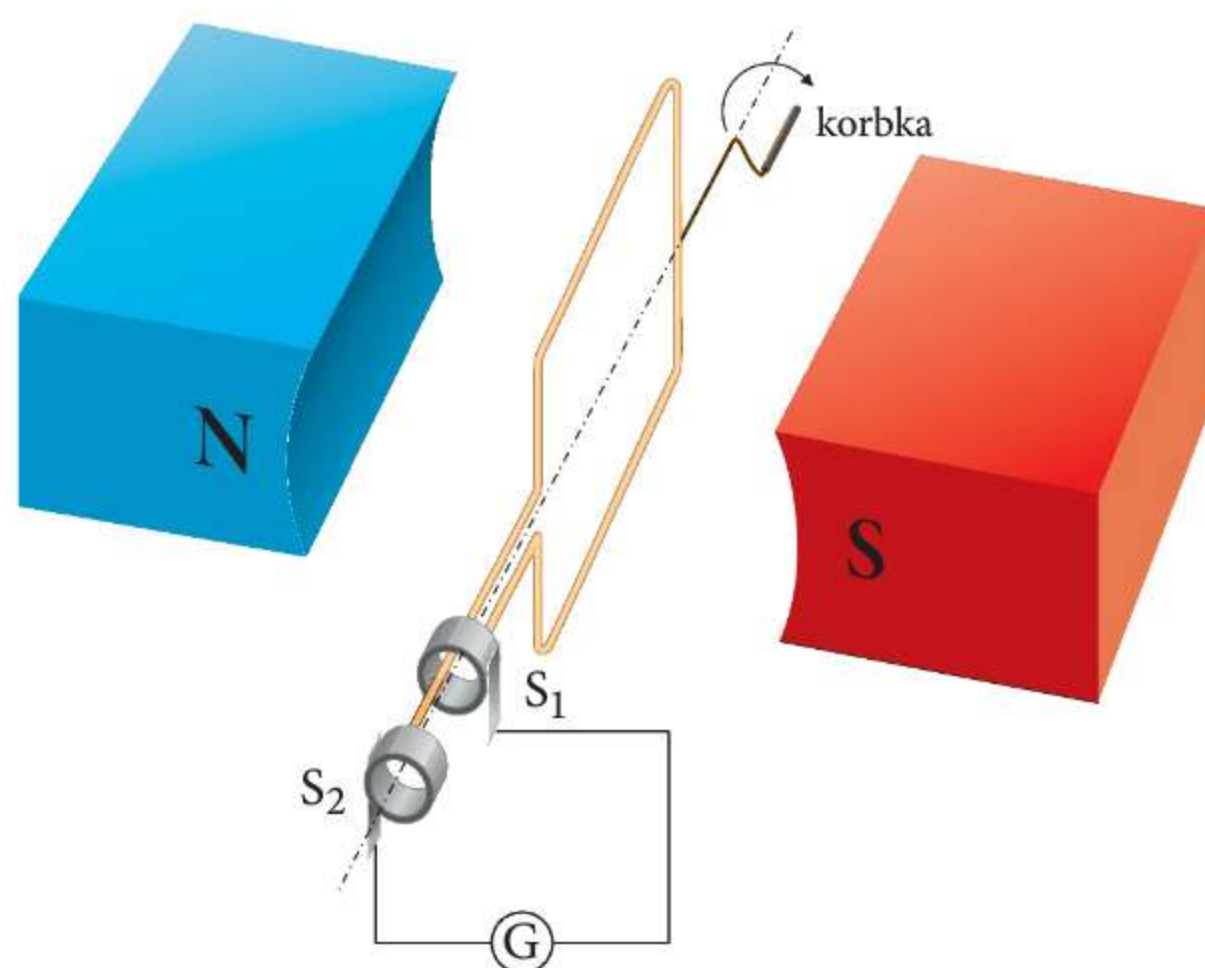
Przypomnij sobie definicję strumienia magnetycznego, prawo Faradaya, prawo Ohma oraz wzory na pracę i moc prądu stałego.

Michael Faraday jest bohaterem kilku anegdot chętnie powtarzanych przez fizyków. Jedną z nich wiąże się z tematem tego rozdziału.

Pewnego razu William Gladstone, brytyjski kanclerz skarbu w latach 1852–1855, zapytał Faradaya, jakie mogą być praktyczne korzyści z odkrycia zjawiska indukcji elektromagnetycznej i prądu indukcyjnego. „Nie wiem, ale jestem pewny, że będzie pan mógł ściągać z tego podatki” – odparł spokojnie Faraday.

I nie mylił się; wszystkie urządzenia elektryczne, których używamy w domu, są zasilane wytwarzanym w elektrowniach prądem przemiennym indukcyjnym.

Zasadę działania **generatora (prądnicy) prądu przemiennego** omówimy na podstawie modelu przedstawionego na rysunku 25.1.



Rys. 25.1 Model prądnicy prądu przemiennego

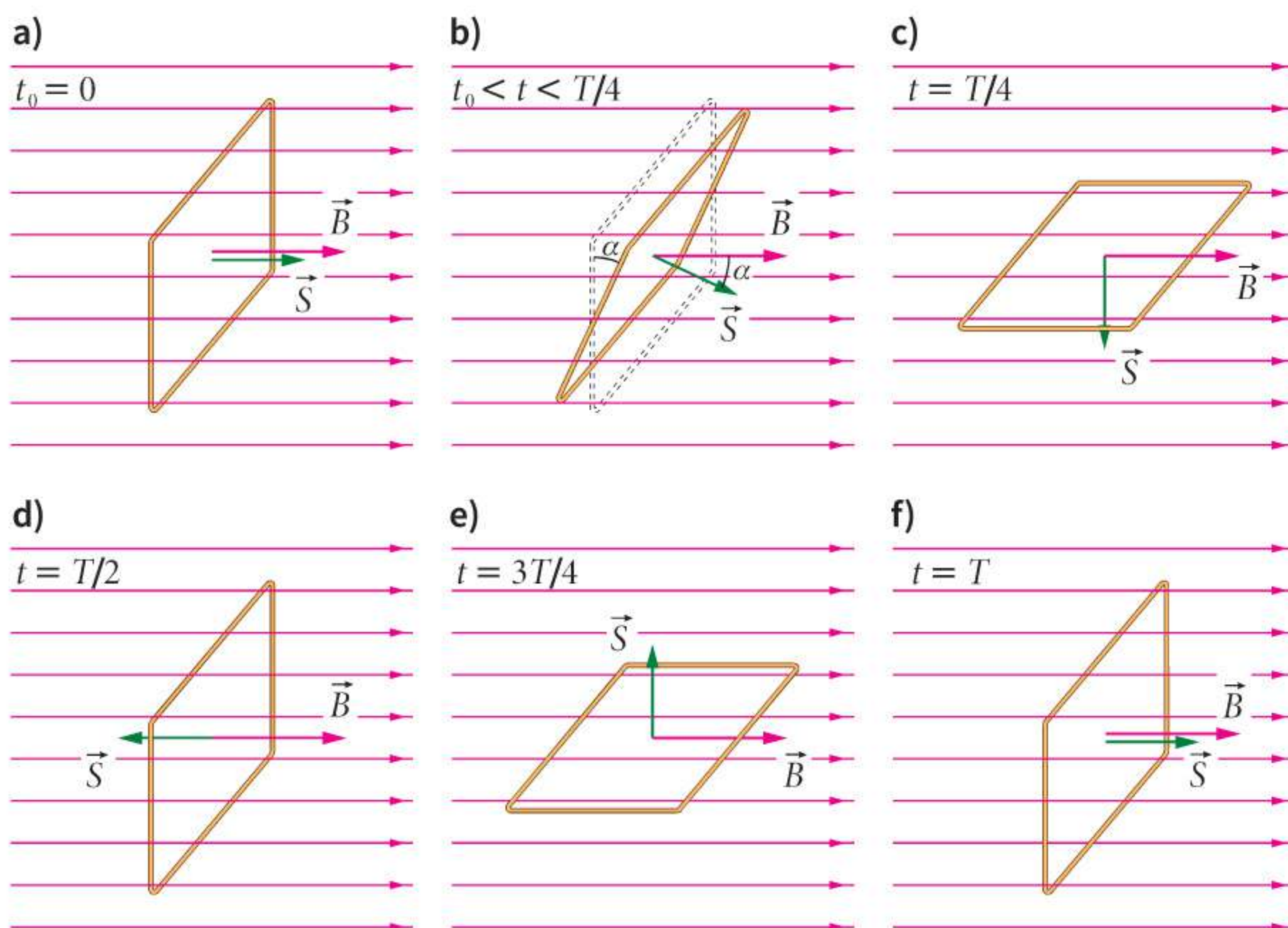
W jednorodnym polu magnetycznym między biegunami magnesów znajduje się osadzona obrotowo na osi prostokątna ramka z przewodnika, którego końce są połączone ze szczotkami S_1 i S_2 , a te z kolei – z galwanometrem. Podczas obracania ramki (np. za pomocą korbki) ze stałą szybkością kątową ω obserwujemy wychylenia wskazówki galwanometru na przemian w prawo i w lewo, przy czym zmiana kierunku wychylenia wskazówki następuje w odstępach czasu równych połowie okresu obrotu ramki. Oznacza to, że w ramce płynie prąd o zmieniającym się kierunku i natężeniu.

Przeanalizujmy teraz zjawiska zachodzące w rozważanym obwodzie.

Strumień indukcji magnetycznej przechodzący przez płaską powierzchnię w polu jednorodnym wyraża się wzorem:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \angle(\vec{B}, \vec{S})$$

Na rysunku 25.2 przedstawiono kilka wybranych położeń ramki podczas jednego jej obrotu zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Wektor $\vec{S}$ obraca się wraz z ramką.



Rys. 25.2 Ilustracja zmian kąta między wektorami $\vec{B}$ i $\vec{S}$ podczas obrotu ramki w polu magnetycznym

W chwili $t_0 = 0$ (rys. 25.2a) kąt między wektorami $\vec{B}$ i $\vec{S}$ jest równy zero, więc ramka obejmuje maksymalny strumień magnetyczny $\Phi(t_0) = BS$. Jak widać na kolejnych rysunkach, podczas obrotu ramki zmienia się (rośnie) kąt między wektorami $\vec{B}$ i $\vec{S}$. Następuje zmiana obejmowanego przez ramkę strumienia magnetycznego, co powoduje wyindukowanie w ramce SEM indukcji i przepływ prądu w obwodzie.

Ramka obraca się ze stałą szybkością kątową:

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

Zauważ, że kąt α , o jaki obróciła się ramka w czasie $\Delta t = t - t_0$, jest równy kątowi między wektorami $\vec{B}$ i $\vec{S}$ w chwili t (rys. 25.2b). Strumień przechodzący przez powierzchnię ramki w chwili t wyraża się więc wzorem:

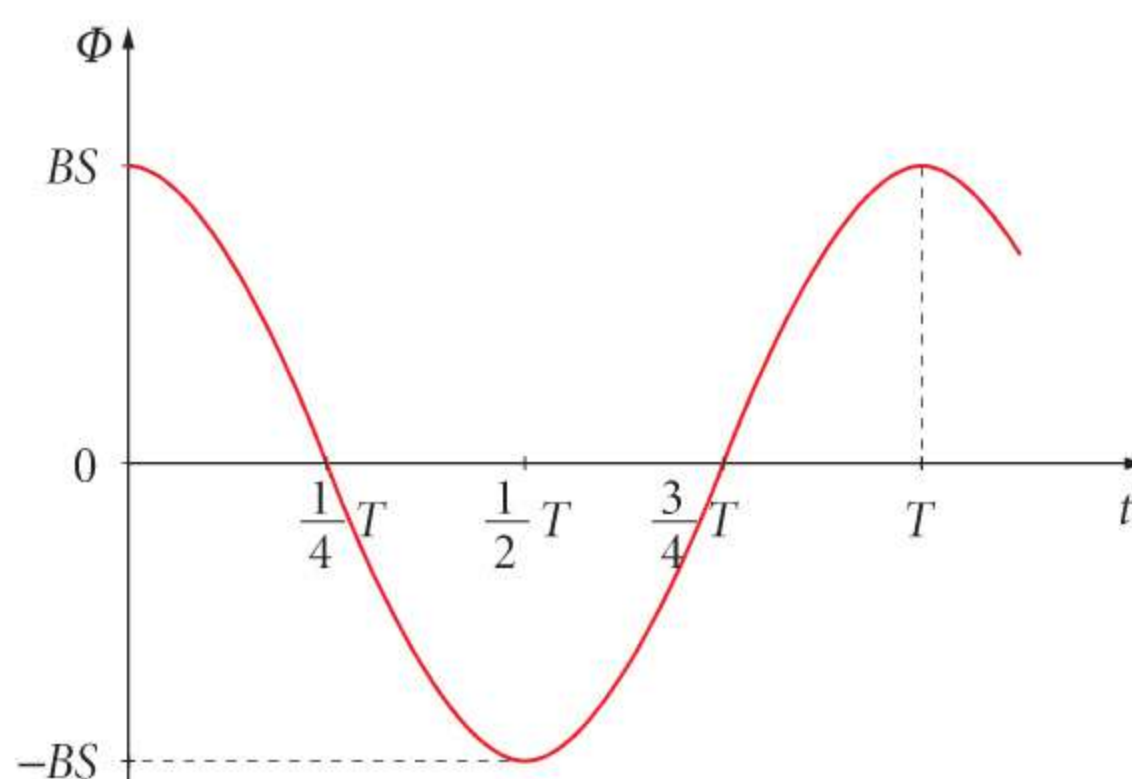
$$\Phi(\alpha) = BS \cos \alpha$$

$$\Phi(t) = BS \cos \omega t \quad (25.1)$$

Po uwzględnieniu związków $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$, gdzie T jest okresem obrotu ramki, a $\nu = \frac{1}{T}$ – częstotliwością, możemy napisać wzór (25.1) w postaci:

$$\Phi(t) = BS \cos 2\pi \frac{t}{T} = BS \cos 2\pi \nu t$$

Wobec tego strumień magnetyczny obejmowany przez ramkę obracającą się ze stałą szybkością kątową jest cosinusoidalną funkcją czasu. Wykres zależności $\Phi(t)$ przedstawiono na rysunku 25.3.



Rys. 25.3 Wykres zależności $\Phi(t)$

W tym przypadku do znalezienia zależności $\mathcal{E}(t)$ musimy skorzystać z prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya w ogólnej postaci, wyrażonej wzorem:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Wyprowadzenie zależności $\mathcal{E}(t)$

Jeśli z lekcji matematyki znasz już sposoby obliczania pochodnej funkcji złożonej i funkcji trygonometrycznych, to potrafisz samodzielnie obliczyć pochodną względem czasu t funkcji:

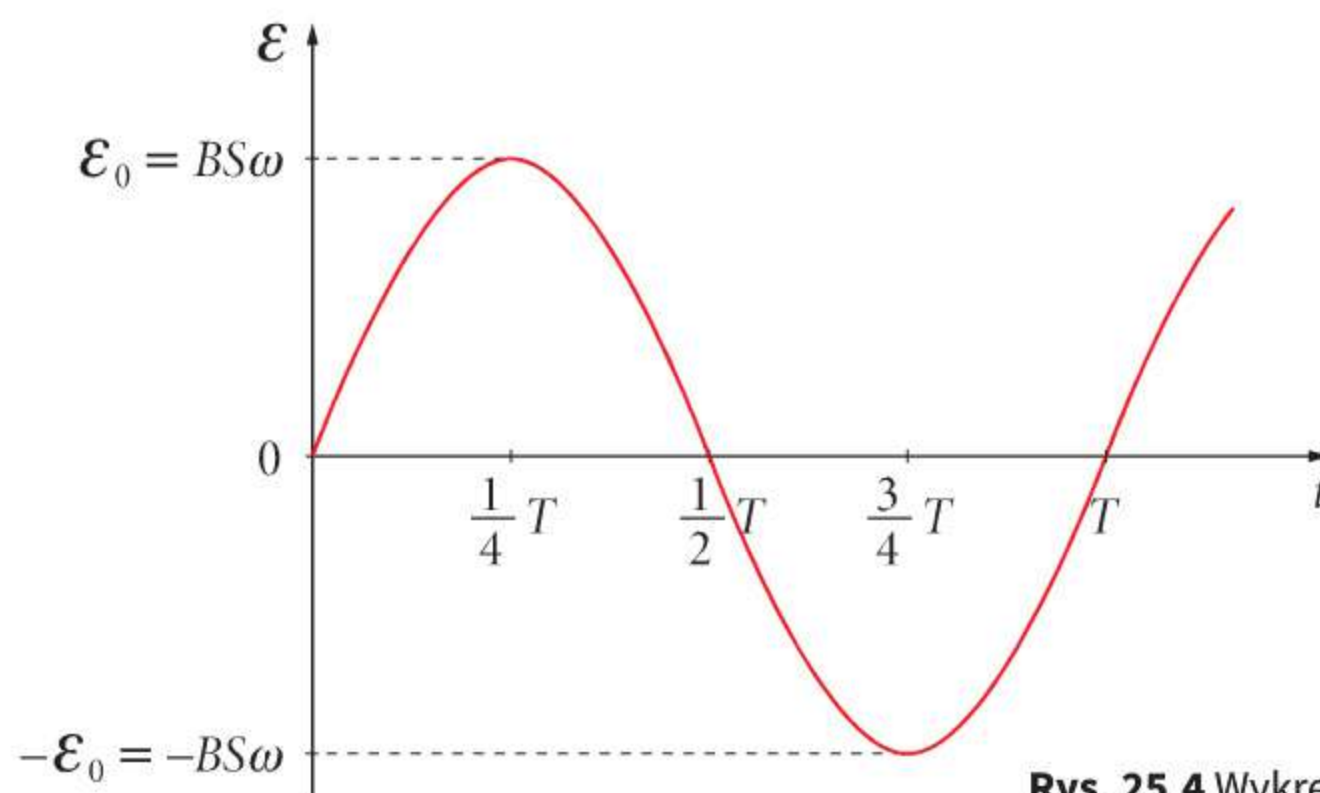
$$\Phi(t) = BS \cos \omega t$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d(BS \cos \omega t)}{dt} = -BS \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = -BS(-\sin \omega t)\omega = BS\omega \sin \omega t$$

Wzbudzona w ramce SEM indukcji wyraża się wzorem:

$$\mathcal{E} = BS\omega \sin\omega t \quad (25.2)$$

czyli jest sinusoidalną funkcją czasu (rys. 25.4).



Rys. 25.4 Wykres zależności $\mathcal{E}(t)$

Siła elektromotoryczna indukcji ma **największą wartość bezwzględną** ($\mathcal{E}_0$) w chwilach, w których $\Phi = 0$ (gdyż wtedy strumień najszybciej się zmienia), a jest równa zero, gdy wartość bezwzględna strumienia obejmowanego przez ramkę jest największa (zauważ, że wówczas w bardzo krótkim czasie strumień prawie nie ulega zmianie). Jeśli ramkę zastąpimy **zwojnicą o n zwojach**, to SEM indukcji powstające podczas obrotu zwojnicy w polu magnetycznym w każdym zwoju się zsumują.

Generator (prądnica), którego zasadę działania omówiono powyżej, jest więc źródłem napięcia o zmieniającej się sile elektromotorycznej, wyrażonej wzorem:

$$\mathcal{E}(t) = nBS\omega \sin\omega t = \mathcal{E}_0 \sin\omega t$$

Przez dołączony do prądnicy odbiornik o oporze R popłynie prąd o zmiennym kierunku i natężeniu zmieniającym się w czasie tak jak siła elektromotoryczna, czyli sinusoidalnie. Z prawa Ohma $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ dla obwodu o całkowitym oporze R możemy obliczyć w dowolnej chwili t natężenie prądu płynącego przez odbiornik, tzw. **natężenie chwilowe**:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}_0 \sin\omega t}{R} = I_0 \sin\omega t \quad (25.3)$$

gdzie $I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$ jest **maksymalnym natężeniem prądu**, czyli **amplitudą natężenia**. Prąd, którego natężenie jest sinusoidalną funkcją czasu, nazywamy **prądem przemiennym**.

Inne postacie tego wzoru otrzymujemy po podstawieniu $\omega = \frac{2\pi}{T}$ lub $\omega = 2\pi\nu$:

$$I(t) = I_0 \sin \frac{2\pi}{T} t = I_0 \sin 2\pi\nu t$$

Okres T zmian natężenia prądu przemiennego jest równy okresowi zmian SEM indukcji, a $\nu = \frac{1}{T}$ jest **częstotliwością prądu przemiennego**¹⁴. Kąt $\alpha = \omega t$, występujący we wzorze (25.3), nazywamy **fazą** prądu przemiennego, a wielkość $\omega = 2\pi\nu$ – jego **częstotliwością kołową**.

Napięcie panujące w dowolnej chwili t na końcach odbiornika o oporze R , przez który płynie prąd przemienny, nazywamy **napięciem chwilowym** $U(t)$. Jeśli w obwodzie, w którym znajduje się odbiornik, nie ma zwojnic i kondensatorów, napięcie i natężenie prądu mają takie same fazy, czyli są **zgodne w fazie**. Wówczas z prawa Ohma otrzymujemy:

$$U(t) = I_0 R \sin \omega t$$

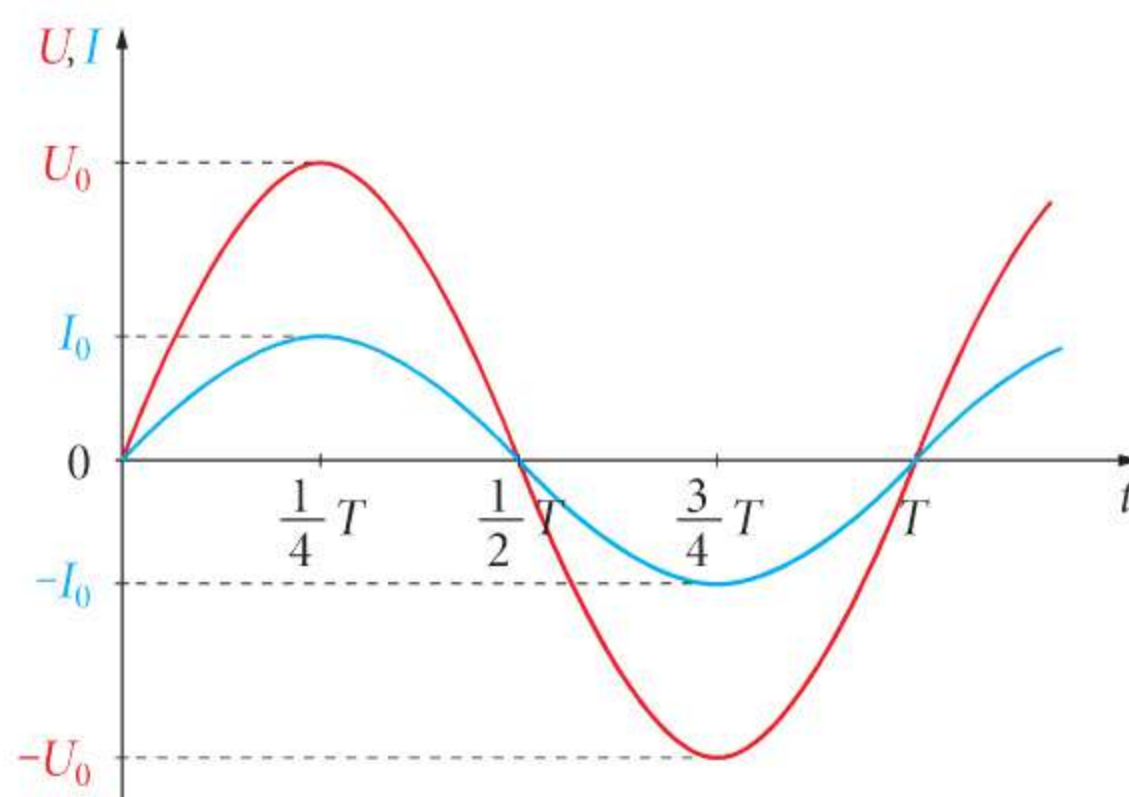
gdzie $I_0 R = U_0$ jest **maksymalnym napięciem**, czyli **amplitudą napięcia** w obwodzie. Wobec tego:

$$U(t) = U_0 \sin \omega t$$

albo:

$$U(t) = U_0 \sin \frac{2\pi}{T} t = U_0 \sin 2\pi \nu t$$

Wykresy zależności $I(t)$ i $U(t)$ dla prądu przemiennego płynącego w obwodzie **zawierającym tylko opór** R przedstawiono schematycznie na rysunku 25.5.



Rys. 25.5 Wykres zależności od czasu natężenia i napięcia prądu przemiennego (zgodnych w fazie)

Jeśli znamy chwilowe napięcie i chwilowe natężenie prądu przemiennego, możemy obliczyć **chwilową moc** P tego prądu za pomocą wzoru analogicznego do wzoru na moc prądu stałego, czyli:

$$P = UI = RI^2$$

¹⁴ W Polsce i w innych krajach europejskich częstotliwość prądu wytwarzanego w elektrowniach wynosi 50 Hz, a np. w USA – 60 Hz.

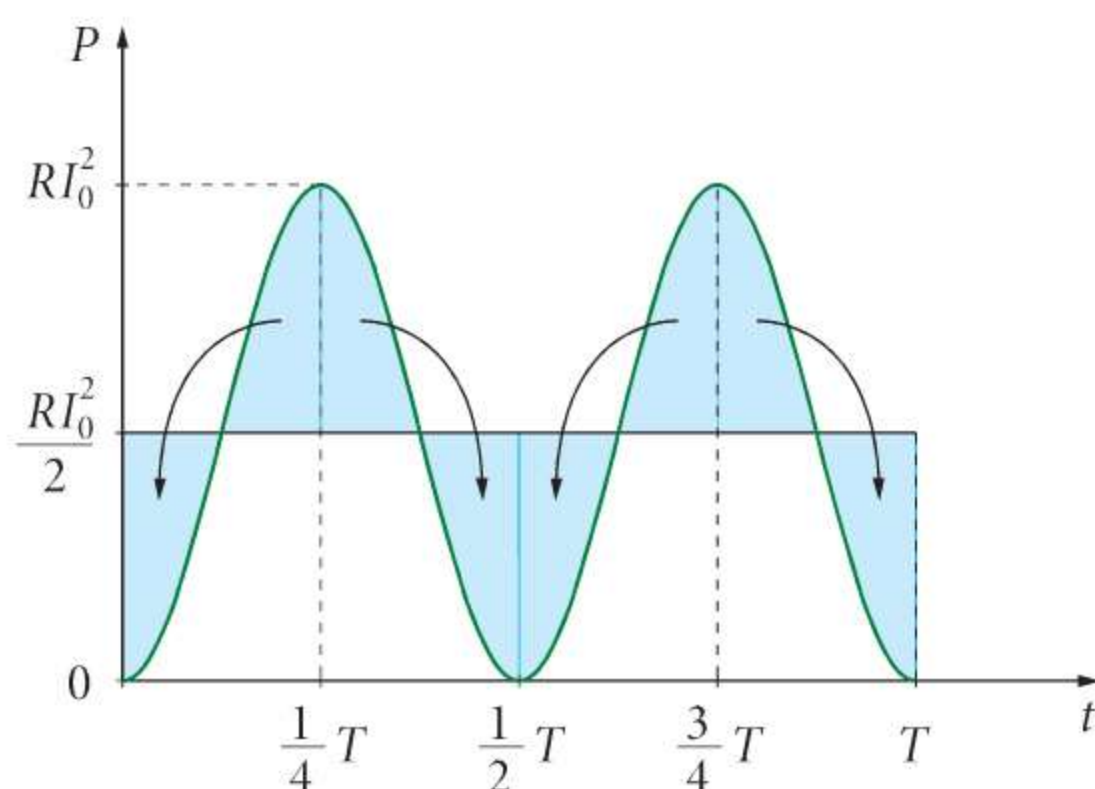
Po podstawieniu $I(t) = I_0 \sin \omega t$ otrzymujemy dla prądu przemiennego:

$$P(t) = RI_0^2 \sin^2 \omega t \quad (25.4)$$

Jednak dla odbiorców energii elektrycznej istotna jest nie chwilowa, lecz średnia moc prądu przemiennego, którą można obliczyć, jeśli znamy pracę W_T wykonaną przez prąd w czasie jednego okresu. Korzystamy ze wzoru:

$$P_{\text{sr}} = \frac{W_T}{T} \quad (25.5)$$

Graficznym obrazem pracy jest pole powierzchni figury zawartej między wykresem zależności mocy prądu od czasu i osią czasu. Ten wykres to wykres funkcji danej wzorem (25.4); przedstawiono go na rysunku 25.6.



Rys. 25.6 Wykres zależności mocy prądu przemiennego od czasu

Zauważ, że pole powierzchni figury jest równe polu powierzchni prostokąta o bokach $\frac{RI_0^2}{2}$ i T , więc:

$$W_T = \frac{1}{2} RI_0^2 T$$

Wobec tego średnia moc wydzielana w odbiorniku o oporze R , przez który płynie prąd przemienny o maksymalnym natężeniu I_0 :

$$P_{\text{sr}} = \frac{1}{2} RI_0^2 \quad (25.6)$$

Zastanówmy się teraz, jakie natężenie musiałby mieć prąd stały płynący w tym samym obwodzie, aby **skutek** jego przepływu był taki sam jak prądu przemiennego, czyli aby moc wydzielana w odbiorniku była taka sama jak przy przepływie tego prądu przemiennego. Natężenie takiego prądu stałego, który mógłby – w powyżej wyjaśnionym sensie – zastąpić dany prąd zmienny, nazywamy **natężeniem skutecznym** i oznaczamy symbolem I_s .

Aby znaleźć wzór na natężenie skuteczne prądu przemiennego, porównamy moc prądu stałego z mocą średnią prądu przemiennego. Oczywiście we wzorze na moc prądu stałego ($P = RI^2$) wstawimy w miejsce natężenia prądu stałego natężenie skuteczne prądu przemiennego I_s .

$$RI_s^2 = \frac{1}{2}RI_0^2$$

A zatem:

$$I_s = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad (25.7)$$

Takim wzorem wyraża się **natężenie skuteczne prądu przemiennego**. Po pomnożeniu obu stron równania (25.7) przez opór odbiornika R znajdującego się w rozważanym obwodzie otrzymamy:

$$RI_s = \frac{RI_0}{\sqrt{2}}$$

Iloczyn RI_s nazywamy **napięciem skutecznym** i oznaczamy symbolem U_s . Ponieważ $I_0R = U_0$, więc:

$$U_s = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad (25.8)$$

Gdy mówimy potocznie o natężeniu i napięciu prądu przemiennego, np. w sieci miejskiej, mamy na myśli natężenie skuteczne i napięcie skuteczne! Mierniki prądu zmiennego są wyskalowane tak, że wskazują I_s i U_s .

Napięcie skuteczne w sieci miejskiej w Polsce jest równe 230 V, a napięcie maksymalne:

$$U_0 = \sqrt{2} \cdot 230 \text{ V} \approx 324 \text{ V}$$

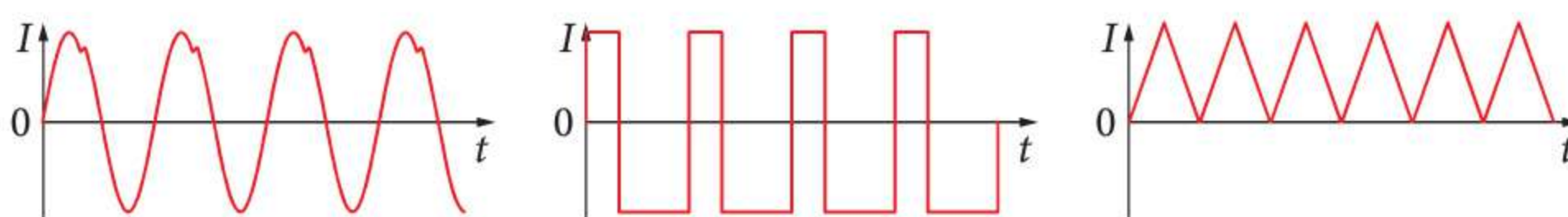
Wzór na moc średnią (zwaną też **mocą skuteczną** lub **czynną**) wyraża się za pomocą napięcia i natężenia skutecznego w postaci:

$$P_{\text{sr}} = P_s = U_s I_s \quad (25.9)$$

lub:

$$P_s = I_s^2 R \quad (25.10)$$

Prąd przemienny jest szczególnym przypadkiem **prądu zmiennego**. Wielkości fizyczne opisujące inne, okresowo zmiennie prądy, to także: okres T (lub częstotliwość ν), natężenie skuteczne I_s i natężenie maksymalne I_0 . Z kolei napięcie skuteczne U_s pomiędzy końcami odbiornika o oporze R , przez który płynie prąd zmienny, wyrażamy wzorem $U_s = RI_s$. Należy jednak pamiętać, że dla innych niż przemiennie prądów zmiennych, pokazanych przykładowo na rysunku 25.7, natężenie i napięcie skuteczne wyrażają się wzorami różnymi od (25.7) i (25.8).



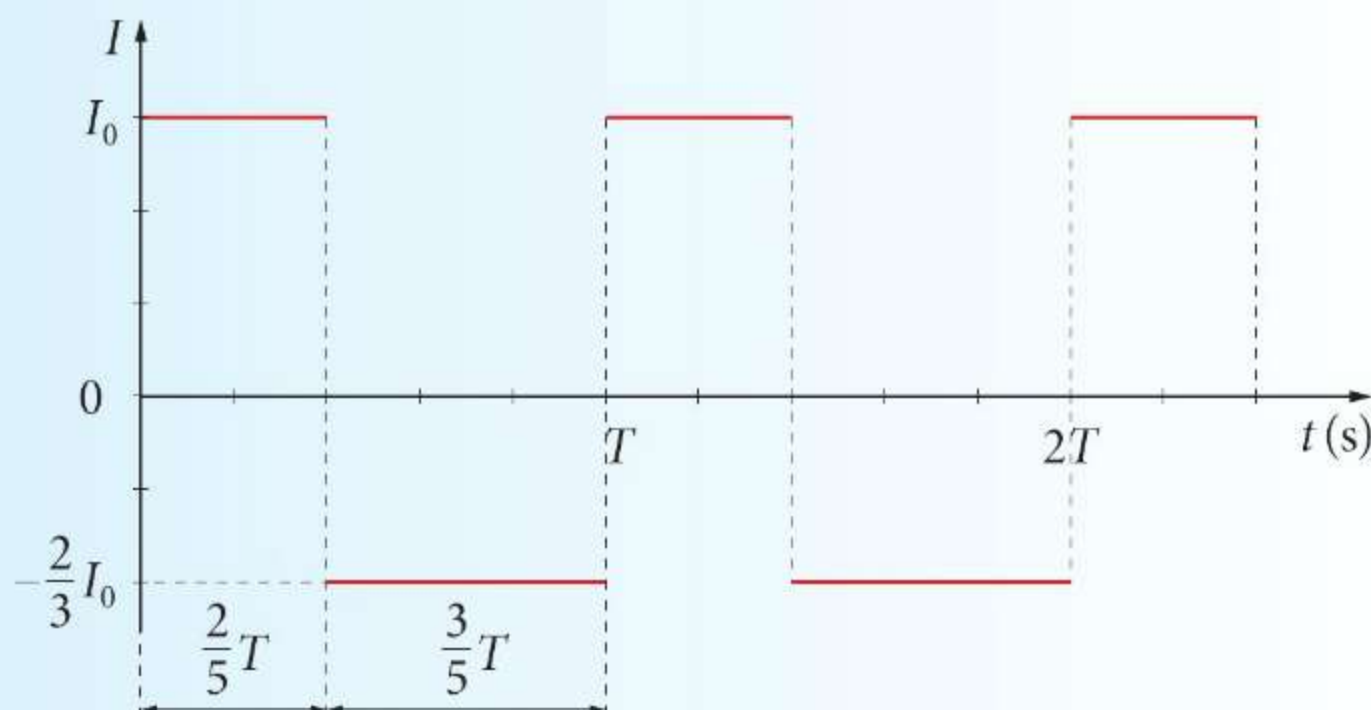
Rys. 25.7 Wykresy $I(t)$ dla przykładowych prądów zmiennych

Sposób obliczania natężenia skutecznego dla prądu zmiennego pokażemy w poniższym przykładzie.

Przykład 25.1

Natężenie skuteczne prądu zmiennego

Na wykresie (rys. 25.8) przedstawiono zależność natężenia od czasu dla prądu zmiennego o okresie T i maksymalnym natężeniu I_0 .



Rys. 25.8

Aby obliczyć natężenie skuteczne tego prądu zmiennego, skorzystamy z definicji natężenia skutecznego. Natężenie skuteczne I_s prądu zmiennego jest równe natężeniu prądu stałego, którego przepływ w tym samym obwodzie spowoduje wydzielenie na odbiorniku o oporze R mocy P , równej średniej mocy P_{sr} rozważanego prądu zmiennego:

$$P_{\text{sr}} = \frac{W_T}{T}$$

Praca wykonana przez prąd w czasie okresu T jest sumą pracy W_1 wykonanej przez prąd o natężeniu I_0 w czasie $\frac{2}{5}T$ i pracy W_2 prądu o natężeniu równym $-\frac{2}{3}I_0$ wykonanej w czasie $\frac{3}{5}T$.

$$W_T = W_1 + W_2$$

$$W_T = I_0^2 R \cdot \frac{2}{5}T + \left(-\frac{2}{3}I_0\right)^2 R \cdot \frac{3}{5}T = \frac{2}{3}I_0^2 RT$$

Wobec tego:

$$P_{\text{sr}} = \frac{2}{3}I_0^2 R$$

Po porównaniu średniej mocy prądu zmiennego z mocą prądu stałego o natężeniu równym I_s otrzymamy:

$$I_s^2 R = \frac{2}{3}I_0^2 R$$

skąd:

$$I_s = \sqrt{\frac{2}{3}}I_0 \approx 0,82I_0$$

Na ogół natężenie skuteczne nie jest równe natężeniu średniemu. W tym przykładzie:

$$I_{\text{sr}} = \frac{Q}{t} = \frac{I_0 \cdot \frac{2}{5}T - \frac{2}{3}I_0 \cdot \frac{3}{5}T}{T} = 0$$

ZADANIA

1. Prąd przemienny o maksymalnym natężeniu $I_0 = 0,2 \text{ A}$ przepływa przez przewodnik o oporze 5Ω . Oblicz średnią moc wydzieloną w tym przewodniku.
2. Grzałka jest zasilana z sieci prądem przemiennym. Opór spirali grzałki $R = 50 \Omega$. Oblicz czas τ (czytaj: tau) potrzebny na zagotowanie 1 kg wody o temperaturze $t_0 = 20^\circ\text{C}$, jeśli straty energii wynoszą 5% . Amplituda napięcia $U_0 = 312 \text{ V}$. Przyjmij, że ciepło właściwe wody $c_w = 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.
3. Do sieci prądu przemiennego o częstotliwości $\nu = 50 \text{ Hz}$ włączono piecyk. Opór piecyka podczas pracy $R = 42 \Omega$. Napięcie skuteczne $U_s = 230 \text{ V}$.
 - a) Oblicz natężenie skuteczne prądu płynącego przez piecyk i moc skuteczną.
 - b) Napisz wzór przedstawiający zależność natężenia prądu przemiennego płynącego przez piecyk od czasu.
4. Do obowiązkowego wyposażenia roweru należą dwie lampki – przednia, świecąca światłem białym, i tylna z czerwonym szkiełkiem. Aby lampki te świeciły, muszą być połączone ze źródłem napięcia. Obecnie niektóre rowery mają żarówki LED zasilane za pomocą baterii lub akumulatora (ładowanego przez złącze USB). Jednak wiele modeli nadal jest wyposażonych w dynamo, czyli prądnicę. Na podstawie samodzielnie odszukanych informacji przygotuj krótką prezentację na temat budowy i zasady działania dynama rowerowego.
5. Zarówno w starszych, jak i nowszych modelach samochodów bardzo ważną rolę odgrywa alternator – generator prądu przemiennego. Na fotografii (rys. 25.9) pokazano przekrój takiego urządzenia.



Rys. 25.9

Na podstawie samodzielnie odszukanych informacji opisz budowę, zasadę działania i zastosowania alternatora.

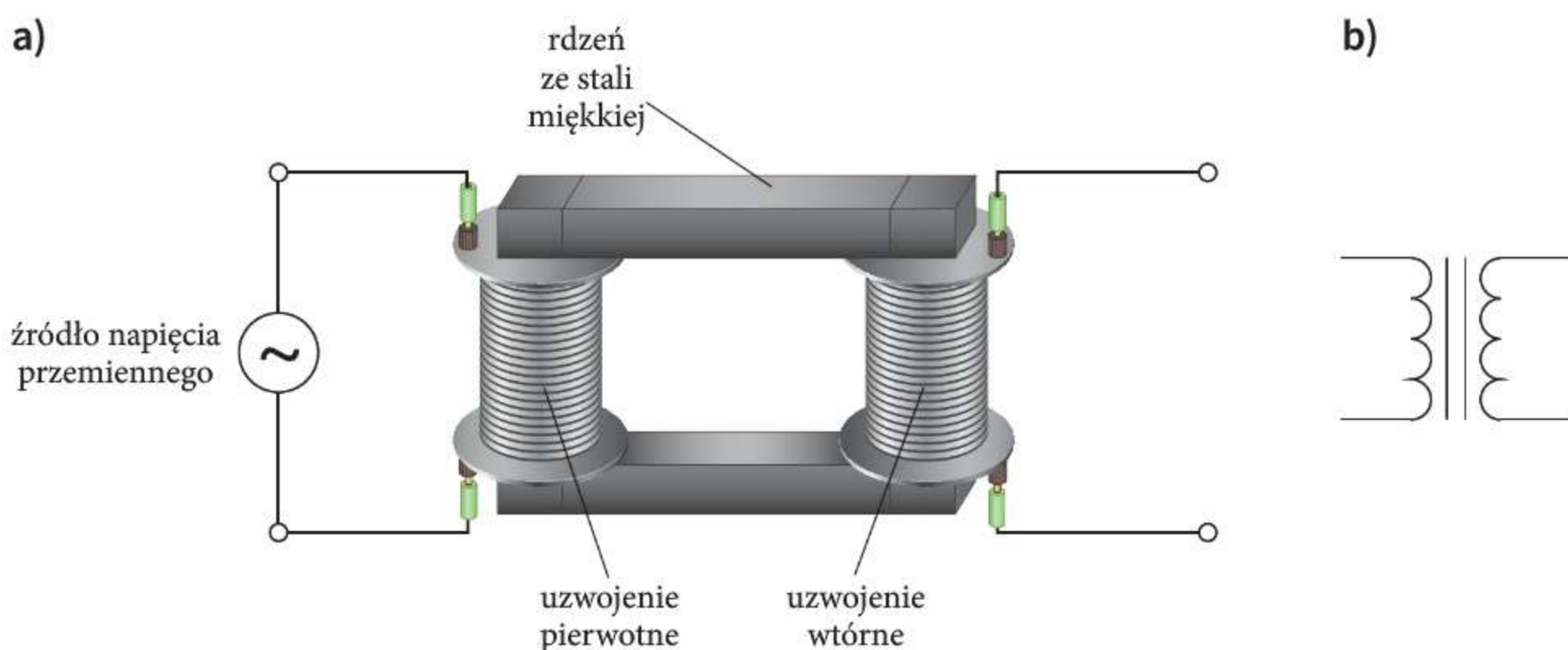


26. Transformator

- Budowa i zasada działania transformatora
- Przekładnia transformatora
- Zastosowania transformatora
- Wyłącznik różnicowy

Przypomnij sobie, na czym polega zjawisko indukcji elektromagnetycznej, oraz wzór na ciepło Joule'a.

Powszechnie stosowanym urządzeniem, które umożliwia zmianę napięcia przemianego z wyższego na niższe lub odwrotnie, jest **transformator**. Składa się on z ferromagnetycznego rdzenia i osadzonych na nim dwóch zwojnic odizolowanych od rdzenia (rys. 26.1).



Rys. 26.1 Transformator: schemat (a), symbol graficzny (b)

Zwojnicę połączoną ze źródłem napięcia przemiennego nazywamy **pierwotnym uzwojeniem** transformatora. Druga zwojnica to **uzwojenie wtórne**.

Omówimy dokładniej tzw. transformator idealny, w którym opory uzwojeń, a więc i związane z nimi straty energii, są pomijalnie małe oraz nie zachodzą straty energii spowodowane powstawaniem prądów wirowych¹⁵ w rdzeniu transformatora.

W uzwojeniu pierwotnym połączonym ze źródłem napięcia przemiennego płynie prąd przemienny. Wywołuje on w rdzeniu zmieniający się okresowo strumień magnetyczny.

¹⁵ Prądy wirowe to prądy indukujące się w bryłach metalu. Aby zapobiec powstawaniu prądów wirowych, rdzeń transformatora wykonuje się z wielu cienkich, żelaznych, odizolowanych elektrycznie blaszek.

Zmiany tego strumienia powodują wzbudzenie w uzwojeniu pierwotnym siły elektromotorycznej samoindukcji $\mathcal{E}_{\text{sam}}$, a w uzwojeniu wtórnym – siły elektromotorycznej indukcji $\mathcal{E}_{\text{ind}}$.

W idealnym transformatorze w każdej chwili t siła elektromotoryczna źródła $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$ jest równa napięciu U_1 na uzwojeniu pierwotnym, a siła elektromotoryczna indukowana we wtórnym uzwojeniu – napięciu U_2 . Gdy do zacisków uzwojenia wtórnego dołączymy odbiornik, popłynie w nim zmienny prąd indukcyjny.

Oznaczmy jako n_1 liczbę zwojów pierwotnego uzwojenia transformatora, jako n_2 – liczbę zwojów uzwojenia wtórnego, a symbolami U_{s1} i U_{s2} – napięcia skuteczne w uzwojeniach pierwotnym i wtórnym. Można wykazać (patrz: *Wiedzieć więcej*), że w transformatorze spełniony jest związek:

$$\frac{U_{s2}}{U_{s1}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Iloraz $\frac{n_2}{n_1}$ nazywamy **przekładnią transformatora**.

Jeśli $\frac{n_2}{n_1} > 1$, to transformator podwyższa napięcie, a jeśli $\frac{n_2}{n_1} < 1$ – obniża je.

Dzięki odpowiedniemu dobraniu liczby zwojów we wtórnym uzwojeniu transformatora można uzyskiwać potrzebne napięcia.

Przez jeden zwój uzwojenia pierwotnego i wtórnego przechodzi taki sam strumień indukcji pola magnetycznego. Zapewnia to ferromagnetyczny rdzeń, który skupia całe pole magnetyczne wytworzone przez prąd w uzwojeniu pierwotnym i „przeprowadza go” przez uzwojenie wtórne.

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Wyprowadzenie wzoru na przekładnię idealnego transformatora

Zgodnie z prawem Faradaya:

$$\mathcal{E}_{\text{sam}} = -\frac{\Delta \Phi_p}{\Delta t} \quad \text{a} \quad \mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{\Delta \Phi_w}{\Delta t}$$

gdzie Φ_p jest strumieniem obejmowanym przez uzwojenie pierwotne, a Φ_w – przez uzwojenie wtórne.

Po oznaczeniu symbolem Φ_1 strumienia przechodzącego przez pojedynczy zwój, a symbolami n_1 i n_2 liczby zwojów w uzwojeniach pierwotnym i wtórnym, możemy zapisać:

$$\Phi_p = n_1 \Phi_1 \quad \text{i} \quad \Phi_w = n_2 \Phi_1$$

Siły elektromotoryczne wzbudzone w uzwojeniach będą wyrażone wzorami:

$$\mathcal{E}_{\text{sam}} = -n_1 \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta t} \quad \text{a} \quad \mathcal{E}_{\text{ind}} = -n_2 \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta t}$$

W obwodzie pierwotnym sumują się dwie siły elektromotoryczne: siła elektromotoryczna źródła ($\mathcal{E}$) i siła elektromotoryczna samoindukcji ($\mathcal{E}_{\text{sam}}$). Stosujemy drugie prawo Kirchhoffa dla tego obwodu (przy założeniu, że opory są pomijalnie małe) i otrzymujemy:

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_{\text{sam}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E} = -\mathcal{E}_{\text{sam}}$$

Wobec tego:

$$\mathcal{E} = n_1 \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta t} \quad (26.1)$$

Z przeprowadzonego rozumowania wynika, że wzbudzona w uzwojeniu pierwotnym siła elektromotoryczna samoindukcji jest w każdej chwili równa sile elektromotorycznej źródła wziętej ze znakiem minus. Inaczej mówiąc: wartość bezwzględna SEM samoindukcji i SEM źródła są w każdej chwili jednakowe.

Korzystamy z równania (26.1) i obliczamy $\frac{\Delta \Phi_1}{\Delta t}$. Zapisujemy wzór na SEM indukcji, wzbudzoną w uzwojeniu wtórnym, w postaci:

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{n_2}{n_1} \mathcal{E} \quad (26.2)$$

Ponieważ $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$, to:

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{n_2}{n_1} \mathcal{E}_0 \sin \omega t$$

Siła elektromotoryczna $\mathcal{E}_{\text{ind}}$ wzbudzona w uzwojeniu wtórnym jest sinusoidalnie zmienna, a jej maksymalna wartość to:

$$\mathcal{E}_{\text{ind max}} = \frac{n_2}{n_1} \mathcal{E}_0 \quad (26.3)$$

Ze wzoru (26.2) wynika, że związek między napięciem skutecznym U_{s2} na końcach wtórnego uzwojenia transformatora a napięciem skutecznym U_{s1} źródła ma postać analogiczną do wzoru (26.3):

$$U_{s2} = \frac{n_2}{n_1} U_{s1}$$

A zatem:

$$\frac{U_{s2}}{U_{s1}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Aby znaleźć związek między natężeniami prądów płynących w uzwojeniach idealnego transformatora, skorzystamy z zasady zachowania energii.

Z porównania mocy prądu w obu obwodach otrzymujemy:

$$U_{s1} I_{s1} = U_{s2} I_{s2}$$

skąd:

$$\frac{U_{s2}}{U_{s1}} = \frac{I_{s1}}{I_{s2}}$$

Z powyższego wzoru wynika, że we wtórnym uzwojeniu transformatora podwyższającego napięcie np. 1000 razy będzie płynął prąd o natężeniu 1000 razy mniejszym od natężenia prądu w obwodzie pierwotnym.

Fakt ten wykorzystuje się przy przesyłaniu energii elektrycznej na duże odległości tzw. liniami wysokiego napięcia. Przez przewody takich linii płynie prąd o niewielkim natężeniu, co pozwala zmniejszyć straty energii elektrycznej związane z jej zamianą na energię wewnętrzną, a następnie na (rozproszone w otoczeniu) ciepło Joule'a:

$$Q = I_s^2 R t$$

gdzie: I_s jest natężeniem skutecznym prądu przepływającego przez przewody, R – oporem tych przewodów, a t – czasem przepływu.

Przykład 26.1

Przesyłanie prądu pod wysokim napięciem

Napięcie skuteczne U_{s1} w domowej instalacji elektrycznej wynosi 230 V. Porównamy moc traconą na przewodach o oporze R_p , doprowadzających prąd z elektrowni do odbiorcy, w dwóch przypadkach:

1. prąd jest przesyłany bezpośrednio z elektrowni do domu;
2. prąd jest przesyłany pod napięciem $U_{s2} = 230 \text{ kV}$ (za pośrednictwem transformatora podwyższającego napięcie).

Ad 1)

Przez przewody płynie prąd o natężeniu I_{s1} . Na tych przewodach wydzielą się moc (w postaci ciepła Joule'a straconego na ogrzanie):

$$P_{1 \text{ stracona}} = I_{s1}^2 R_p$$

Ad 2)

W tym przypadku przez przewody płynie prąd o natężeniu:

$$I_{s2} = I_{s1} \frac{U_{s1}}{U_{s2}} = \frac{I_{s1}}{1000}$$

Na przewodach wydzielą się moc (w postaci ciepła Joule'a):

$$P_{2 \text{ stracona}} = I_{s2}^2 R_p = \left(\frac{I_{s1}}{1000} \right)^2 R_p$$

Wobec tego $\frac{P_{1 \text{ stracona}}}{P_{2 \text{ stracona}}} = 10^6$. Straty mocy w pierwszym przypadku byłyby milion razy większe!

Transformatory są stosowane w energetyce do przesyłania energii elektrycznej (rys. 26.2), w łączności, w urządzeniach elektrycznych i elektronicznych, w automatyce (tzw. transformatory małej mocy; rys. 26.3). Konstruuje się też transformatory do specjalnych celów, np. transformatory spawalnicze czy piecowe.



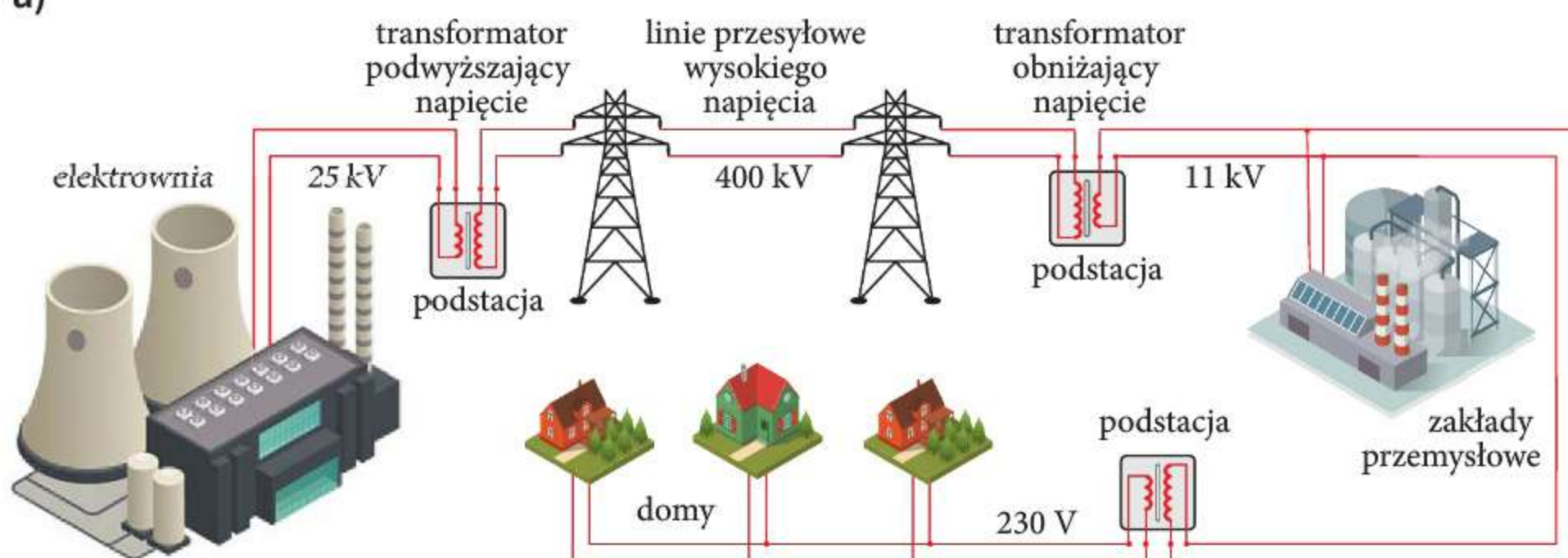
Rys. 26.2 Transformator energetyczny wysokiego napięcia na stacji energetycznej



Rys. 26.3 Transformator małej mocy

Zastosowanie transformatorów w sieci energetycznej przedstawiono na rysunku 26.4.

a)



b)



Rys. 26.4 Schemat systemu przesyłania energii elektrycznej na duże odległości: poglądowy (a), uproszczony (b)

Wysokie napięcie wytworzone między punktami A i B (rys. 26.4b) jest równe sumie napięć na linii przesyłowej (AC i DB) oraz na uzwojeniu pierwotnym transformatora obniżającego napięcie (CD):

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CD} + U_{DB}$$

przy czym:

$$U_{CD} \gg U_{AC} \quad U_{CD} \gg U_{DB}$$

Transformator jest zasadniczym elementem budowy **wyłącznika różnicowego** (rys. 26.5), stosowanego współcześnie w instalacjach elektrycznych jako zabezpieczenie przed porażeniem prądem. Zadaniem wyłącznika jest odłączenie obwodu od zasilania sieciowego, gdy na skutek tzw. przebicia na metalowej obudowie odbiornika energii elektrycznej pojawi się potencjał.

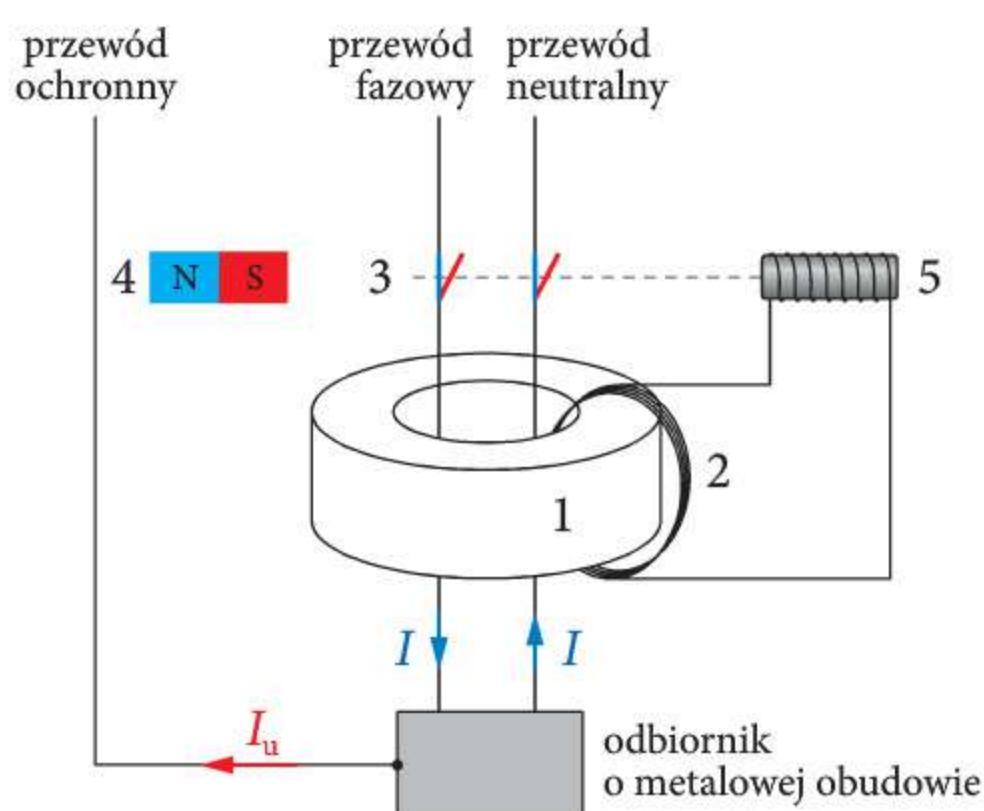
Rys. 26.5 Wyłącznik różnicowy: przycisk 1 służy do mechanicznego sterowania stykami wyłącznika; przycisk 2 włącza tzw. obwód testowania, który umożliwia sprawdzenie, czy wyłącznik działa poprawnie



WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Jak działa wyłącznik różnicowy?

Najważniejszą częścią wyłącznika różnicowego jest tzw. przekładnik Ferrantiego. Jest to rodzaj transformatora, który składa się z pierścienia ferromagnetycznego (1), przez którego „okno” przechodzą przewody sieciowe: fazowy i neutralny. Odgrywają one wspólnie rolę uzwojenia pierwotnego. Na pierścień nawinięte jest dodatkowe uzwojenie (2), pełniące funkcję uzwojenia wtórnego.



Rys. 26.6 Schemat budowy wyłącznika różnicowego: pierścień ferromagnetyczny (1), uzwojenie wtórne transformatora (2), styki wyłącznika (3), magnes trwały (4), elektromagnes (5). Kolorem niebieskim zaznaczono natężenia prądów w obwodzie podczas normalnej pracy wyłącznika, kolorem czerwonym – natężenie prądu upływu po wystąpieniu przebicia

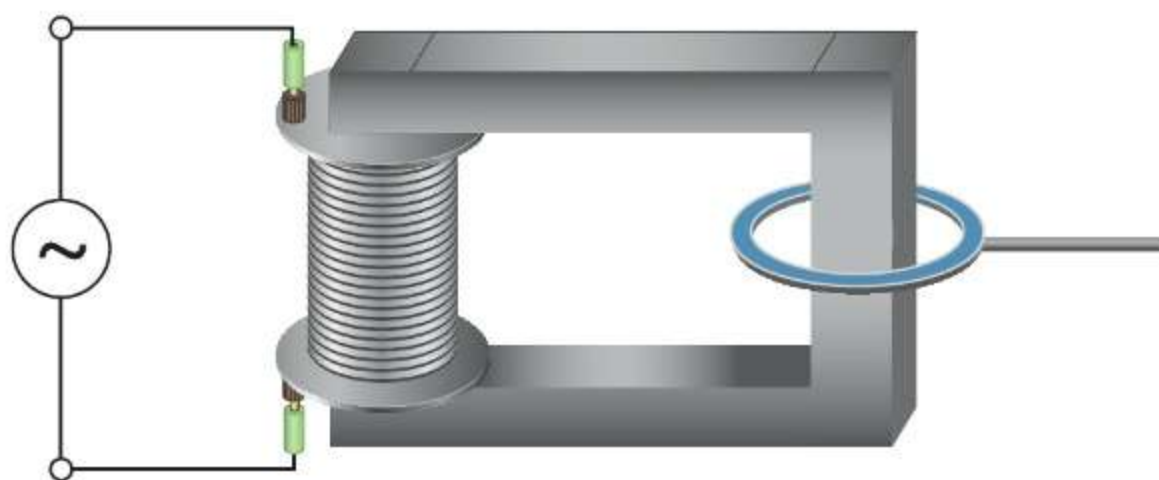
Podczas normalnej pracy instalacji elektrycznej styki wyłącznika (3) są zamknięte. Wtedy wypadkowy strumień magnetyczny w pierścieniu w każdej chwili jest równy zero, bo wypadkowe pole wytworzone w nim przez dwa równoległe, leżące blisko siebie przewody prostoliniowe, przez które płyną prądy o takim samym natężeniu, ale w przeciwną stronę, jest w każdym punkcie (i w każdej chwili) równe zero (linie pola mają przeciwne zwroty). Dlatego w uzwojeniu wtórnym transformatora nie indukuje się SEM. W tych warunkach styki wyłącznika (3) są zamknięte, bowiem przytrzymywane są polem magnetycznym wytworzonym przez magnes trwały (4).

Jeżeli jednak w chronionym obwodzie przepłynie prąd upływowy (przez przewód ochronny), to natężenia prądów płynących przez przewody sieciowe będą różne. Wtedy w pierścieniu pojawi się wypadkowy zmienny strumień magnetyczny i w uzwojeniu wtórnym (2) transformatora wyindukuje się SEM, która spowoduje przepływ prądu przez uzwojenia elektromagnesu (5). Prąd ten wytworzy pole magnetyczne, które osłabi pole magnetyczne magnesu trwałego (4) i wówczas otworzą się styki wyłącznika (3).

Jeśli natężenie prądu upływu przekroczy próg reakcji wyłącznika (może to być nawet natężenie rzędu 30 mA), to chroniony obwód zostanie odłączony od zasilania sieciowego.

ZADANIA

1. Uzwojenie pierwotne transformatora o 200 zwojach włączono do gniazdka sieciowego. Napięcie skuteczne w sieci miejskiej jest równe 230 V. Przy założeniu, że straty energii w transformatorze są pomijalnie małe, oblicz:
 - a) liczbę zwojów, którą powinno mieć uzwojenie wtórne, aby napięcie skuteczne w tym uzwojeniu było równe 46 V;
 - b) iloraz skutecznych natężeń prądów płynących w pierwotnym i wtórnym uzwojeniu tego transformatora.
2. Prąd z elektrowni jest przesyłany pod napięciem 23 kV przewodami o oporze $0,22 \Omega/\text{km}$. Natężenie skuteczne prądu w przewodzie wynosi 100 A. Oblicz:
 - a) ciepło Joule'a przekazane do otoczenia w czasie 1 h przez przewód o długości 1 km,
 - b) napięcie skuteczne między dwoma punktami przewodu oddalonymi od siebie o 50 m,
 - c) jaki procent mocy wysyłanej stanowi moc tracona na linii, gdy odległość odbiorcy energii elektrycznej od elektrowni jest równa 100 km.
3. Do pierwotnego uzwojenia szkolnego transformatora złożonego z $n_1 = 460$ zwojów doprowadzono napięcie $U_1 = 230 \text{ V}$. Uzwojeniem wtórnym jest metalowa rynienka w kształcie pierścienia o oporze $R = 0,002 \Omega$ (rys. 26.7). Do rynienki nalano $m = 10 \text{ g}$ wody o temperaturze $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Oblicz:
 - a) natężenia prądów płynących w pierwotnym i wtórnym uzwojeniu,
 - b) czas, po którym woda zostałaby doprowadzona do wrzenia, jeśli pobierałaby połowę wydzielonego ciepła. Przyjmij, że ciepło właściwe wody $c_w = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.



Rys. 26.7



27. Zastosowanie diody i tranzystora

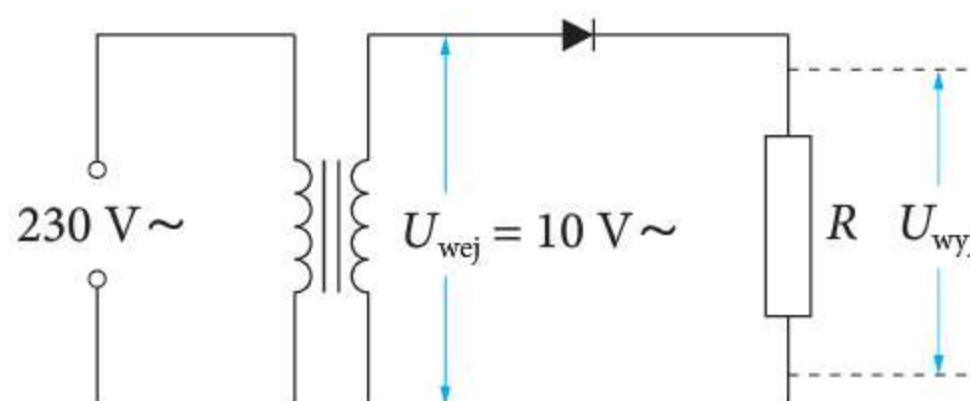
- Dioda jako prostownik prądu przemiennego
- Tranzystor jako wzmacniacz

Przypomnij sobie wiadomości o budowie i zasadzie działania diody półprzewodnikowej oraz tranzystora.

Dioda

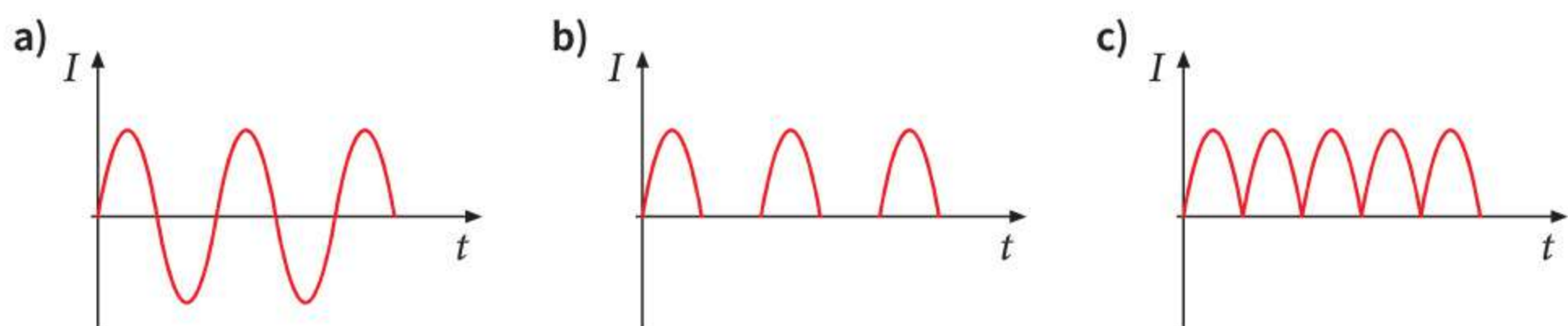
W jaki sposób można wykorzystać w praktyce właściwości diody opisane w rozdziale 11? Z doświadczenia 11.1 wynika, że diody mogą być stosowane jako tzw. prostowniki, których zadaniem jest „prostowanie prądu”, czyli zamiana prądu przemiennego na stały, a ściślej mówiąc – jednokierunkowy.

W najprostszym układzie prostowniczym znajduje się tylko jedna dioda. Gdyby w obwodzie wtórnym transformatora (rys. 27.1) nie było diody, przez opornik R płynąłby prąd przemienny (rys. 27.2a). Obecność diody powoduje, że w tym obwodzie prąd płynie w jednym kierunku przez czas równy połowie okresu prądu przemiennego (rys. 27.2b). W tym przypadku mamy do czynienia z tzw. prostowaniem **jednopołówkowym**.



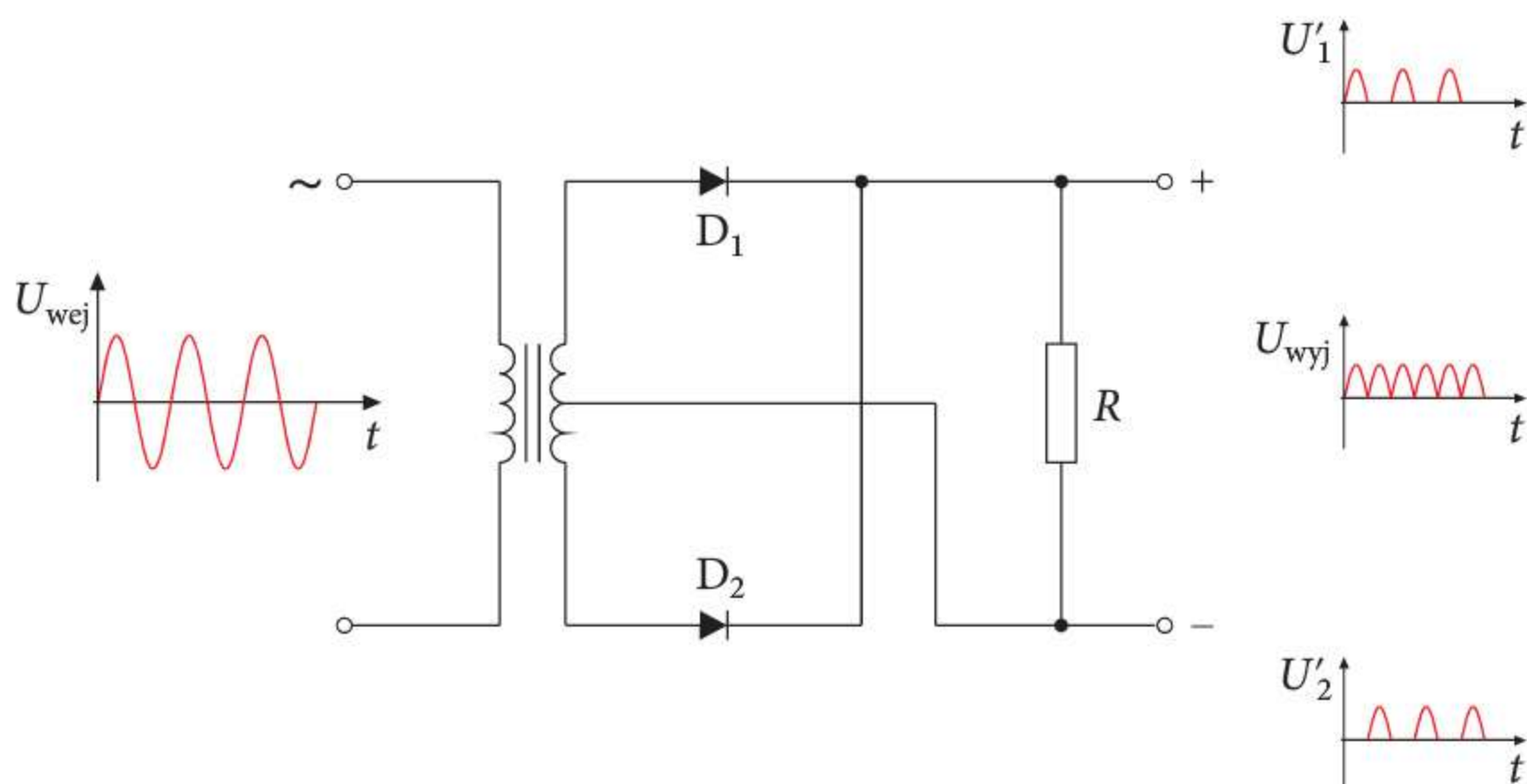
Rys. 27.1 Dioda jako prostownik jednopołówkowy

Aby otrzymać prąd jednokierunkowy, dla którego zależność $I(t)$ przedstawiono na rysunku 27.2c, należy zastosować tzw. prostowanie **dwupołówkowe**.



Rys. 27.2 Wykres $I(t)$ dla prądu: przemiennego (a), otrzymanego w wyniku prostowania jednopołówkowego (b), otrzymanego w wyniku prostowania dwupołówkowego (c)

Schemat prostownika dwupołówkowego przedstawiono na rysunku 27.3.

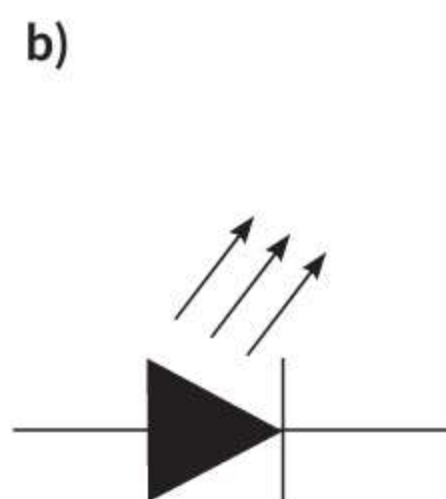
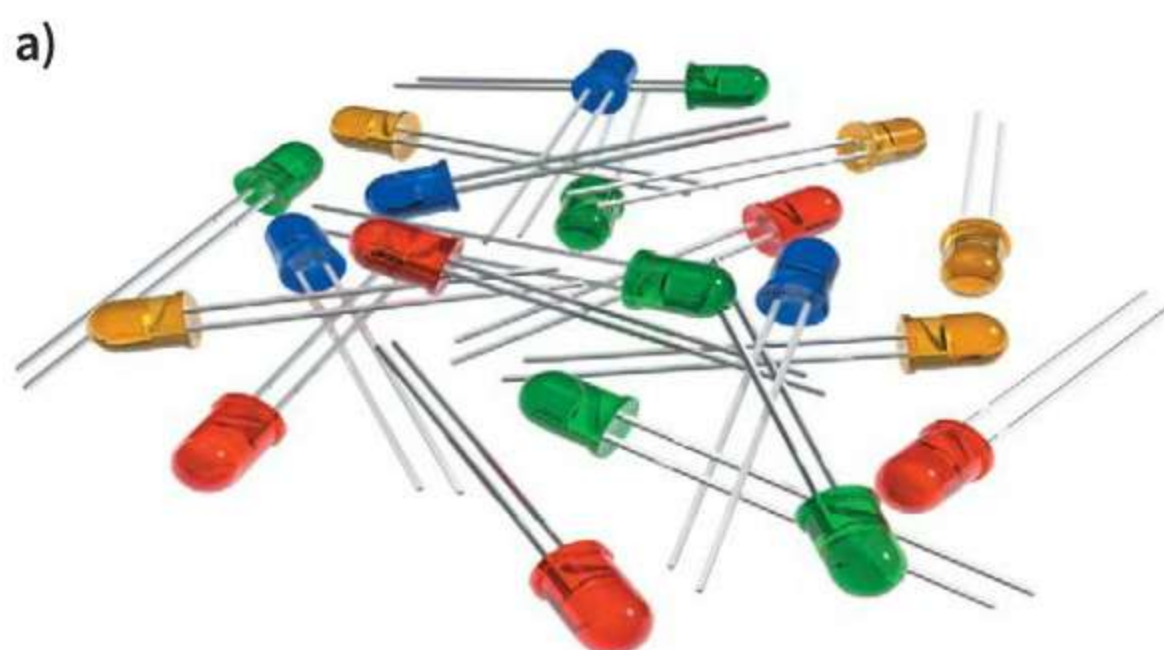


Rys. 27.3 Schemat prostownika dwupołówkowego

Układ zawiera dwie diody i specjalny transformator, którego uzwojenie wtórne ma w połowie dołączony przewód, tzw. odczep. W pierwszej połowie okresu napięcia wejściowego prąd płynie przez górną część uzwojenia transformatora, ponieważ tylko dioda D_1 jest spolaryzowana w kierunku przewodzenia. W drugiej połowie okresu napięcia wejściowego przewodzi tylko dioda D_2 i prąd płynie przez dolną część uzwojenia wtórnego.

Możliwość prostowania prądu jest bardzo ważna, ponieważ większość urządzeń elektronicznych wymaga prądu stałego. Aby zasiląć je z sieci prądu przemiennego, musimy stosować odpowiednie prostowniki.

Ciekawym elementem półprzewodnikowym jest **dioda elektroluminescencyjna** (rys. 27.4a), tzw. dioda LED, zwana również świecą (ang. LED – *Light Emitting Diode*), zaliczana obecnie do najpopularniejszych elementów optoelektronicznych stosowanych jako światełka kontrolne, w wyświetlaczach budzików cyfrowych, kalkulatorów itd. oraz w radioodbiornikach, systemach audio i wideo czy komputerach. Na rysunku 27.4b przedstawiono symbol graficzny diody świecącej.



Rys. 27.4 Dioda świecąca (a), symbol graficzny diody świecącej (b)

Uwolnienie elektronu wymaga pewnej energii, powodującej wygenerowanie pary elektron–dziura. Jeśli elektron w procesie odwrotnym wypełnia dziurę (rekombinacja), to energia jest oddawana i w zwykłych złączach p-n powoduje wzrost energii wewnętrznej diody. W diodach LED część tej energii zamienia się w energię świetlną i jest emitowana na zewnątrz złącza w postaci światła. Z różnych półprzewodników można produkować diody wysyłające światło o różnych barwach.

Diody LED są tanie, bardziej odporne na wstrząsy i mają zdecydowanie dłuższą żywotność niż zwykłe żarówki. Żarówki LED (rys. 27.5) powszechnie stosujemy do oświetlenia naszych domów w miejsce tradycyjnych żarówek, świetlówek i innych żarówek energooszczędnych, bo straty energii związane z wydzielaniem ciepła są w żarówkach LED znikome.

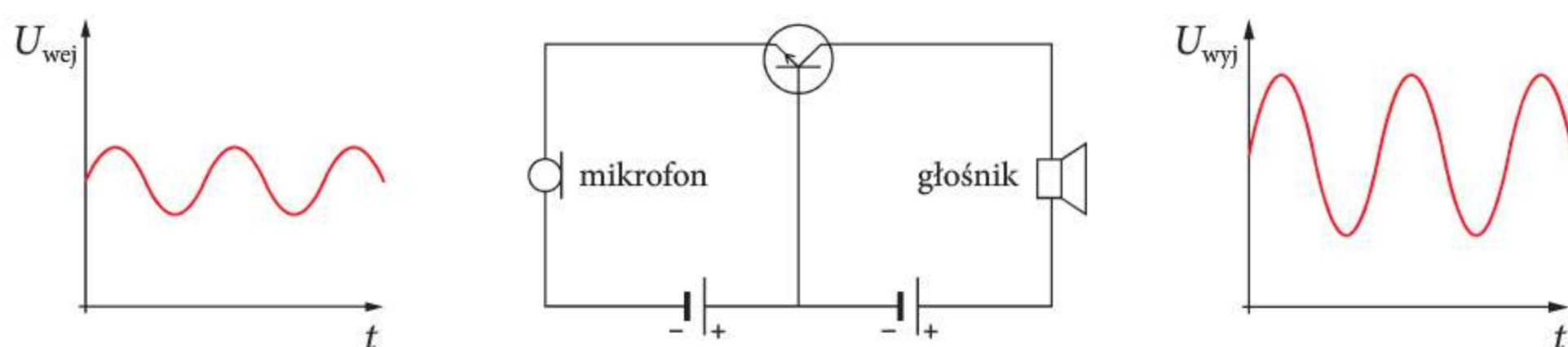


Rys. 27.5 Różne typy żarówek, w których źródłem światła są diody LED

Tranzystor

Bardzo ważne znaczenie mają również tranzystory. Ze względu na właściwości omówione w rozdziale 11 tranzystor jest podstawowym elementem tzw. **wzmacniaczy**, czyli układów, w których słaby wejściowy prąd sygnału jest przetwarzany na mocniejsze sygnały o identycznym kształcie, a więc wzmacniane.

Na rysunku 27.6 przedstawiono schemat najprostszego jednotranzystorowego wzmacniacza, pracującego w tzw. układzie wspólnej bazy.



Rys. 27.6 Najprostszy wzmacniacz tranzystorowy

Mikrofon wysokiej jakości wytwarza napięcie zaledwie kilku dziesiątych mikrowolta. Tak znikome napięcie jest o wiele za niskie, aby wywołany przez nie prąd był w stanie uruchomić słuchawki lub głośnik. Sygnały wytworzone przez mikrofon są więc najpierw kierowane do wzmacniacza (U_{wej}). Po ich odpowiednim wzmocnieniu (U_{wyj}) mogą być wykorzystane do zasilania głośnika.

W praktyce wzmacniacze to złożone układy elektroniczne, zbudowane nie tylko z tranzystorów, lecz także z innych elementów, takich jak oporniki, cewki czy kondensatory.

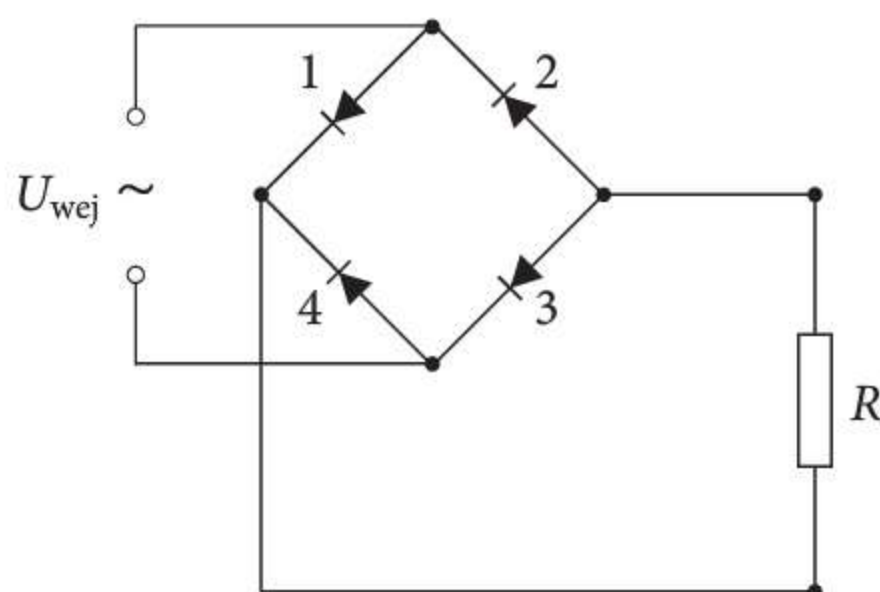
Do elementów półprzewodnikowych odgrywających ważną rolę we współczesnym świecie należą również:

- **ogniwa fotoelektryczne**, powszechnie zwane bateriami słonecznymi, które przekształcają energię świetlną wprost na energię elektryczną;
- **układy scalone** (tzw. chipy) dominujące we współczesnej mikroelektronice; jednolity układ scalony tworzy się na wspólnym podłożu z monokryształu, zwykle krzemu, i może on zawierać nawet setki tysięcy mikroskopijnej wielkości takich elementów jak oporniki, diody czy tranzystory, a w niedalekiej przyszłości będzie można umieścić nawet ponad 100 milionów elementów w płytce krzemu o powierzchni około 1 cm^2 ;
- **lasery półprzewodnikowe**;
- **karty pamięci** o pojemnościach rzędu kilkudziesięciu gigabajtów (a nawet 128 GB, 256 GB i 512 GB), zainstalowane np. w aparacie fotograficznym, tablecie czy smartfonie, mieszczące całą kolekcję płyt lub filmów fabularnych, z możliwością wielokrotnego kasowania i zapisywania.

Przypuszcza się, że burzliwy rozwój nanotechnologii spowoduje przełom w inżynierii materiałowej, biotechnologii oraz innych dziedzinach, których istnienie trudno dziś przewidzieć.

ZADANIA

1. Na podstawie samodzielnie wyszukanych informacji:
 - a) wyjaśnij termin „nanotechnologia”;
 - b) przygotuj prezentację na temat wymienionych wyżej elementów półprzewodnikowych i ich zastosowań.
2. Na rysunku 27.7 przedstawiono schemat prostownika złożonego z czterech diod (tworzących tzw. mostek Graetza), do którego podłączone są źródło napięcia przemiennego oraz odbiornik o oporze R .



Rys. 27.7

Opisz i wyjaśnij działanie tego prostownika.



Zjawisko indukcji elektromagnetycznej

Warunkiem wzbudzenia prądu indukcyjnego w obwodzie zamkniętym jest zmiana strumienia magnetycznego objętego przez ten obwód.

Strumień indukcji magnetycznej Φ przechodzący przez płaską powierzchnię S umieszczoną w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $\vec{B}$ to iloczyn skalarny:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \angle(\vec{B}, \vec{S})$$

$\vec{S}$ to wektor prostopadły do powierzchni S , o wartości równej polu powierzchni wyrażonemu w odpowiednich jednostkach.

Jednostką strumienia magnetycznego w SI jest **weber**: $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot 1 \text{ m}^2$.



Siła elektromotoryczna indukcji

Zjawisko indukcji elektromagnetycznej polega na wzbudzaniu SEM indukcji w obwodach obejmujących zmieniający się strumień magnetyczny. Jeśli obwody te są zamknięte, to płynie w nich prąd indukcyjny. Jeśli nie, to np. pomiędzy końcami przewodnika o długości l poruszającego się z szybkością v w polu magnetycznym o indukcji $\vec{B}$ prostopadle do linii pola powstaje napięcie $U = Bvl$.

Z doświadczeń wynika, że wartość bezwzględna SEM indukcji wzbudzonej w obwodzie obejmującym zmieniający się strumień magnetyczny jest wprost proporcjonalna do szybkości zmian tego strumienia $|\mathcal{E}| = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$.

Prawo indukcji elektromagnetycznej Faradaya podaje wzór na SEM indukcji:

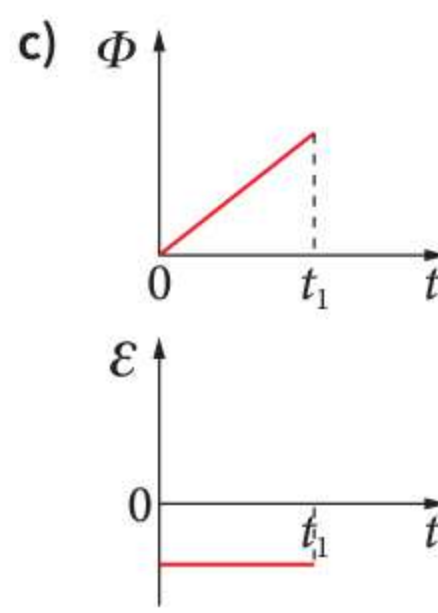
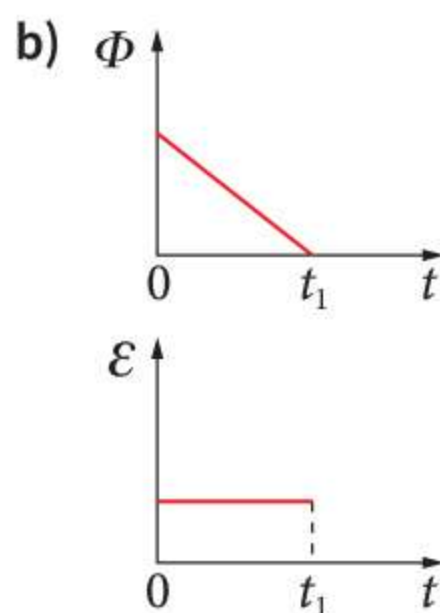
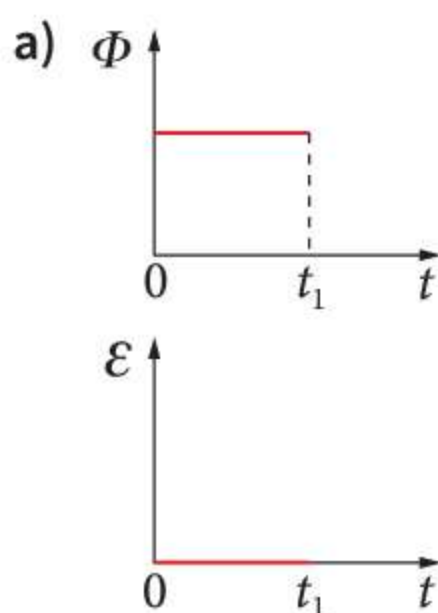
$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, gdzie Φ to całkowity strumień magnetyczny obejmowany przez obwód. Dla obwodu złożonego z n połączonych szeregowo ramek lub zwojów:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -n \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t}$$

gdzie Φ_1 jest strumieniem obejmowanym przez jedną ramkę lub jeden zwoj zwojnicy.

Jeśli strumień obejmowany przez obwód:

- ▶ maleje, czyli $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} < 0$, to $\mathcal{E} > 0$ (rys. b);
- ▶ rośnie, czyli $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0$, to $\mathcal{E} < 0$ (rys. c);
- ▶ nie zmienia się, czyli $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 0$, to $\mathcal{E} = 0$ (rys. a);
- ▶ zmienia się liniowo, czyli $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \text{const}$, to $\mathcal{E} = \text{const}$ (rys. b i c).





Reguła Lenza

Kierunek prądu indukcyjnego określa **reguła Lenza**:

Kierunek prądu indukcyjnego jest taki, że pole magnetyczne wytwarzane przez ten prąd przeciwstawia się zmianom strumienia magnetycznego, które ten prąd wywołały. Aby określić kierunek prądu indukcyjnego, należy:

- ▶ ustalić, na czym polega zmiana strumienia magnetycznego powodująca wzbudzenie prądu indukcyjnego w rozważanym obwodzie;
- ▶ ustalić, na czym polega (w danym przypadku) przeciwdziałanie tej zmianie strumienia magnetycznego;
- ▶ zaznaczyć wewnątrz rozważanego obwodu wektor indukcji ($\vec{B}_{\text{ind}}$) pola wytworzonego przez wyindukowany prąd;
- ▶ zastosować regułę prawej dłoni, aby na podstawie $\vec{B}_{\text{ind}}$ wyznaczyć kierunek prądu indukcyjnego.



Zjawisko samoindukcji

Zjawisko samoindukcji jest szczególnym przypadkiem zjawiska indukcji elektromagnetycznej. Polega ono na wzbudzaniu SEM w obwodzie obejmującym własny zmienny strumień magnetyczny. W obwodach prądu stałego zmiana strumienia magnetycznego następuje na skutek zmiany natężenia prądu podczas:

- ▶ zamykania i otwierania obwodu,
- ▶ zwiększania lub zmniejszania oporu.

Własny strumień magnetyczny Φ obejmowany przez obwód zamknięty jest wprost proporcjonalny do natężenia I prądu płynącego w tym obwodzie: $\Phi \sim I$. **Współczynnik**

samoindukcji (indukcyjność) obwodu $L = \frac{\Phi}{I}$. Jednostką indukcyjności w SI jest **henr**:

$$1 \text{ H} = \frac{1 \text{ Wb}}{1 \text{ A}} = 1 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}.$$

Indukcyjność zwojnicy z rdzeniem $L = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 S}{l}$, gdzie: l – długość zwojnicy, n – liczba zwojów, S – pole przekroju zwojnicy, μ_r – przenikalność magnetyczna rdzenia.

Siłę elektromotoryczną samoindukcji wyrażamy wzorem $\mathcal{E} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$.

Wartość bezwzględna SEM samoindukcji jest proporcjonalna do szybkości zmian natężenia prądu płynącego w obwodzie: $|\mathcal{E}| \sim \frac{|\Delta I|}{\Delta t}$. Jeśli natężenie prądu w obwodzie:

- ▶ maleje, czyli $\frac{\Delta I}{\Delta t} < 0$, to $\mathcal{E} > 0$;
- ▶ rośnie, czyli $\frac{\Delta I}{\Delta t} > 0$, to $\mathcal{E} < 0$;
- ▶ nie zmienia się, czyli $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$, to $\mathcal{E} = 0$;
- ▶ zmienia się liniowo, czyli $\frac{\Delta I}{\Delta t} = \text{const}$, to $\mathcal{E} = \text{const}$.

O chwilowym natężeniu prądu w obwodzie decyduje **suma algebraiczna** SEM źródła i SEM samoindukcji $\mathcal{E}_c = \mathcal{E}_{\text{źr}} + \mathcal{E}_{\text{sam}}$.



Prąd zmienny

Prąd zmienny jest wytwarzany w **generatorze (prądnicy)** – urządzeniu, w którym następuje zamiana energii mechanicznej na energię elektryczną. Podczas obrotu wirnika (układu n ramek) w polu magnetycznym w wirniku wzbudza się SEM indukcji i płynie w nim prąd o zmieniającym się kierunku i natężeniu. Do opisu prądu zmiennego wprowadza się pojęcie natężenia skutecznego.

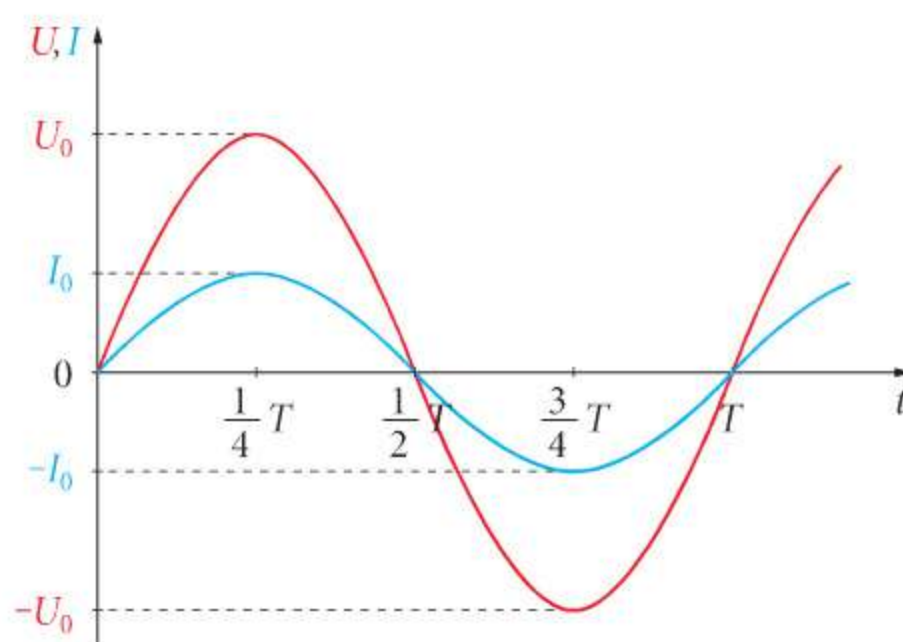
Natężenie skuteczne I_s prądu zmiennego jest równe natężeniu prądu stałego, który podczas przepływu w tym samym obwodzie spowoduje wydzielenie na odbiorniku o oporze R mocy P , równej średniej mocy P_{sr} rozważanego prądu zmiennego. Szczególnym rodzajem prądu zmiennego jest **prąd przemienny** (sinusoidalnie zmienny). Jeśli wirnik prądnicy obraca się ze stałą szybkością kątową ($\omega = \text{const}$), to $\Phi(t) = nBS \cos \omega t = \Phi_0 \cos \omega t$, wzbudzona w ramce SEM indukcji $\mathcal{E}(t) = nBS\omega \sin \omega t = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$, a przez obwód o całkowitym oporze R płynie **prąd przemienny** o natężeniu chwilowym $I(t) = \frac{\mathcal{E}_0 \sin \omega t}{R} = I_0 \sin \omega t$.

Wielkości fizyczne opisujące **prąd przemienny**:

- ▶ I_0 – maksymalne natężenie, czyli **amplituda natężenia** prądu,
- ▶ T – **okres** zmian natężenia prądu (równy okresowi obrotu wirnika),
- ▶ ν – **częstotliwość** zmian natężenia prądu,
- ▶ $\omega = 2\pi\nu$ – **częstość kołowa**,
- ▶ I_s – **natężenie skuteczne** związane z amplitudą natężenia związkiem $I_s = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

Na końcach odbiornika o oporze R , przez który płynie prąd przemienny, panuje **napięcie chwilowe** $U(t) = U_0 \sin \omega t$ o **amplitudzie** $U_0 = I_0 R$. Iloczyn $I_s R = U_s$ to **napięcie skuteczne** związane z amplitudą napięcia związkiem $U_s = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$.

Napięcie i natężenie prądu przemiennego są **zgodne w fazie** (jak na wykresie) w obwodach, w których nie ma zwojnic i kondensatorów.



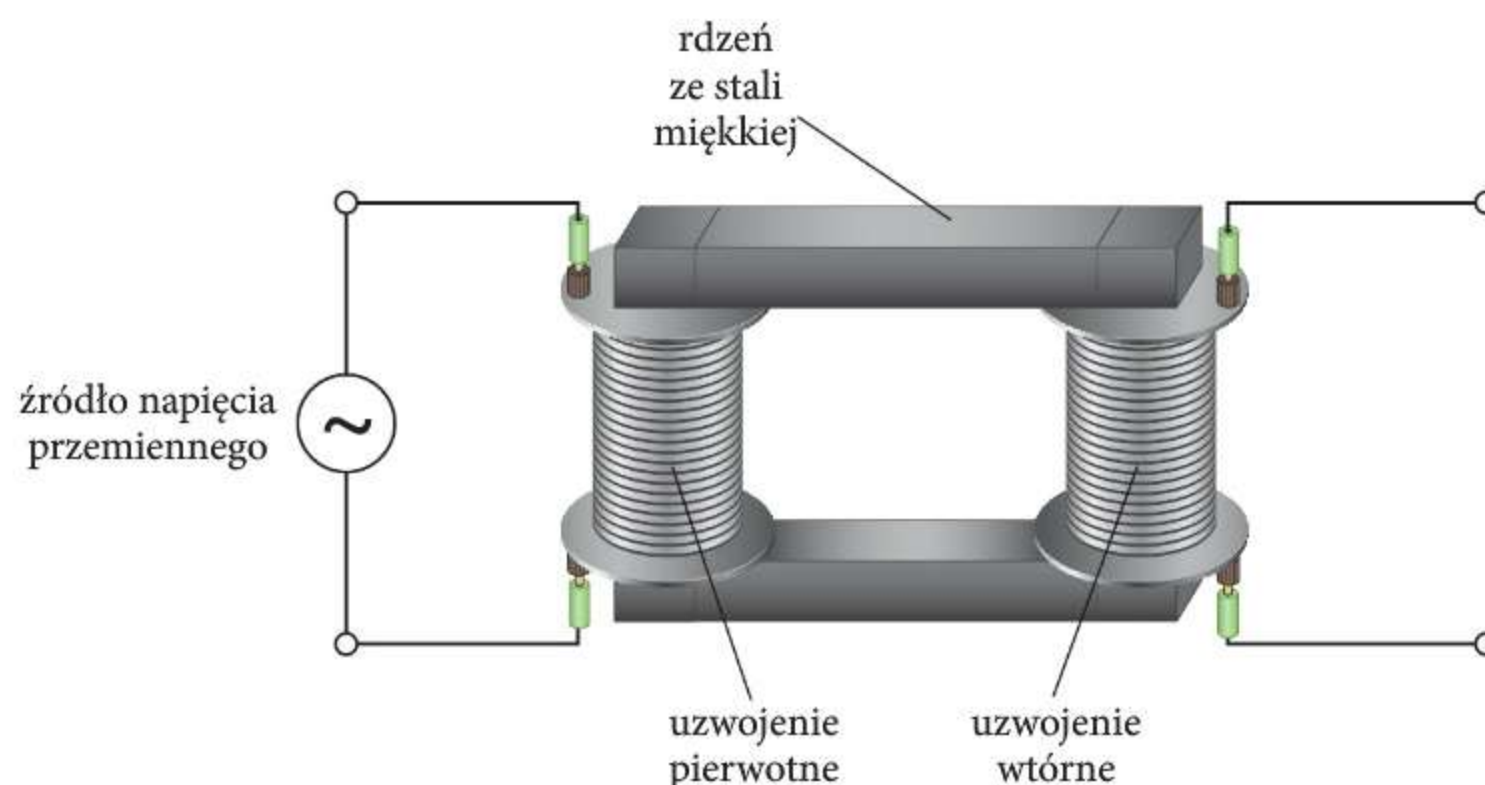
W takich obwodach:

- ▶ prąd przemienny wykonuje w czasie t pracę $W = U_s I_s t$ (lub $W = \frac{1}{2} U_0 I_0 t$, lub $W = \frac{1}{2} R I_0^2 t$);
- ▶ w odbiorniku o oporze R wydzielą się **moc średnia** (moc skuteczna lub czynna) $P_{\text{sr}} = U_s I_s$ (lub $P_{\text{sr}} = \frac{1}{2} U_0 I_0$, lub $P_{\text{sr}} = \frac{1}{2} R I_0^2$).



Transformator

Transformator jest urządzeniem, które umożliwia zmianę napięcia przemiennego z wyższego na niższe i odwrotnie. Podstawowe elementy transformatora przedstawiono na rysunku.



Przekładnią transformatora nazywamy iloraz $\frac{n_2}{n_1}$, gdzie n_2 i n_1 to liczby zwojów w uzwojeniu wtórnym i pierwotnym. Związek między napięciami skutecznymi na końcach uzwojeń a przekładnią transformatora ma postać $\frac{U_{s2}}{U_{s1}} = \frac{n_2}{n_1}$.

Transformator podwyższa napięcie, gdy $\frac{n_2}{n_1} > 1$, a obniża je, gdy $\frac{n_2}{n_1} < 1$.

Jeśli można pominąć straty energii, to moc w uzwojeniu pierwotnym jest równa mocy w uzwojeniu wtórnym, więc $\frac{U_{s2}}{U_{s1}} = \frac{I_{s1}}{I_{s2}}$.

Zastosowanie transformatora umożliwia przesyłanie energii elektrycznej na duże odległości liniami wysokiego napięcia. Przez przewody płynie wówczas prąd o niewielkim natężeniu, co zmniejsza straty energii elektrycznej na ciepło Joule'a $Q = I_s^2 R t$ (I_s jest natężeniem skutecznym prądu przepływającego przez przewody, R – oporem tych przewodów, a t – czasem przepływu).



Zastosowanie diody i tranzystora

Właściwości złącza n-p wykorzystuje się do tzw. prostowania prądu. **Półprzewodnikowa dioda prostownicza** włączona do obwodu prądu zmiennego praktycznie przepuszcza prąd tylko w jednym kierunku.

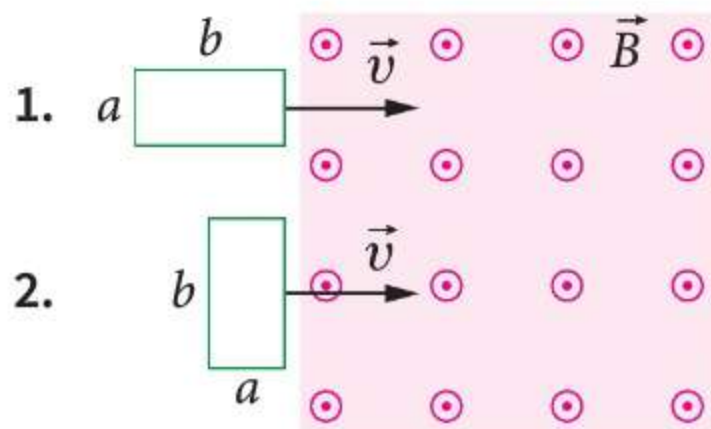
Dioda elektroluminescencyjna LED emituje światło pod wpływem przepływu prądu. Powstawanie światła (o różnych barwach) spowodowane jest rekombinacją – gdy elektrony zapełniają dziury, uwalnia się energia równa tej, która była potrzebna na wyzwolenie się elektronu z sieci. Energia ta jest wysyłana na zewnątrz w postaci światła.

Tranzystor stanowi podstawowy element **wzmacniaczy** – układów, w których słabe sygnały wejściowe (np. z mikrofonu) są przetwarzane na znacznie mocniejsze sygnały (np. w głośniku) o identycznym kształcie.

ZADANIA POWTÓRZENIOWE

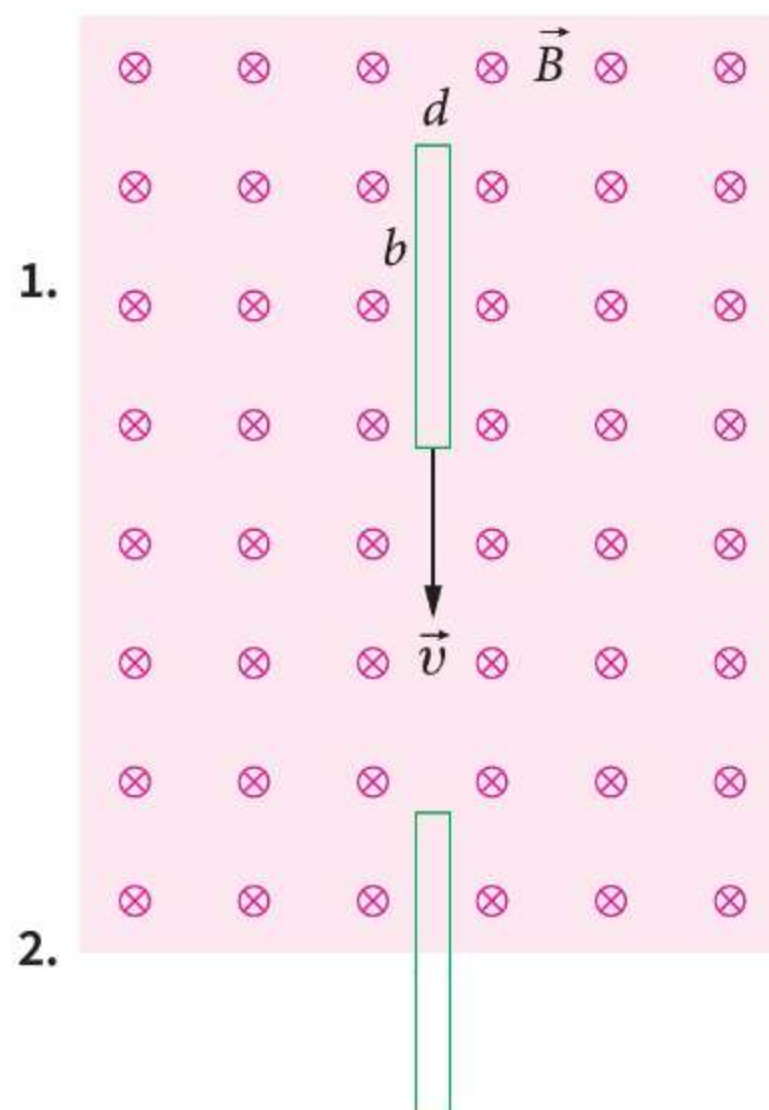


- Kwadratowa miedziana ramka o boku a poruszająca się ruchem jednostajnym z szybkością v przechodzi przez jednorodne pole o indukcji $\vec{B}$ i ostro zarysowanych granicach. Linie pola magnetycznego tworzą z płaszczyzną ramki kąt 90° .
 - Wyprowadź wzory przedstawiające zależność od czasu strumienia magnetycznego Φ obejmowanego przez ramkę podczas jej wchodzenia do pola i podczas wyjścia z niego.
 - Przyjmij następujące dane liczbowe: $a = 5 \text{ cm}$, $v = 0,1 \text{ m/s}$, $B = 0,1 \text{ T}$, szerokość obszaru pola magnetycznego $d = 20 \text{ cm}$, opór ramki $R = 0,2 \Omega$ i narysuj wykresy zależności od czasu:
 - strumienia magnetycznego $\Phi(t)$,
 - SEM indukcji wzbudzonej w ramce $\mathcal{E}(t)$,
 - natężenia prądu przepływającego przez ramkę $I(t)$.
- Dwie identyczne prostokątne ramki z przewodnika wsuwano z taką samą, stałą szybkością do jednorodnego pola magnetycznego, tak jak na rysunku.



Odpowiedz na poniższe pytania i uzasadnij odpowiedzi.

- Czy bezwzględne wartości SEM indukcji wzbudzonych w tych ramkach będą jednakowe?
 - Czy podczas wsuwania przez każdą z ramek przepłynie taki sam ładunek?
 - Czy wartość liczbową tego ładunku zależy od szybkości wsuwania ramki?
- Przewodząca, lekka ramka o bokach b i d ($b \gg d$), masie m i oporze R spada pionowo w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $\vec{B}$. Linie pola są prostopadłe do powierzchni ramki. Sytuacja została przedstawiona na rysunku.



3.1. Oceń prawdziwość poniższych zdań. Wskaż P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

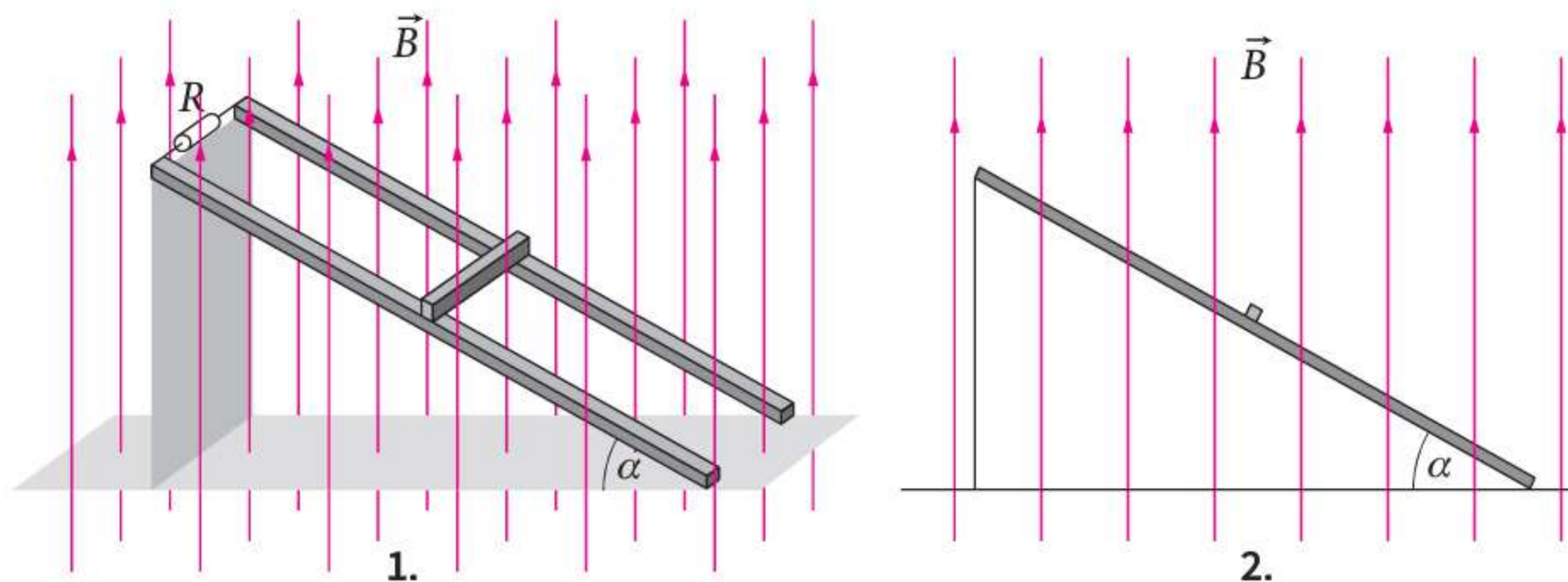
1.	Dopóki cała ramka znajduje się w polu magnetycznym (rys. 1), jej ruch jest jednostajnie przyspieszony.	P	F
2.	W ramce spadającej ze stałym przyspieszeniem nie płynie prąd indukcyjny.	P	F
3.	Gdy ramka wysuwa się z pola magnetycznego (rys. 2), płynie w niej prąd w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara.	P	F
4.	Gdy ramka zacznie wysuwać się z pola, jej ruch będzie ruchem nie-jednostajnie przyspieszonym z rosnącym przyspieszeniem.	P	F

3.2. Wyprowadź wzór na wartość maksymalnej prędkości uzyskanej przez odpowiednio długą ramkę podczas wysuwania się z pola magnetycznego.

3.3. Naskicuj wykres zależności $v(t)$ dla ramki podczas jej ruchu.

4. W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $\vec{B}$ ustawiono równię pochyłą utworzoną z dwóch metalowych szyn nachylonych do poziomu pod kątem α (rys. 1). Na szynach położono metalowy pręt o masie m i długości l tak, że jego końce stykają się z szynami połączonymi z opornikiem o oporze R (znacznie większym od oporu pręta, szyn i przewodów łączących je z opornikiem).

Tarcie między szynami i prętem jest pomijalnie małe.



4.1. Wyjaśnij, dlaczego w obwodzie złożonym z szyn, pręta i opornika popłynął prąd podczas zsuwania się pręta z równi. Wyznacz kierunek prądu w obwodzie.

4.2. Nazwij siły działające na pręt i odpowiedz na poniższe pytania.

- Które z sił działających na pręt mają stałą, a które zmienną wartość?
- Jak wartość siły elektrodynamicznej zależy od szybkości pręta?

4.3. Przerysuj do zeszytu rysunek 2. Narysuj siły działające na pręt poruszający się z maksymalną szybkością

4.4. Wyraż wzorem zależność natężenia prądu w obwodzie od szybkości pręta i naskicuj wykres tej zależności.

4.5. Oblicz:

- maksymalną szybkość, z którą pręt może się zsuwać z równi;
- maksymalne natężenie prądu ($I_{\max}$) w rozważanym obwodzie.

5. Przez zwojnicę o współczynniku samoindukcji $L = 0,2 \text{ H}$ płynął prąd stały o natężeniu $I = 4 \text{ A}$ przez 10 s . Następnie natężenie prądu malało o $0,2 \text{ A/s}$ przez 4 s , przez kolejne 4 s nie zmieniał się, a przez kolejne 2 s wzrastało liniowo do natężenia początkowego.

5.1. Narysuj wykres zależności $I(t)$ w przedziale czasu $\langle 0 \text{ s}, 20 \text{ s} \rangle$.

5.2. Wskaż poprawne dokończenie zdania.

SEM samoindukcji wzbudzone w tej zwojnicy podczas zmniejszania ($\mathcal{E}_1$) i zwiększania ($\mathcal{E}_2$) natężenia prądu są równe:

A. $\mathcal{E}_1 = 0,04 \text{ V}$; $\mathcal{E}_2 = -0,04 \text{ V}$

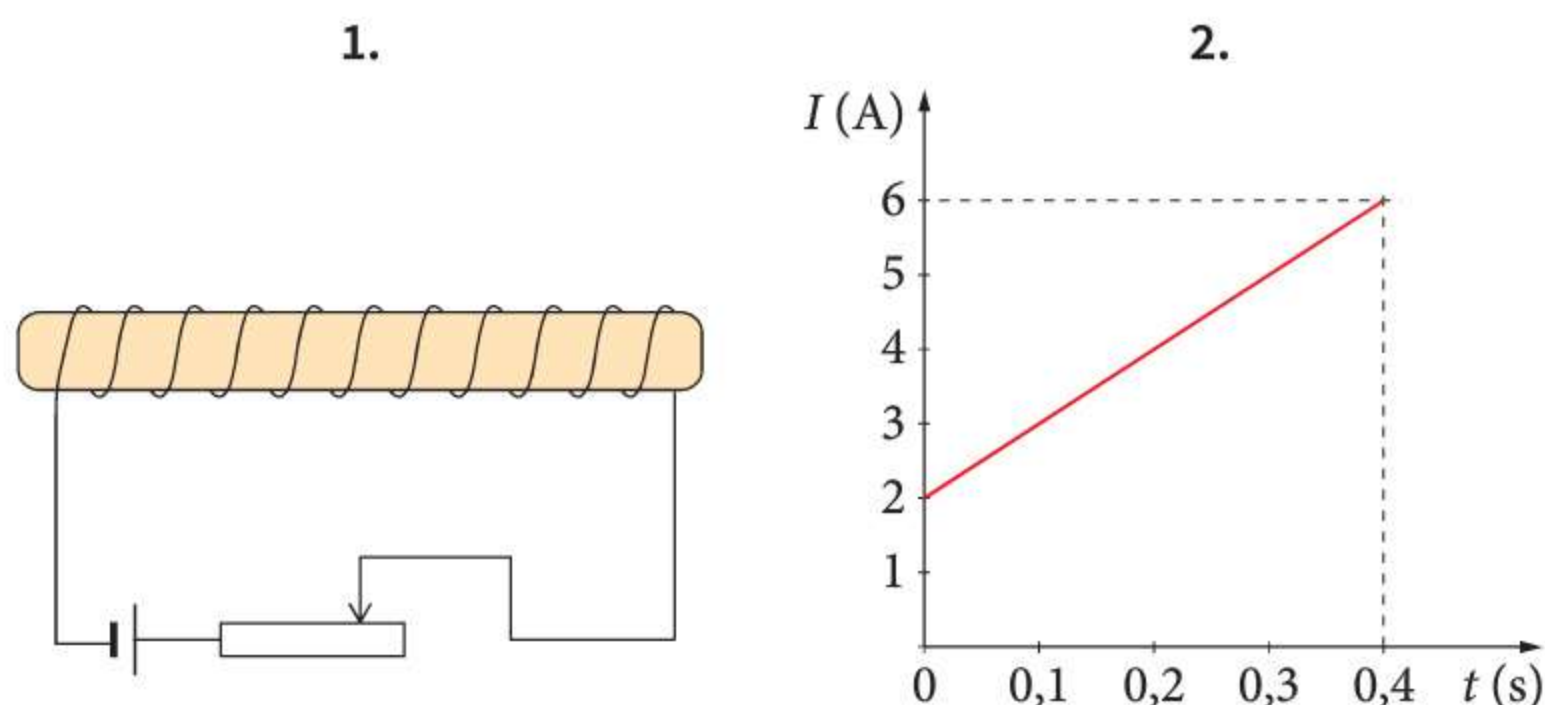
B. $\mathcal{E}_1 = 0,08 \text{ V}$; $\mathcal{E}_2 = -0,16 \text{ V}$

C. $\mathcal{E}_1 = 0,04 \text{ V}$; $\mathcal{E}_2 = -0,08 \text{ V}$

D. $\mathcal{E}_1 = -0,04 \text{ V}$; $\mathcal{E}_2 = 0,08 \text{ V}$

5.3. Narysuj wykres zależności $\mathcal{E}(t)$ w przedziale czasu $\langle 0 \text{ s}, 20 \text{ s} \rangle$.

6. W obwodzie przedstawionym na rysunku 1 natężenie prądu zmieniało się podczas przesuwania suwaka opornicy tak, jak pokazuje wykres na rysunku 2.



Zwojnica ma $n = 200$ zwojów, długość $l = 20 \text{ cm}$, średnicę $2r = 3 \text{ cm}$, a względna przenikalność magnetyczna rdzenia $\mu_r = 1000$.

6.1. Oblicz indukcyjność L zwojnicy.

6.2. Oblicz SEM samoindukcji wzbudzoną w zwojnicy.

6.3. Narysuj wykres zależności $\mathcal{E}(t)$.

6.4. Odpowiedz na poniższe pytania i uzasadnij odpowiedzi.

- W którą stronę przesuwano suwak opornicy (rys. 1)?
- Czy szybkość przesuwania suwaka opornicy ma wpływ na liczbową wartość SEM samoindukcji?
- Czy w rozważanym przypadku całkowita SEM była równa różnicy bezwzględnych wartości SEM źródła i SEM samoindukcji?

7. W modelu prądnicy ramka złożona z $n = 200$ miedzianych zwojów o polu powierzchni $S = 20 \text{ cm}^2$ wiruje w jednorodnym polu magnetycznym z szybkością kątową $\omega = 15 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Wartość indukcji pola $B = 0,04 \text{ T}$. Do zacisków prądnicy podłączono odbiornik o oporze $R = 5 \Omega$. Opór ramki pomijamy. Oblicz:

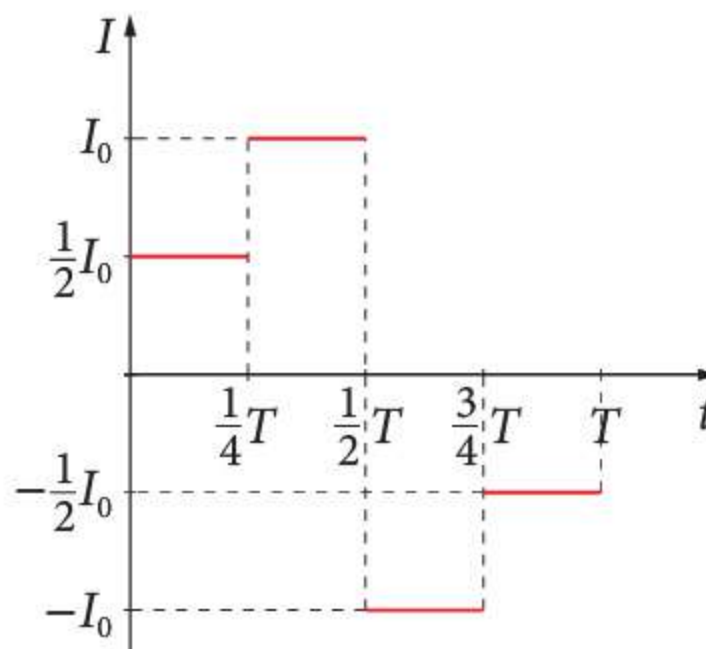
- maksymalną SEM indukującą się na zaciskach prądnicy,
- moc skuteczną wydzieloną na oporniku.

8. W czajniku elektrycznym włączonym do sieci miejskiej, w której amplituda napięcia $U_0 = 322 \text{ V}$, zagotowano $1,2 \text{ kg}$ wody o temperaturze początkowej $t_1 = 20^\circ\text{C}$ i ciepłe właściwym $c = 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ w czasie $\tau = 4 \text{ min}$. Straty energii wynosiły $k = 10\%$.

Wskaż poprawne dokończenie zdania.

Opór grzałki czajnika jest w przybliżeniu równy

- A. 56Ω B. 39Ω C. 31Ω D. 28Ω
9. Na wykresie przedstawiono zależność od czasu chwilowego natężenia prądu w obwodzie. **Oblicz natężenie skuteczne tego prądu zmiennego.**



10. Elektrownia dostarczająca energię elektryczną jest zlokalizowana w odległości $l = 50 \text{ km}$ od niewielkiego miasteczka. Z generatorem elektrowni wytwarzającym napięcie skuteczne $U_{s1} = 230 \text{ V}$ połączone jest pierwotne uzwojenie transformatora podwyższającego napięcie tak, że w linii przesyłowej płynie prąd o natężeniu $I_s = 200 \text{ A}$. Opór 1 km przewodów doprowadzających wynosi $r = 0,22 \Omega$. **Oblicz:**
- moc traconą na linii wysokiego napięcia;
 - moc wysyłaną z elektrowni przy założeniu, że straty mocy wynoszą 10% ;
 - napięcie skuteczne, pod jakim prąd jest wysyłany z elektrowni;
 - przekładnię p transformatora podwyższającego napięcie w elektrowni;
 - napięcie między (oddalonymi od siebie o $d = 3 \text{ cm}$) nóżkami ptaka siedzącego na drucie linii wysokiego napięcia oraz opór jego ciała przy założeniu, że natężenie skuteczne prądu przepływającego przez ciało ptaka $I_{sp} = 1 \text{ mA}$.



OPTYKA GEOMETRYCZNA

- Prawa odbicia i załamania światła
- Całkowite wewnętrzne odbicie
- Zastosowanie prawa odbicia (z zwierciadła)
- Zastosowanie prawa załamania (pryzmat i soczewki)
- Rozszczepienie światła
- Lupa i oko





28. Zjawisko odbicia i załamania światła

- Światło a optyka geometryczna
- Prostoliniowe rozchodzenie się światła
- Prawo odbicia światła od granicy dwóch ośrodków
- Prawo załamania przy przejściu przez granicę ośrodków
- Miraże

Przypomnij sobie wiadomości o falach elektromagnetycznych oraz co to jest długość i częstotliwość fali.

Światło jako fala elektromagnetyczna

W klasie ósmej była mowa o właściwościach oraz podziale fal elektromagnetycznych. Światło jest falą elektromagnetyczną o zakresie długości w przybliżeniu od 400 nm do 800 nm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) i odpowiadających tym długościom częstotliwościach w przybliżeniu od $7,50 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ do $3,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Nazywamy je światłem widzialnym, bo nasz zmysł wzroku na nie reaguje.

Światło o różnych, bardzo wąskich zakresach częstotliwości z obszaru widzialnego oko odbiera jako światło o różnych barwach. Fale o najmniejszej częstotliwości, czyli najdłuższe fale widzialne, to światło czerwone. Falom o większych częstotliwościach odpowiadają kolejno barwy: pomarańczowa, żółta, zielona, niebieska i fioletowa. Promieniowanie o częstotliwości nieco mniejszej od światła widzialnego nazywamy podczerwonym, a o częstotliwości nieco większej – nadfioletowym.

Obiekty, z którymi stykamy się na co dzień, mają rozmiary rzędu metrów, a długości fal światła widzialnego są rzędu 10^{-6} m . W fizyce wyrażamy ten fakt słowami: zakres długości fal światła widzialnego jest o sześć rzędów wielkości mniejszy od rozmiarów obiektów widocznych gołym okiem. Wobec tego wszelkie osłony, przegrody i szczeliny znajdujące się na drodze światła mają zwykle rozmiary o wiele większe od długości fali świetlnej, co powoduje, że nie obserwujemy na co dzień zjawiska dyfrakcji, czyli ugięcia (o którym dowiesz się w rozdziale 39).



Rys. 28.1 Wskutek prostoliniowego rozchodzenia się światła powstaje cień

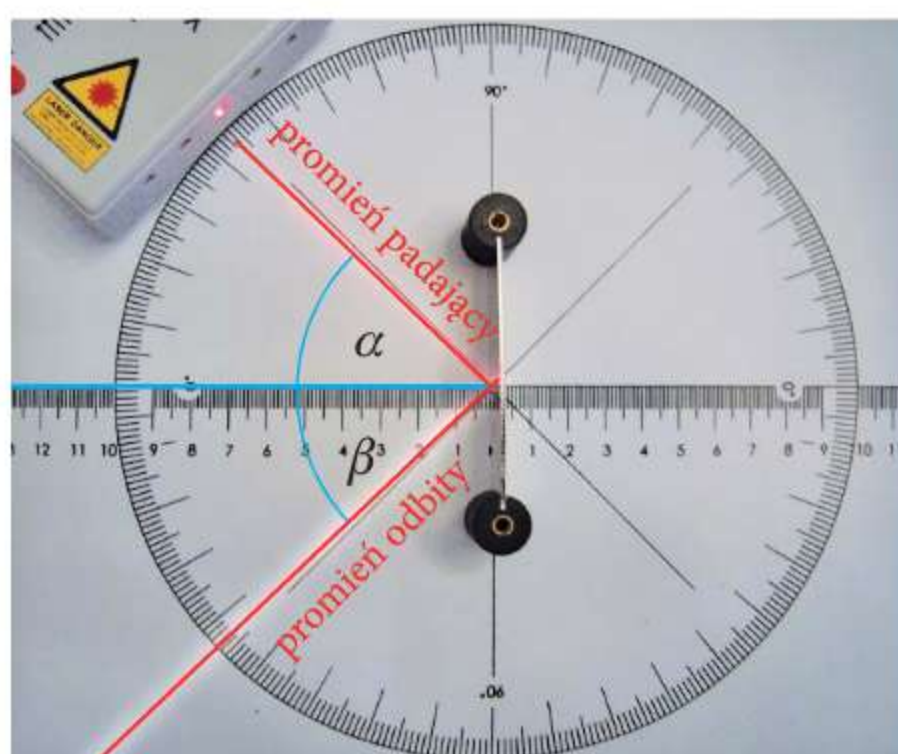
Dobrym przybliżeniem opisu rozchodzenia się fal świetlnych jest tzw. **optyka geometryczna**, w której wykorzystujemy prostoliniowe rozchodzenie się światła w ośrodku niezawierającym przeszkód, a przegrody rzucają cień wyraźnie oddzielony od obszaru oświetlonego (rys. 28.1). Jest to szczególnie dobrze widoczne dla źródła światła o małych rozmiarach, zwanego źródłem punktowym.

Źródło światła to np. rozżarzone włókno żarówki, płomień świecy albo palnika, dioda LED lub gaz w świetlówce. Dowolny przedmiot odbijający padające na niego światło, np. słoneczne, staje się źródłem wtórnym. Fale świetlne mogą więc być wysyłane przez źródła światła albo odbijane od powierzchni przedmiotów, które stają się przez to wtórnymi źródłami światła.

Odbicie i rozproszenie światła

Najprostsze prawo optyki geometrycznej to prawo odbicia światła od płaskiej, wypolerowanej granicy dwóch ośrodków. Rozważmy sytuację, gdy na granicę dwóch ośrodków (powietrze–szkło) pada wąska wiązka światła (promień świetlny). Kąt między kierunkiem promienia padającego a tzw. normalną, czyli prostą prostopadłą do granicy ośrodków, nazywamy **kątem padania** (α), a kąt między kierunkiem promienia odbitego i normalną – **kątem odbicia** (β). Prawo odbicia, które mówi, jaki jest kierunek promienia odbitego, można bardzo łatwo odkryć doświadczalnie poprzez zmierzenie odpowiednich kątów.

Na lekcjach fizyki do doświadczeń z optyki używamy tzw. tarczy Kolbego i specjalnej lampki z przesłoną (rys. 28.2). Gdy wykonujemy doświadczenie w domu, możemy posłużyć się latarką z naklejonym na jej szkiełko nieprzezroczystym papierem, w którym wycinamy niewielki otworek.



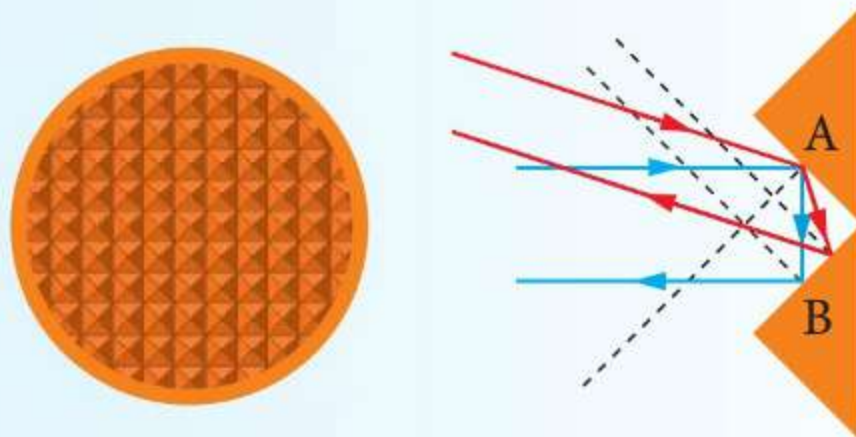
Rys. 28.2 Odbicie promienia świetlnego od wypolerowanej powierzchni

Prawo odbicia formułujemy następująco:

Kąt odbicia jest równy kątowi padania, a promień padający, promień odbity i normalna do powierzchni odbijającej leżą w jednej płaszczyźnie.

Przykład 28.1**Szkiełko odblaskowe**

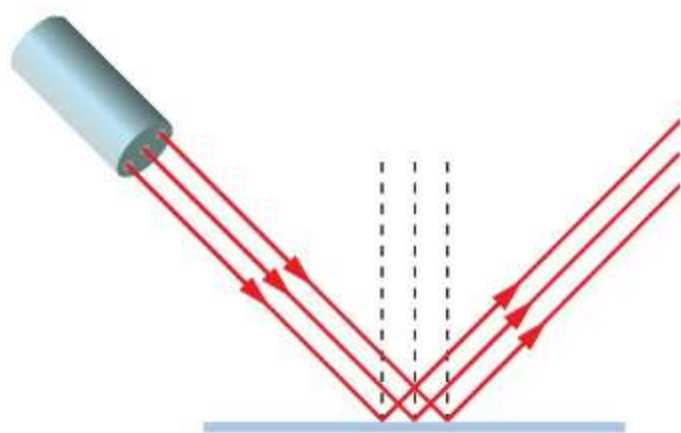
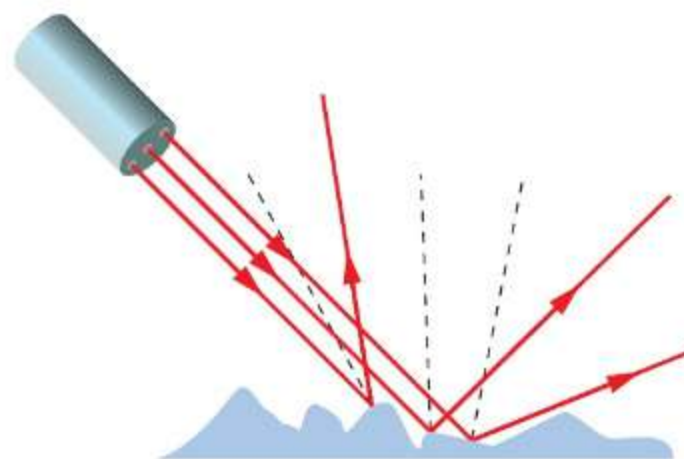
Prawo odbicia wykorzystujemy powszechnie w tzw. światłach (szkiełkach) odblaskowych (rys. 28.3).

**Rys. 28.3**

Aby promień odbity od gładkich ścian A i B wracał w stronę źródła światła, kąt między ścianami musi być kątem prostym.

Przyjrzyj się z bliska, jak jest zbudowane szkiełko odblaskowe.

Kiedy mówimy o odbiciu, zakładamy, że granica ośrodków jest naprawdę płaska, czyli gładka (rys. 28.4), gdyż od powierzchni niespełniającej tego warunku światło odbijałoby się w różnych kierunkach, czyli ulegałoby rozproszeniu (rys. 28.5).

**Rys. 28.4** Odbicie od gładkiej powierzchni**Rys. 28.5** Rozproszenie na powierzchni chropowatej

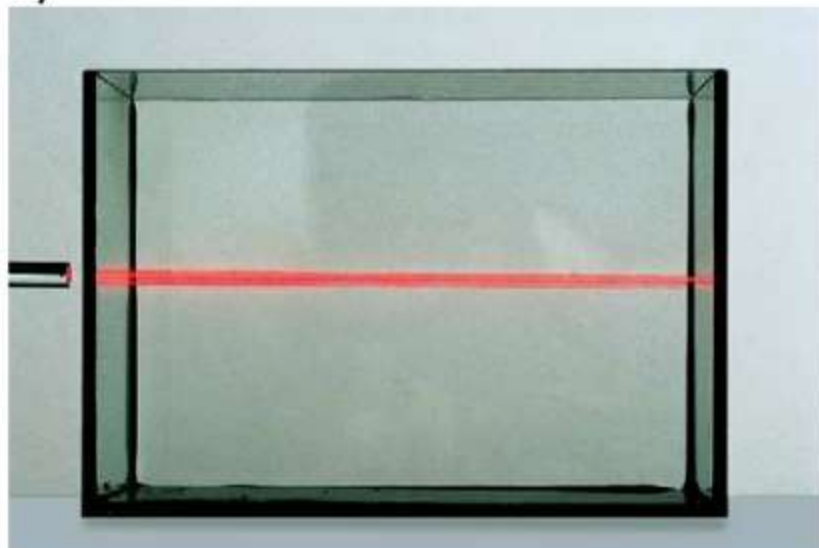
Dzięki rozpraszaniu światła widzimy obiekty, które same nie są źródłami światła (np. Księżyc, planety i większość spotykanych na co dzień przedmiotów). Jeśli zostaną one oświetlone, to część rozproszonych przez nie promieni świetlnych dotrze do naszych oczu, co umożliwi nam zobaczenie tych ciał. Zjawisko spowodowane rozproszeniem światła w ośrodku niejednorodnym można zaobserwować, gdy promienie świetlne rozchodzą się w zakurzonej sali lub są wysyłane przez reflektory samochodowe podczas mgły, a także podczas koncertu na zadymionej scenie (rys. 28.6).



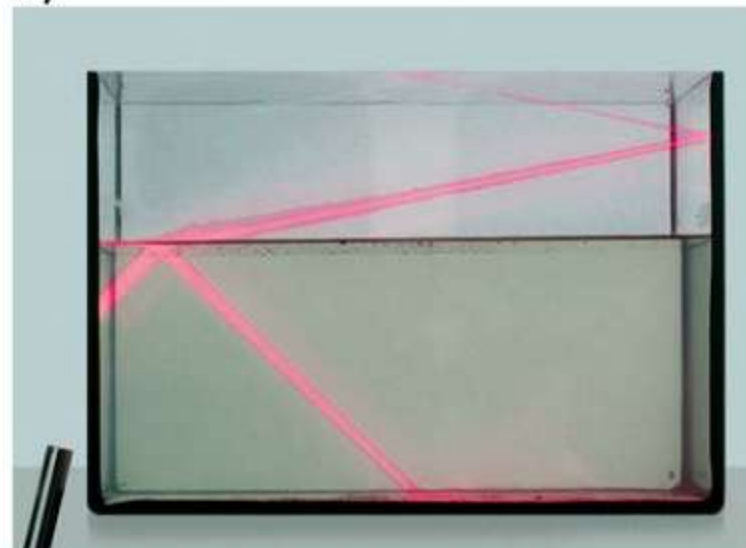
Doświadczenie 28.1**Demonstracja rozpraszania światła w ośrodku**

Na boczną ścianę akwariium wypełnionego zadymionym powietrzem kierujemy wąską wiązkę światła, wysyłaną przez latarkę kieszonkową z nałożoną osłoną z otworem lub szczeliną albo przez wskaźnik laserowy (rys. 28.7a). Wiązka świetlna wychodzi przez przeciwległą ściankę akwariium, a do oczu obserwatora dociera światło rozproszone we wszystkich kierunkach na cząsteczkach dymu lub pyłu.

a)



b)

**Rys. 28.7**

Jeśli do akwariium nalejemy wody z dodatkiem niewielkiej ilości mleka i skierujemy na jego boczną ścianę promień pod kątem padania większym od 60° , to wskutek rozproszenia światła możemy zaobserwować załamanie promienia na ścianie bocznej, a następnie jego odbicie i załamanie na poziomej powierzchni wody (rys. 28.7b).

Rozpraszanie światła obserwowane w tym doświadczeniu nazywane jest **zjawiskiem Tyndalla** (na cześć irlandzkiego fizyka, Johna Tyndalla).

WIEDZIEĆ WIĘCEJ**Rozproszenie światła w atmosferze**

Rozproszenie światła w ośrodku jest procesem dość skomplikowanym. W atmosferze światło zostaje najpierw pochłonięte przez cząsteczki tlenu i azotu, a następnie jest przez nie wypromieniowywane; innymi słowy, światło rozproszone stanowi promieniowanie wtórne. Pod działaniem zmiennego pola elektrycznego elektromagnetycznej fali świetlnej elektrony w atomach przesuwają się w stosunku do jąder – pojawiają się wyindukowane dipole elektryczne. Każdy dipol wykonuje drgania wymuszone, których częstotliwość jest równa częstotliwości padającej fali świetlnej. Z kolei drgający dipol wypromieniowuje falę wtórną, bo cząstki naładowane poruszające się z przyspieszeniem zawsze tracą energię na promieniowanie elektromagnetyczne.

Według prawa Rayleigha natężenie rozproszonych fal wtórnych jest wprost proporcjonalne do czwartej potęgi częstotliwości, czyli odwrotnie proporcjonalne do czwartej potęgi długości fali.

$$I_{\text{rozpr}} \sim \nu^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}$$

Wobec tego natężenie rozproszonego światła fioletowego powinno być około 16 razy większe od natężenia światła czerwonego. Jednak ze względu na mniejsze natężenie fioletu

w widmie słonecznym oraz znacznie mniejszą wrażliwość oka na tę barwę światło rozproszone widzimy jako wyraźnie niebieskie. Tak tłumaczymy niebieski kolor nieba.

Prawo Rayleigha jest spełnione dla rozpraszających cząsteczek mniejszych od długości fali padającego światła. W przypadku, gdy cząsteczki rozpraszającego środowiska są większe, tak jak np. kropelki wody w skondensowanej parze wodnej stanowiącej chmury, w świetle rozproszonym pojawiają się fale o większej długości, czyli pojawia się w nim nieco mniej światła niebieskiego, a więcej czerwonego i zbliżonego do czerwieni. Natężenie rozproszonego światła praktycznie przestaje zależeć od długości fali, więc chmury są białe.



Rys. 28.8 Pogodne niebo (a). Wschód Księżyca (b)

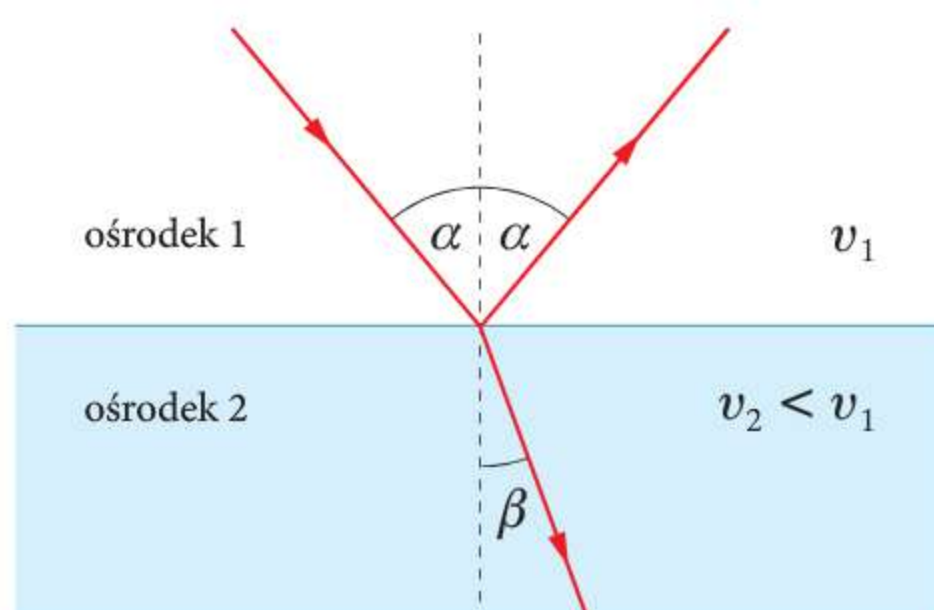
Światło zachodzącego (lub wschodzącego) Słońca czy Księżyca dociera do nas wprost przez grubą warstwę atmosfery. Fale o mniejszych długościach ulegają po drodze rozproszeniu we wszystkich kierunkach, a do obserwatora dochodzi tylko część długofalowa – widzimy pomarańczowoczerwoną tarczę. Na Księżycu, który nie ma atmosfery, niebo jest całkowicie czarne; na jego tle widać Słońce i gwiazdy.

Światło rozprasza się w każdym ośrodku zawierającym niejednorodności optyczne (centra rozpraszające). W cieczech i gazach niejednorodności powstają także wskutek fluktuacji gęstości. Dlatego w tych środowiskach możemy obserwować rozproszenie także wtedy, gdy są one zupełnie wolne od zawieszin. Teorię rozproszenia wywołanego przez fluktuacje stworzyli na początku XX wieku Albert Einstein i polski fizyk Marian Smoluchowski.

Załamanie światła

Jeśli ośrodek 2 (rys. 28.9) jest przezroczysty dla światła, promień padający rozdziela się na promień odbity i promień, który rozchodzi się w ośrodku 2.

Kierunek promienia w ośrodku 2 jest inny niż promienia padającego (z wyjątkiem sytuacji, gdy promień pada pod kątem równym 0° , czyli prostopadle do granicy ośrodków, lub gdy $v_1 = v_2$). Zjawisko to nazywamy załamaniem światła. Kąt, jaki tworzy kierunek promienia załamanego z normalną, nazywamy **kątem załamania** (β).



Rys. 28.9 Promień padający rozdziela się na dwa promienie: odbity i załamany

Kąt załamania wiąże z kątem padania **prawo załamania**, zwane także prawem Snella (albo Snelliusa) od nazwiska holenderskiego fizyka, który je odkrył w 1621 roku. Obecnie prawo to formułujemy następująco:

Stosunek sinusa kąta padania do sinusa kąta załamania jest dla dwóch danych ośrodków wielkością stałą, równą stosunkowi szybkości światła w tych ośrodkach i zwaną względnym współczynnikiem załamania ośrodka 2 względem 1:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{2/1} \quad (28.1)$$

Promienie padający, odbity i załamany oraz normalna padania leżą w jednej płaszczyźnie.

Symbol $n_{2/1}$ odczytujemy następująco: współczynnik załamania ośrodka 2 względem 1 lub współczynnik załamania w ośrodku 2 względem ośrodka 1.

Współczynnik załamania światła na granicy dowolnego ośrodka i **próżni** nazywamy **współczynnikiem załamania tego ośrodka** (lub **bezwzględnym współczynnikiem załamania światła**) i oznaczamy jako n . Jest on związany z szybkością światła w tym ośrodku wzorem:

$$n = \frac{c}{v} \quad (28.2)$$

Ze wzoru (28.2) wynika, że:

- współczynnik załamania próżni jest równy 1 (w przybliżeniu taką wartość przyjmujemy również dla powietrza),
- ośrodki, w których światło rozchodzi się z małą szybkością, mają duży współczynnik załamania.

Zastosujmy ten wzór dla ośrodków 1 i 2, z których żaden nie jest próżnią:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \quad \text{skąd} \quad v_1 = \frac{c}{n_1}$$

oraz
$$n_2 = \frac{c}{v_2} \quad \text{skąd} \quad v_2 = \frac{c}{n_2}$$

a zatem:

$$n_{2/1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Względny współczynnik załamania ośrodka 2 względem ośrodka 1 jest równy stosunkowi (bezwzględnych) współczynników załamania tych dwóch ośrodków.

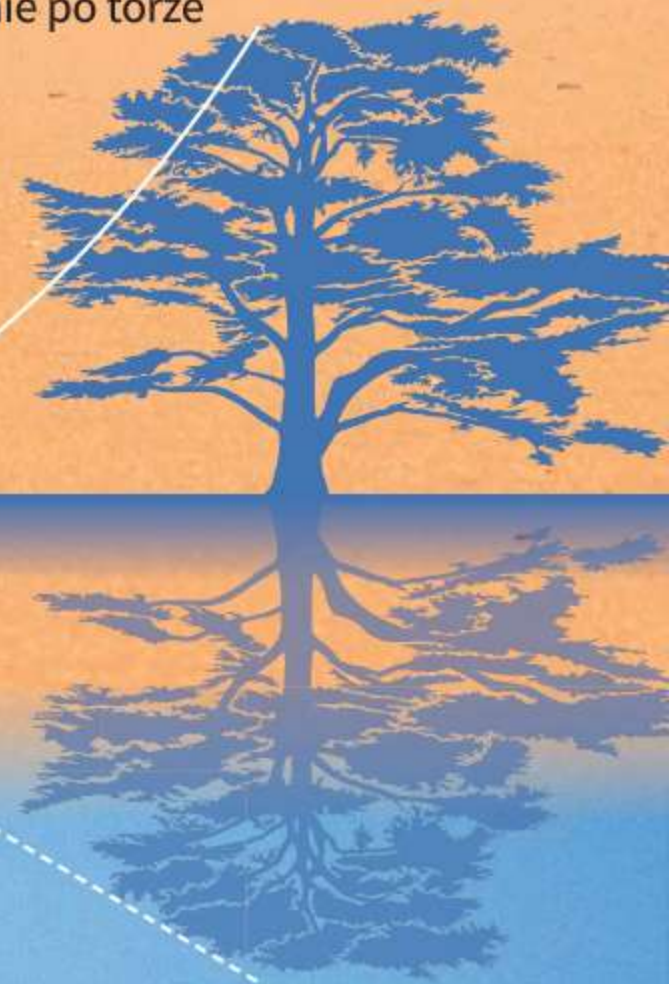
Miraże

Fatamorgana (inaczej miraż) powstaje, gdy nad odpowiednio dużym, względnie płaskim obszarem temperatura powietrza, a więc także współczynnik załamania światła, zmienia się wraz z wysokością.



MIRAŻ DOLNY

Jednym z mirażów najłatwiejszych do zaobserwowania jest odbicie nieba w powietrzu nad rozgrzaną asfaltową drogą. Szczególnie łatwo może dostrzec to pasażer samochodu dojeżdżającego do wzniesienia. Szybkość światła biegnącego ku rozgrzanej powierzchni jest w kolejnych warstwach powietrza coraz większa (a współczynnik załamania n coraz mniejszy), więc promień światła załamuje się pod większym kątem, niż pada. To powoduje, że promień światła biegnie po torze zakrzywionym, zaginającym ku górze.



MIRAŻ GÓRNY

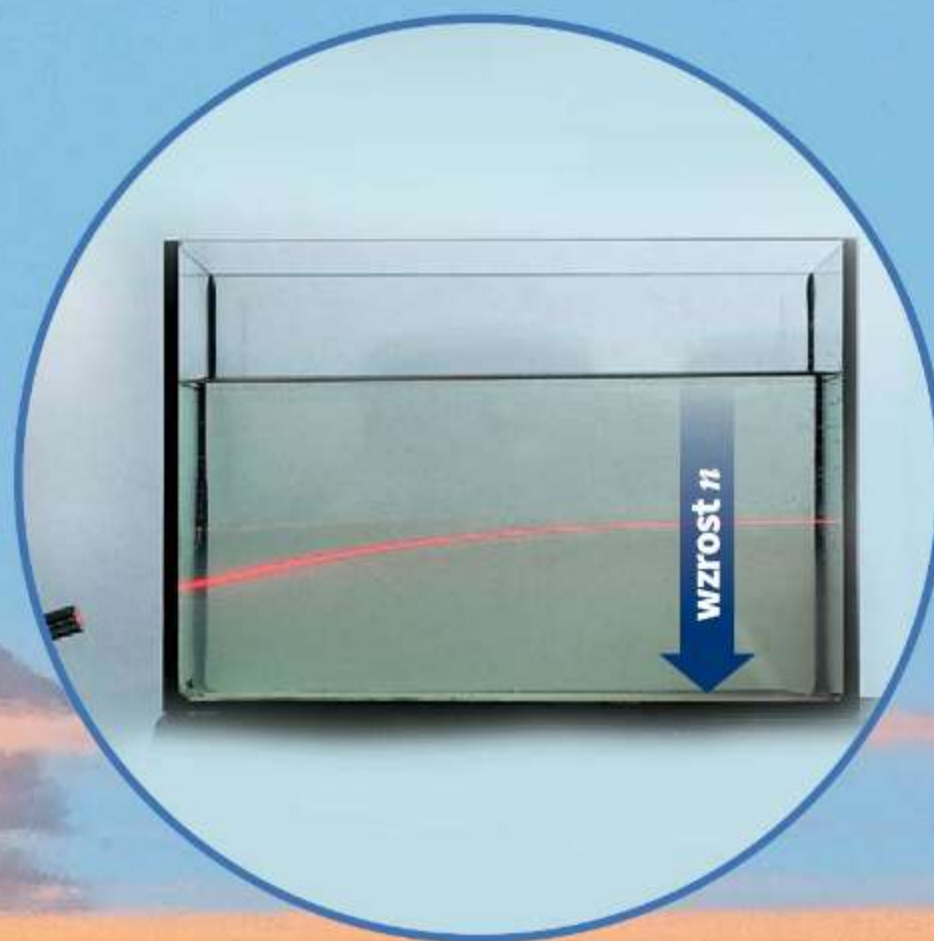
Ponieważ na ogół temperatura powietrza spada wraz z wysokością, rzadko występują warunki sprzyjające obserwacji mirażu górnego. Powstaje on wówczas, gdy występuje tzw. inwersja temperatury, czyli gdy utworzy się warstwa, w której temperatura powietrza rośnie wraz z wysokością. Podobnie jak w mirażu dolnym, promień światła załamuje się w kierunku chłodniejszej warstwy, która tym razem jest poniżej warstwy cieplejszej. W mirażu górnym pasma rzeczywistego obiektu widać między pasmami jego odbicia (odwróconego w pionie).



ZAKRZYWIONY PROMIEŃ ŚWIATŁA

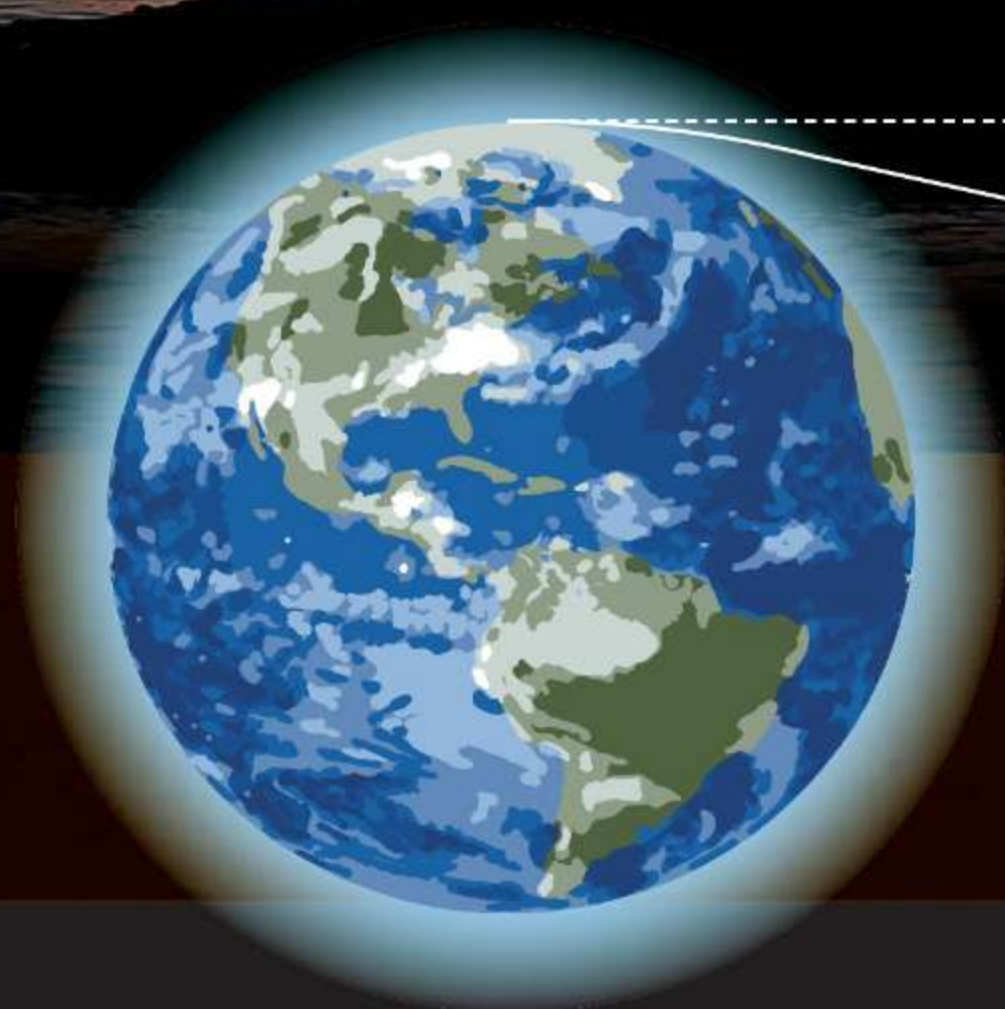
W ośrodku, w którym współczynnik załamania n zmienia się w sposób ciągły, światło rozchodzi się po linii krzywej.

Można to zaobserwować w prostym doświadczeniu, przedstawionym na fotografii. Zasolenie wody w akwarium zmienia się tak, że im wyżej, tym ciecz ma mniejszą gęstość. Światło biegnące ku górze w kolejnych warstwach wody stopniowo przyspiesza i załamuje się, a jego tor ulega zakrzywieniu.



REFRAKCJA ASTRONOMICZNA

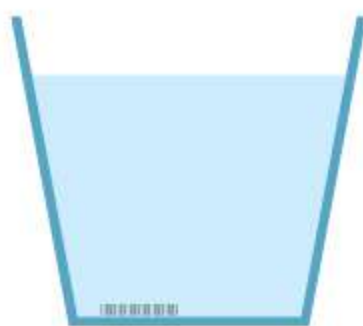
Jeśli dzień jest spokojny i warstwy powietrza o różnej temperaturze się nie mieszają, światło rozchodzące się niemal równoległe do tych warstw ulega stopniowemu załamaniu. Załamanie światła pochodzącego od obiektów spoza atmosfery ziemskiej nazywamy refrakcją astronomiczną. To dlatego mamy nieco dłuższy dzień – widzimy już całą tarczę wschodzącego Słońca, a gdyby nie było atmosfery, Słońce dopiero zaczynałoby wschodzić.



Miraż powoduje pionowe deformacje obserwowanych obiektów – powiększanie, zmniejszanie, a nawet odwrócenie i zwielokrotnienie obrazu, lecz nie wpływa znacząco na rozmiar poziomy. Dlatego czasem Słońce tuż nad horyzontem widzimy jako wyraźnie spłaszczone. Przy szczególnie korzystnych warunkach fatamorgana pozwala dostrzec bardzo odległe obiekty, które w typowych warunkach kryją się za horyzontem.

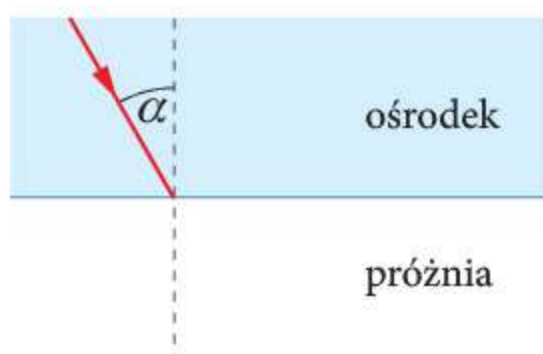
ZADANIA

1. Wykaż, że promień padający na szkło odbłaskowe pod dowolnym kątem (rys. 28.3) po odbiciu jest równoległy do promienia padającego.
2. Połóż na dnie nieprzezroczystego kubka monetę i ustaw go w takiej odległości, aby widoczna była jego wewnętrzna boczna ścianka, ale niewidoczne było dno. Następnie, nie zmieniając swego położenia względem kubka, napełniaj go powoli wodą, przygotowaną uprzednio w drugim kubku (rys. 28.10).



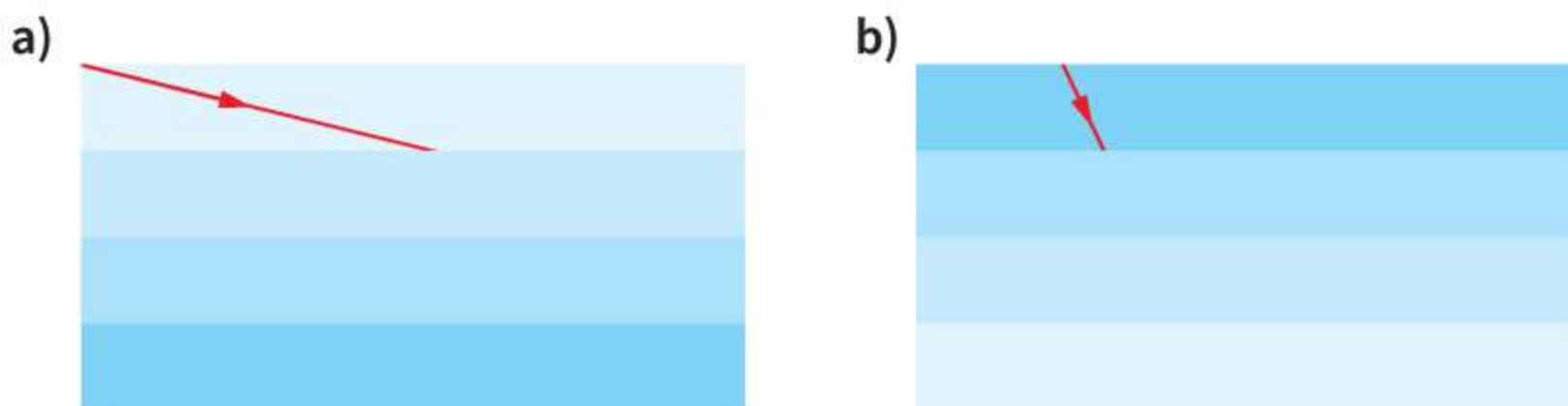
Rys. 28.10

- a) Wyjaśnij, dlaczego podczas napełniania kubka wodą w pewnej chwili monetę leżącą na dnie zobaczysz w innym miejscu.
 - b) Zilustruj wyjaśnienie sporządzonym w zeszycie rysunkiem kilku promieni rozproszonych na monecie i załamanych podczas wychodzenia z wody do powietrza.
3. Promień świetlny pada od strony ośrodka (w którym szybkość światła jest równa $2 \cdot 10^8$ m/s) na granicę z próżnią pod kątem $\alpha = 30^\circ$ (rys. 28.11). Przerysuj rysunek do zeszytu i uzupełnij dalszy bieg promienia.

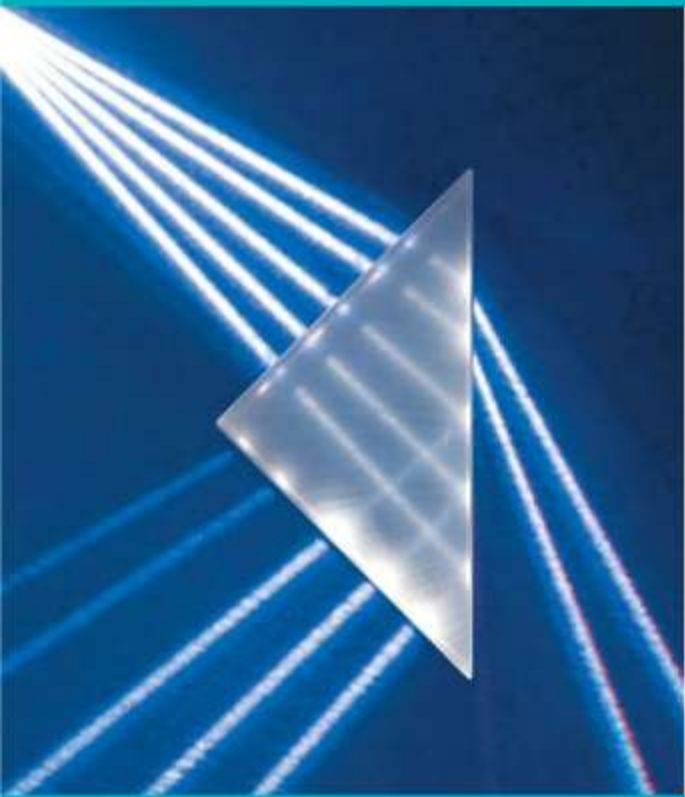


Rys. 28.11

4. Astronauta chodzący po Księżycu widzi równocześnie Słońce i inne gwiazdy. Wyjaśnij, dlaczego ludzie na Ziemi nie widzą gwiazd w dzień.
5. Narysuj w zeszycie możliwy bieg promienia świetlnego w przypadku, gdy niżej położone warstwy (rys. 28.12) mają:
 - a) coraz większy współczynnik załamania,
 - b) coraz mniejszy współczynnik załamania.



Rys. 28.12



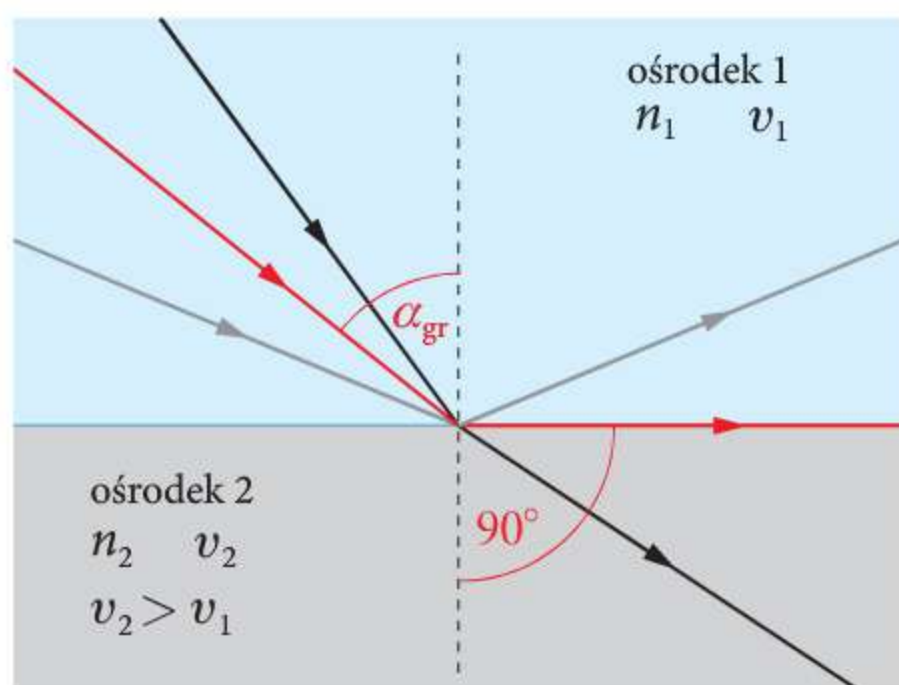
29. Całkowite wewnętrzne odbicie

- Zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia
- Warunek wystąpienia zjawiska (kąt graniczny)
- Budowa i zastosowanie światłowodu

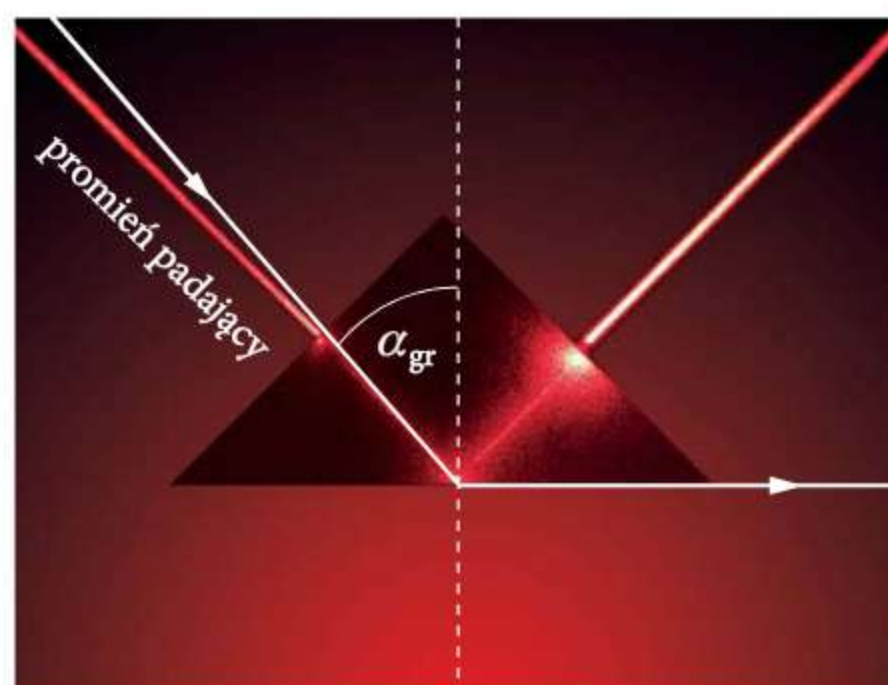
Przypomnij sobie, jak zachowuje się światło na granicy z ośrodkiem, w którym ma większą szybkość.

Jeśli światło przechodzi z ośrodka 1, w którym rozchodzi się z szybkością v_1 , do ośrodka 2, w którym jego szybkość v_2 jest większa, to kąt załamania jest większy od kąta padania.

Jest zatem oczywiste, że dla pewnego kąta padania, nazwanego **kątem granicznym** (α_{gr}), kąt załamania będzie wynosił 90° (rys. 29.1).



Rys. 29.1 Kąt graniczny



Rys. 29.2 Całkowite wewnętrzne odbicie na granicy szkło-powietrze

Dla kątów padania większych od α_{gr} na granicy dwóch ośrodków następuje tylko odbicie – światło nie przedostaje się do drugiego ośrodka (rys. 29.2). Zjawisko to nazywamy **całkowitym wewnętrznym odbiciem**.

Zapiszmy prawo załamania dla przypadku granicznego:

$$\frac{\sin \alpha_{gr}}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad \sin \alpha_{gr} = \frac{n_2}{n_1}$$

Jeśli ośrodkiem 2 jest powietrze (lub próżnia), to:

$$\sin \alpha_{gr} = \frac{1}{n_1}$$

(29.1)

Przykład 29.1

Całkowite wewnętrzne odbicie

Punktowe źródło światła umieszczono na dnie naczynia napelnionego wodą do wysokości $h = 10$ cm (rys. 29.3). Na powierzchni wody położono okrągłą nieprzezroczystą kartkę tak, że jej środek znajduje się nad źródłem światła. Obliczmy najmniejszy promień, który powinna mieć ta kartka, aby światło wysyłane przez źródło nie przechodziło przez powierzchnię wody.



Rys. 29.3

W rozważanym przypadku kąt padania promienia na skraj kartki musi być równy kątowi granicznemu. Współczynnik załamania wody wynosi 1,33. Aby obliczyć miarę kąta granicznego, korzystamy ze wzoru (29.1) i otrzymujemy:

$$\sin \alpha_{gr} = \frac{1}{1,33} \quad \sin \alpha_{gr} \approx 0,752 \quad \alpha_{gr} \approx 48,8^\circ$$

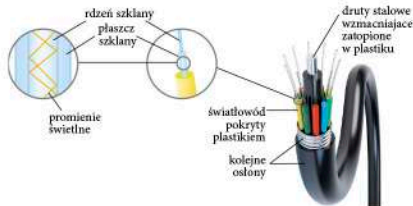
Z rysunku 29.3 wynika, że:

$$\frac{r}{h} = \operatorname{tg} \alpha_{gr} \quad r = h \operatorname{tg} \alpha_{gr}$$

$$\operatorname{tg} 48,8^\circ \approx 1,14 \quad r \approx 10 \text{ cm} \cdot 1,14 = 11,4 \text{ cm}$$

Promień kartki nie może być mniejszy niż 11,4 cm.

Gdy światło pada na granicę dwóch ośrodków pod kątem mniejszym od granicznego, zwykle zachodzi równoczesne załamanie i odbicie. Energia promienia padającego dzieli się pomiędzy oba promienie. Gdy chcemy zmienić kierunek biegu promienia bez zmiany unoszonej przez światło energii, wykorzystujemy zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia. Znalazło ono szerokie zastosowanie w **światłowodach** (rys. 29.4).



Rys. 29.4 Budowa światłowodu

Światłowody mogą służyć do przekazywania ogromnych ilości informacji (rozmowy telefoniczne, wiadomości wysyłane faksem, połączenia internetowe itp.) w bardzo krótkim czasie (nawet do 2 miliardów impulsów światła laserowego na sekundę). Szkło,

z którego wykonuje się włókno światłowodów, jest tak czyste, że sygnały świetlne, podlegające zjawisku całkowitego wewnętrznego odbicia, mogą w nim wędrować niemal bez straty energii na bardzo duże odległości, bez konieczności stosowania odpowiednich wzmacniaczy.

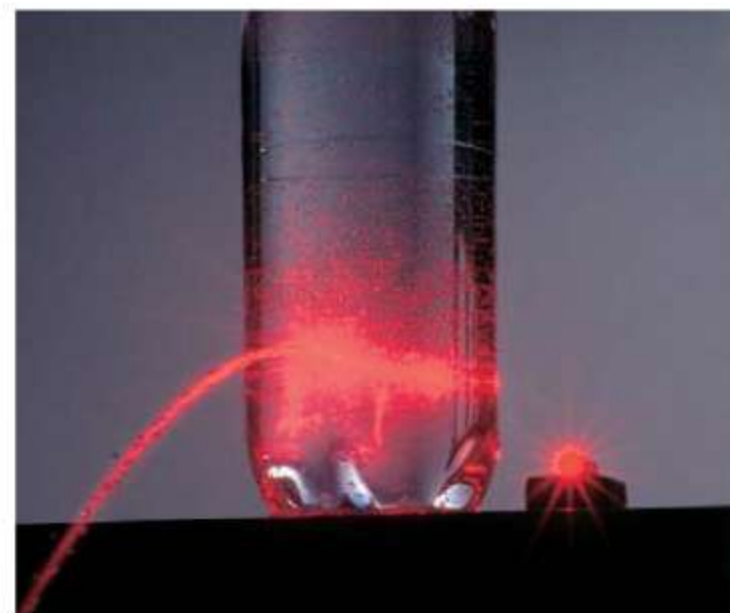
W telekomunikacji coraz częściej tradycyjne kable zastępuje się światłowodami. W medycynie światłowodowe endoskopy umożliwiają bezpośrednie oglądanie niektórych narządów wewnętrznych człowieka.

Doświadczenie 29.1

Światłowod

Funkcję światłowodu może pełnić strumień wody. W półtoralitrowej butelce po wodzie mineralnej, ustawionej obok dużej kufy, wycinamy mały otwór na wysokości około 10 cm od jej dna i zaklejamy go np. plastrem. Nalewamy do butelki wodę (rys. 29.5).

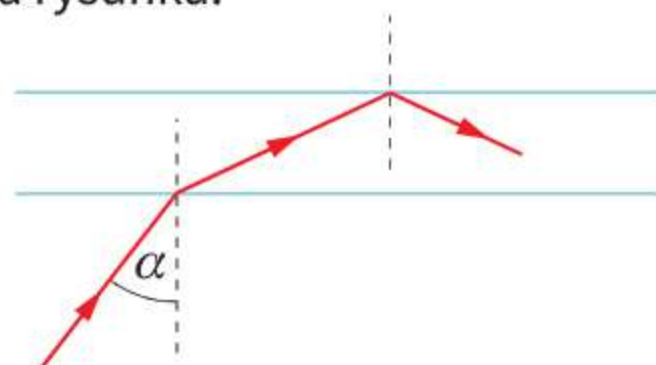
Wskaźnik laserowy ustawiamy tak, jak na rysunku. Odklejamy plaster i w strumieniu wody wypływającej z butelki obserwujemy zachodzące wielokrotnie zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia.



Rys. 29.5

ZADANIA

1. Oblicz, pod jakim kątem promień świetlny powinien padać na boczną ścianę akwarium z wodą w doświadczeniu 28.1, aby ulec całkowitemu wewnętrznemu odbiciu na poziomej tafli wody. Współczynnik załamania wody jest równy $4/3$. Pomiń załamanie wiązki światła w bocznej ścianie akwarium.
2. Trzy ośrodki, których granice przedstawiono na rysunku 29.6, to powietrze (I), woda (II) i szkło (III). Ponumeruj odpowiednio ośrodki, jeśli wiesz, że promień świetlny biegł w nich tak, jak na rysunku.



Rys. 29.6

3. Przygotuj prezentację na temat zastosowania światłowodów w medycynie.



30. Zwierciadła

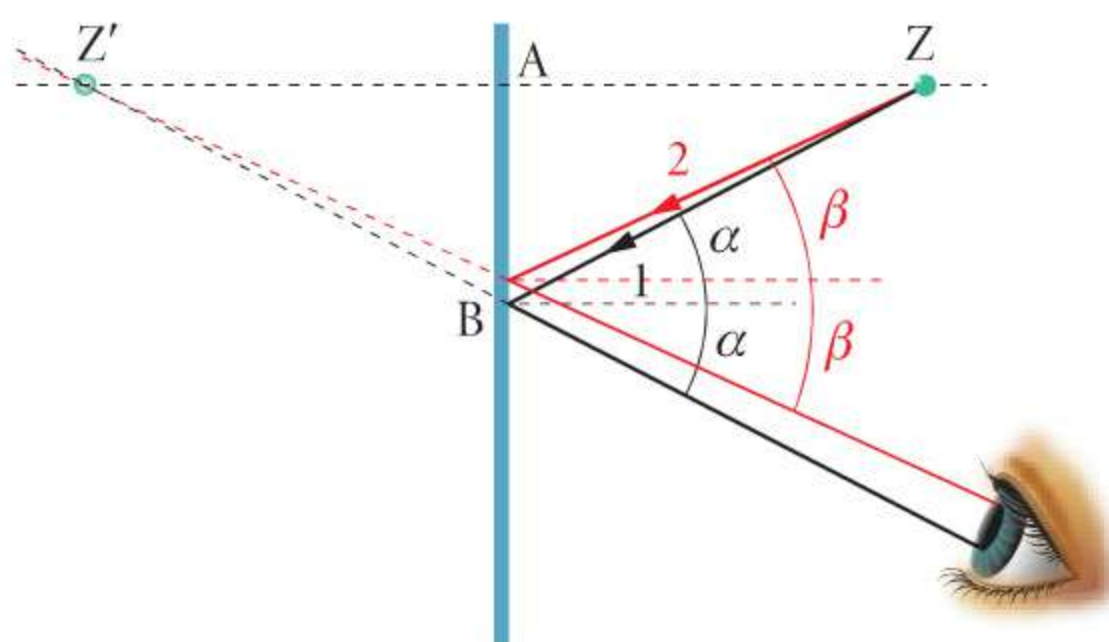
- Konstrukcja obrazów powstających w zwierciadłach płaskich i kulistych
- Zależność ogniskowej zwierciadła od kąta padania
- Równanie zwierciadła

Przypomnij sobie, jak wykonujemy konstrukcje obrazów w zwierciadłach płaskich i kulistych.

Zwierciadło płaskie

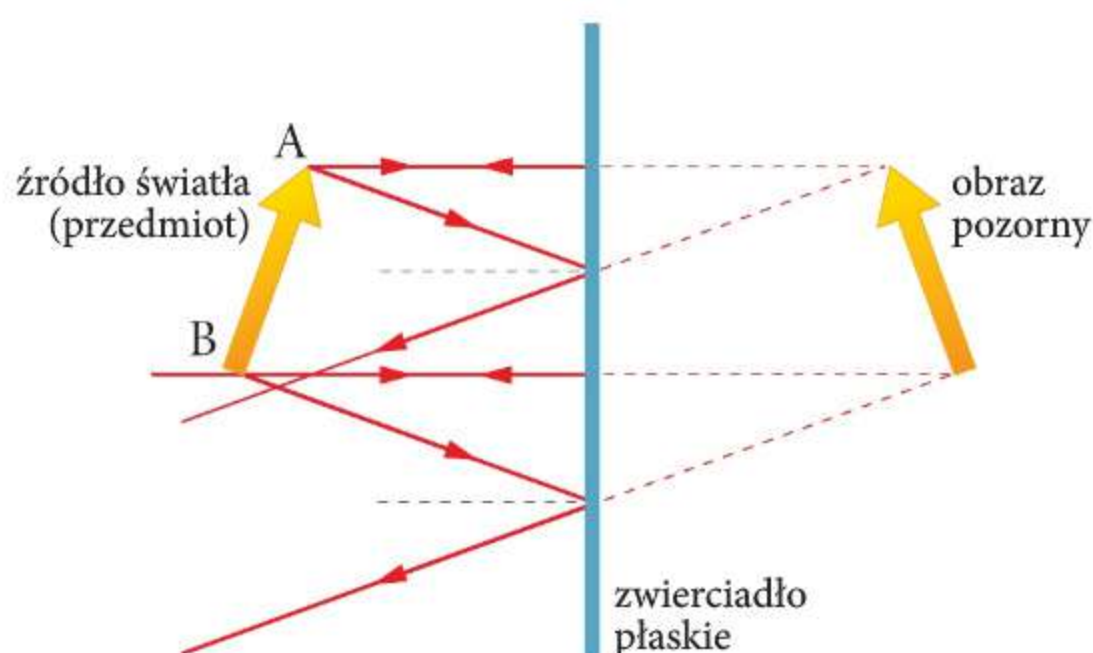
Najprostszym rodzajem zwierciadła jest zwierciadło płaskie, którego powierzchnia stanowi część płaszczyzny (np. jest to płyta szklana pokryta z jednej strony warstwą srebra i warstwą substancji ochronnej).

Rozważmy bieg promieni wysyłanych przez punktowe źródło Z i odbitych przez zwierciadło (rys. 30.1).



Rys. 30.1 Obraz pozorny punktu w zwierciadle płaskim

W tym celu wystarczy wybrać spośród promieni wybiegających we wszystkie strony dwa promienie padające na zwierciadło pod niewiele różniącymi się kątami. Po odbiciu trafią one do oka obserwatora i dadzą obraz oglądanego w zwierciadle przedmiotu, a ich przedłużenia po drugiej stronie zwierciadła przetną się w punkcie Z' , położonym symetrycznie w stosunku do źródła. Dla obserwatora obraz punktu Z znajduje się w punkcie Z' , w którym przecinają się przedłużenia promieni odbitych od zwierciadła. Jak wiemy na podstawie codziennego używania luster, zwierciadło płaskie wytwarza obrazy pozorne nie tylko dla źródeł punktowych, ale i dla przedmiotów o większych rozmiarach. Kształt takiego obrazu da się odtworzyć z obrazów poszczególnych punktów przedmiotu (rys. 30.2).

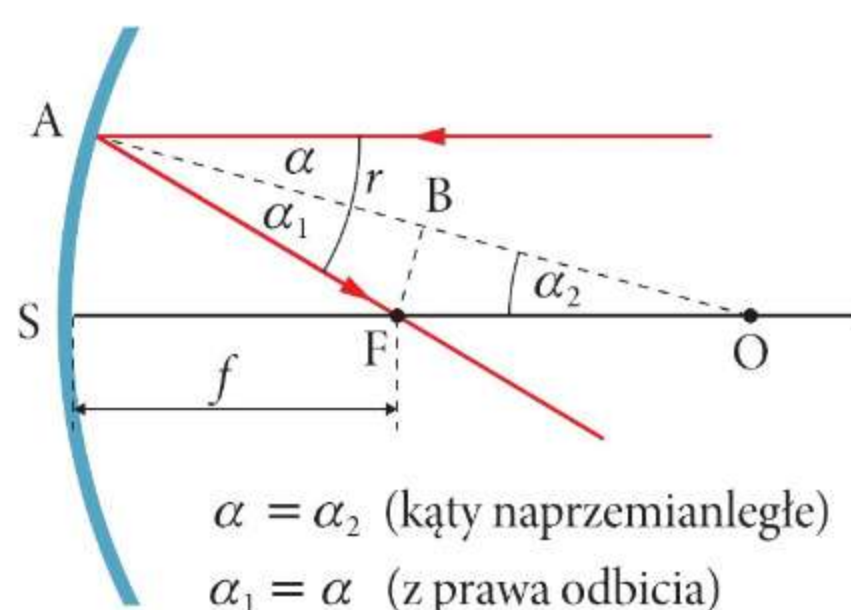


Rys. 30.2 Konstrukcja obrazu w zwierciadle płaskim

Jeśli zwierciadło jest duże i nie widać jego ram, można pomylić obraz z przedmiotem. Jednak z rysunku wynika, że obraz nie jest doskonale wierny. Wprawdzie ma on tę samą wielkość co przedmiot i jest tak samo ustawiony względem pionu (nie jest odwrócony, lecz „prosty”), ale lewa strona obrazu stanowi odbicie prawej strony przedmiotu (i na odwrót).

Zwierciadła kuliste

Bardziej skomplikowane jest powstawanie obrazów w zwierciadłach o powierzchni zakrzywionej. Rozważmy najpierw **zwierciadło kuliste wklęsłe**, którego powierzchnia jest częścią wewnętrzną powierzchni kuli. Oznaczmy promień tej kuli jako r (jest to promień krzywizny zwierciadła), jej środek jako O , a środek zwierciadła jako S . Prosta przechodzącą przez te punkty nazywamy główną osią optyczną zwierciadła. Prześledźmy bieg promienia, który przed odbiciem jest równoległy do tej osi, odbija się od zwierciadła w punkcie A , a następnie przecina oś w punkcie F (rys. 30.3).

Rys. 30.3 Ogniskowa f zwierciadła kulistego wklęsłego

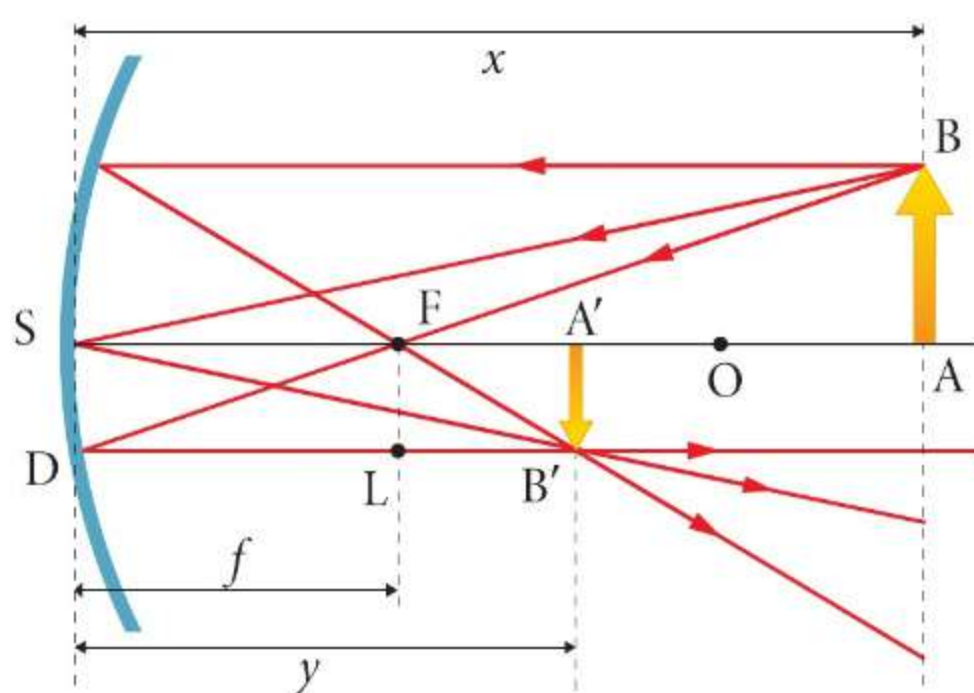
Odcinek OA to promień kuli, której częścią jest zwierciadło. Jest on więc prostopadły do zwierciadła w punkcie A (stanowi normalną padania). Z prawa odbicia wynika, że kąty α i α_1 są równe; kąt α_2 między odcinkiem OA i osią optyczną jest także równy α (rys. 30.3). Wobec tego trójkąt OFA to trójkąt równoramienny, a wysokość poprowadzona z punktu F dzieli bok OA na dwa odcinki o długościach $\frac{r}{2}$. Odległość punktu F od środka kuli O jest równa $\frac{r}{2 \cos \alpha}$, a jego odległość od środka zwierciadła S :

$$|FS| = r - \frac{r}{2 \cos \alpha} = r \left(1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} \right)$$

Jeśli promień świetlny pada na zwierciadło pod małym kątem α (a tak padają promienie niezbyt odległe od osi), to $\cos \alpha \approx 1$, czyli $|FS| \approx \frac{r}{2}$.

Można przyjąć, że wszystkie promienie biegnące równoległe do osi optycznej (w odległości małej w porównaniu z promieniem kuli r) przecinają oś po odbiciu od zwierciadła w tym samym punkcie F odległym od środka zwierciadła o $f = \frac{r}{2}$. Punkt ten nazywamy **ogniskiem zwierciadła**, a odległość f – jego **ogniskową**.

Niech przedmiot świecący AB ma kształt strzałki ustawionej prostopadle do osi w odległości od zwierciadła większej niż jego promień krzywizny r (rys. 30.4).



Rys. 30.4 Konstrukcja obrazu rzeczywistego w zwierciadle wklęsłym

Obraz końca B odcinka powstanie tam, gdzie przetną się promienie odbite od zwierciadła. Łatwo możemy narysować bieg dwóch takich promieni: promienia, który przed odbiciem biegnie równoległe do osi optycznej, a po odbiciu przechodzi przez ognisko, i promienia, który przed odbiciem przechodzi przez ognisko, a po odbiciu biegnie równoległe do osi.

Rozważane promienie przecinają się w punkcie B' . Można sprawdzić, że także inne promienie wychodzące z punktu B (np. promień odbijający się od zwierciadła w jego środku) przecinają się z nimi po odbiciu w tym samym punkcie. Punkt B' jest więc obrazem punktu B, a prostopadły do osi odcinek $A'B'$ – obrazem odcinka AB.

Jest to **obraz rzeczywisty**, który można obejrzeć na ekranie umieszczonym tak, aby obraz znalazł się na nim. Obraz jest **odwrócony**, bo punkt B' znajduje się po przeciwnej stronie osi niż punkt B. Widzimy, że wysokość obrazu jest mniejsza od wysokości przedmiotu. Mówimy więc o obrazie **pomniejszonym**. Powiększeniem $p = \frac{|A'B'|}{|AB|}$ na-

zywamy stosunek wysokości obrazu do wysokości przedmiotu. Dla obrazów powiększonych $p > 1$, a dla pomniejszonych $p < 1$. Oczywiście $p = 1$ oznacza, że obraz jest tej samej wielkości co przedmiot.

Powiększenie można wyrazić przez odległości przedmiotu i obrazu od zwierciadła. Jeśli porównamy trójkąty BSA i $B'SA'$, zobaczymy, że są one podobne. Gdy oznaczymy odległości przedmiotu i obrazu od zwierciadła odpowiednio jako x i y , możemy więc napisać:

$$p = \frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{y}{x} \quad (30.1)$$

Wobec tego powiększenie jest równe stosunkowi odległości obrazu od zwierciadła (y) do odległości przedmiotu od zwierciadła (x). W omawianym przypadku $p < 1$, czyli wysokość obrazu jest mniejsza od wysokości przedmiotu, a także $y < x$.

Z rozważań geometrycznych można też wyprowadzić związek między odległościami x i y dla danego zwierciadła.

Z podobieństwa trójkątów ABF i LFD (rys. 30.4) oraz ze wzoru (30.1) wynika, że:

$$\frac{|AF|}{|LD|} = \frac{|AB|}{|LF|} = \frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{x}{y}$$

Ponadto $|AF| = x - f$, a $|LD| = |FS| = f$, więc $\frac{x-f}{f} = \frac{x}{y}$.

$$\frac{x}{f} - 1 = \frac{x}{y}$$

Po podzieleniu powyższego równania przez x i po dodaniu do obu jego stron $\frac{1}{x}$ otrzymujemy:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \quad (30.2)$$

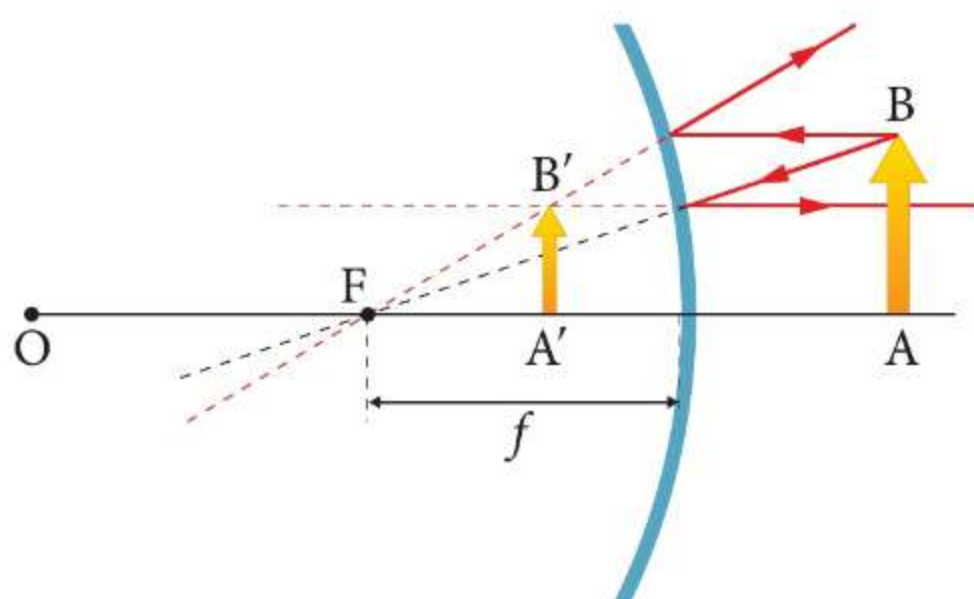
Jest to tzw. **równanie zwierciadła**.

Równanie to można łatwo przekształcić tak, aby przedstawić odległość obrazu od zwierciadła jako funkcję odległości przedmiotu od zwierciadła:

$$y = \frac{fx}{x-f}$$

Omówimy teraz krótko **zwierciadło kuliste wypukłe**, stanowiące część zewnętrznej powierzchni kuli. W tym przypadku promienie padające na zwierciadło równoległe do osi optycznej po odbiciu zawsze tworzą wiązkę rozbieżną. Jeśli padają na zwierciadło pod małymi kątami (są bliskie osi), to ich przedłużenia przecinają się w punkcie, który nazywamy **ogniskiem pozornym**. Znajduje się on za zwierciadłem, w odległości $\frac{r}{2}$ od jego środka. Obraz B' punktu B znajduje się w punkcie przecięcia przedłużeń promieni odbitych od zwierciadła (rys. 30.5). Obrazy w zwierciadle wypukłym są zawsze pozorne, pomniejszone i proste.

Zwierciadła kulistych wypukłych często używa się na skrzyżowaniach ulic, aby ułatwić kierowcom bezpieczne włączanie się do ruchu.

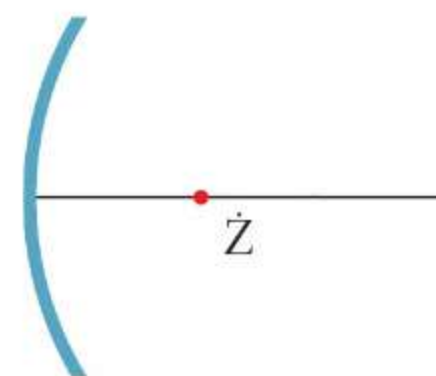


Rys. 30.5 Konstrukcja obrazu pozornego w zwierciadle wypukłym

Równanie zwierciadła wypukłego ma taką samą postać jak równanie zwierciadła wklęsłego, ale należy w nim podstawić umownie przyjętą ujemną wartość ogniskowej. Łatwo sprawdzić, że dla każdego x : $y < 0$ i $|y| < x$.

ZADANIA

1. Ustaw zapaloną świecę mniej więcej 1 m przed kawałkiem szyby. Naprzeciw świecy – w takiej samej odległości za szybą – umieść szklankę z wodą. Popatrz na szybę nad świecą. Wyjaśnij wynik swojej obserwacji.
2. Oblicz najmniejszą wysokość, którą powinno mieć zwierciadło płaskie zawieszone pionowo na ścianie, aby człowiek o wzroście 1,7 m mógł zobaczyć w nim całą swoją sylwetkę. Czy zmiana odległości człowieka od zwierciadła wpłynie na wynik zadania? Odpowiedź uzasadnij.
3. Promień padający na płaskie zwierciadło tworzył z promieniem odbitym kąt 60° . Oblicz kąt padania promienia na zwierciadło. Następnie zwierciadło zostało obrócone o niewielki kąt γ wokół osi prostopadłej do rysunku i przechodzącej przez punkt padania promienia na zwierciadło. Oblicz, o jaki kąt zmienił się kierunek promienia odbitego.
4. Narysuj obrazy, które powstają w zwierciadle kulistym wklęsłym, gdy $x = r$, $f < x < r$ oraz $0 < x < f$. Wymień cechy obrazów w każdym z otrzymanych przypadków.
5. W ognisku zwierciadła kulistego wklęsłego umieszczono mocną żarówkę (rys. 30.6).
 - a) Narysuj w zeszycie promienie wychodzące z żarówki i odbite od zwierciadła.
 - b) Podaj przykład urządzenia zbudowanego na tej zasadzie.
6. Przedmiot o wysokości 1 cm znajduje się w odległości 20 cm od zwierciadła wklęsłego o promieniu krzywizny równym 50 cm. Oblicz odległość obrazu pozornego od zwierciadła oraz wysokość obrazu.
7. W odległości 60 cm od zwierciadła wklęsłego o ogniskowej 40 cm umieszczono świecę. Oblicz, w jakiej odległości od ściany powinno być umieszczone zwierciadło, aby obraz świecy powstał na ścianie.



Rys. 30.6



31. Odchylenie promienia świetlnego w pryzmacie. Rozszczepienie światła

- Odchylające działanie pryzmatu; kąt odchylenia
- Rozszczepienie światła białego po przejściu przez pryzmat
- Zjawiska optyczne w przyrodzie

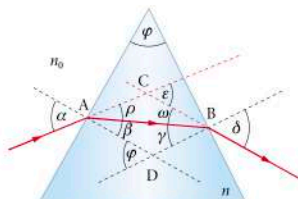
Przypomnij sobie prawo załamania światła na granicy dwóch ośrodków i związek bezwzględnego współczynnika załamania z szybkością światła w danym ośrodku.

Pryzmat to ciało przezroczyste ograniczone dwiema nierównoległymi powierzchniami płaskimi. Zwykle jest to prostopadłościan o podstawie trójkąta (rys. 31.1).



Rys. 31.1 Pryzmat

Kąt dwusieczny między dwiema nierównoległymi ścianami pryzmatu, zwany **kątem łamiącym**, oznaczamy literą φ . Na rysunku 31.2 przedstawiono przykładowy bieg promienia przez pryzmat.



Rys. 31.2 Odchylenie promienia świetlnego po przejściu przez pryzmat

Jak widać, kierunki promienia wychodzącego z pryzmatu (δ) i promienia padającego (α) są na ogół różne. W wyniku przejścia przez pryzmat promień uległ odchyleniu

o kąt ε , który można obliczyć, jeśli zna się kąt padania, kąt łamiący i względny współczynnik załamania materiału pryzmatu względem otoczenia.

Zauważmy, że kąt ε jest kątem zewnętrznym trójkąta ABC, $\varepsilon = \rho + \omega$. Kąty ρ i ω są związane z kątami padania i załamania na obu powierzchniach granicznych wzorami:

$$\alpha = \beta + \rho \quad \delta = \gamma + \omega$$

Wobec tego:

$$\varepsilon = \rho + \omega = \alpha - \beta + \delta - \gamma = \alpha + \delta - (\beta + \gamma)$$

Kąt między normalnymi do powierzchni granicznych jest równy kątowi łamiącemu pryzmatu φ , a jako kąt zewnętrzny trójkąta ABD: $\varphi = \beta + \gamma$. A zatem wzór na kąt odchylenia w pryzmacie możemy zapisać jako:

$$\varepsilon = \alpha + \delta - \varphi$$

Związek między kątem δ a kątem padania α i współczynnikiem załamania pryzmatu ma w ogólnym przypadku dość skomplikowaną postać. Wyprowadzimy więc tylko przybliżony wzór na kąt odchylenia ε **słuszny dla małych kątów padania i małych kątów łamiących pryzmatu**.

Dla małych kątów padania (i załamania) stosunek ich sinusów jest w przybliżeniu równy stosunkowi kątów. Dla pryzmatu o współczynniku załamania n (znajdującego się w ośrodku o współczynniku załamania n_0) otrzymujemy:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{n}{n_0} \quad \alpha = \frac{n}{n_0} \beta$$

i analogicznie:

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{n_0}{n} \quad \delta = \frac{n}{n_0} \gamma$$

Wobec tego:

$$\varepsilon = \alpha + \delta - \varphi = \frac{n}{n_0} \beta + \frac{n}{n_0} \gamma - \varphi = \frac{n}{n_0} (\beta + \gamma) - \varphi = \frac{n}{n_0} \varphi - \varphi$$

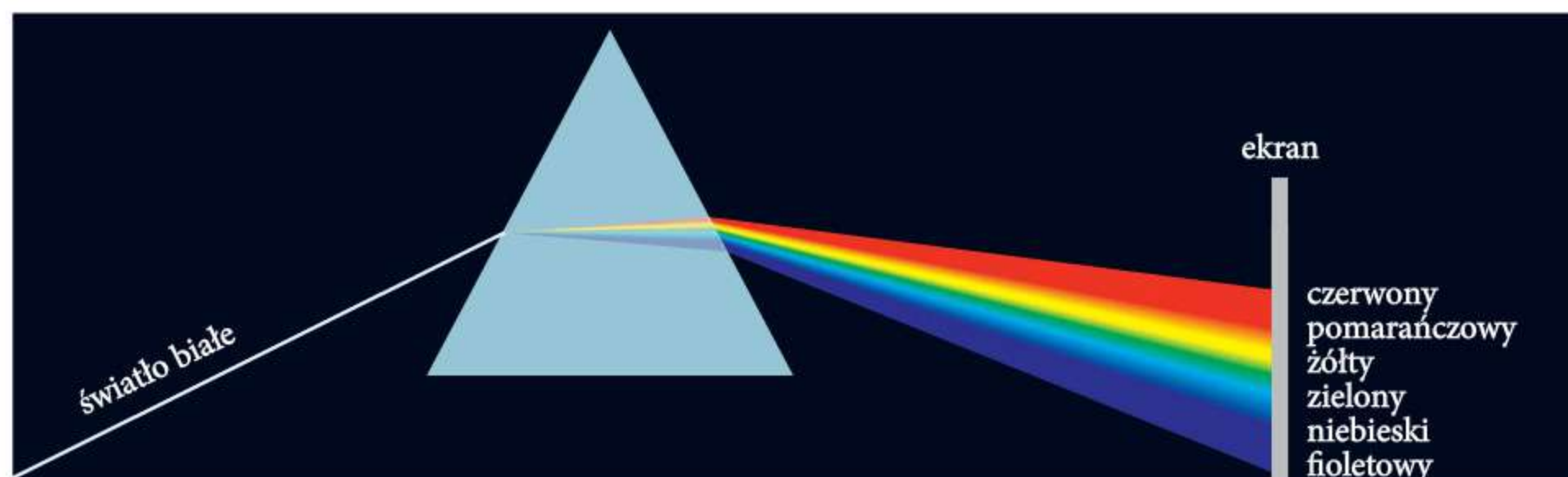
$$\varepsilon = \left(\frac{n}{n_0} - 1 \right) \varphi \quad (31.1)$$

Jeśli pryzmat znajduje się w powietrzu, to $n_0 \approx 1$, więc wzór przyjmie postać $\varepsilon = (n - 1)\varphi$.

Pryzmaty są używane w wielu przyrządach optycznych jako elementy zmieniające kierunek wiązki światła.

W powyższych rozważaniach zakładaliśmy, że materiał pryzmatu ma jeden określony współczynnik załamania. Jest to prawdą, jeśli światło jest monochromatyczne, czyli jednobarwne. Jeśli jednak na pryzmat pada wiązka światła słonecznego lub białego

ze zwykłej żarówki, na ekranie umieszczonym za pryzmatem uzyskamy tęczę barw zwaną widmem ciągłym światła (rys. 31.3). Po raz pierwszy doświadczenie takie wykonał i opisał Isaac Newton w 1666 roku.



Rys. 31.3 Powstawanie widma ciągłego (rozszczipienie)

Uzyskany efekt **rozszczipienia światła białego** oznacza, że światło białe jest mieszaniną światła o różnych długościach fal (różnych częstotliwościach), a współczynnik załamania światła zależy od częstotliwości, której odpowiada określona barwa światła. Z doświadczenia wynika, że współczynnik załamania jest najmniejszy dla światła czerwonego, które odchyła się po przejściu przez pryzmat o najmniejszy kąt, a największy dla światła fioletowego.

Współczynnik załamania światła w danym ośrodku jest równy stosunkowi szybkości światła w próżni do jego szybkości w tym ośrodku:

$$n = \frac{c}{v} \quad \text{więc} \quad v = \frac{c}{n}$$

To znaczy, że szybkość światła czerwonego w materiale, z którego wykonano pryzmat, jest największa, a fioletowego najmniejsza (obie są mniejsze od szybkości $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, z którą światło rozchodzi się w próżni). Częstotliwość ν fali nie ulega zmianie przy przejściu z jednego do drugiego ośrodka, gdyż nie obserwujemy wtedy zmiany barwy światła. Zmienia się natomiast długość fali, ponieważ $\lambda = \frac{v}{\nu}$.

Dla dowolnej pary ośrodków 1 i 2 zachodzi równość:

$$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \quad \text{lub} \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Jeśli uwzględnić, że $\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$, otrzymujemy:

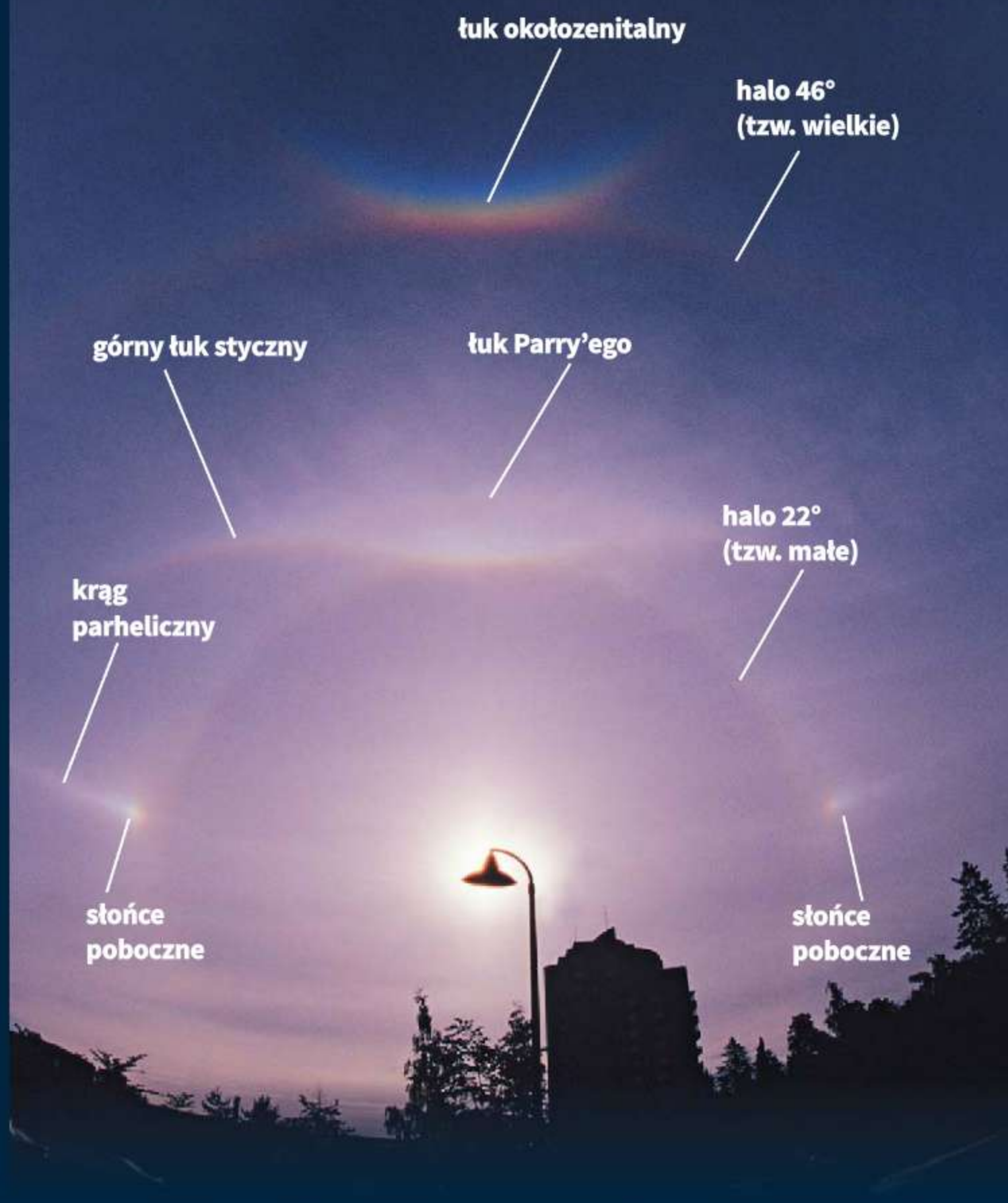
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{lub} \quad \lambda_2 = \lambda_1 \frac{n_1}{n_2}$$

Wobec tego po przejściu światła do ośrodka o większym współczynniku załamania długość fali zmaleje.

Halo

Nie każdy tęchowy łuk na niebie jest tęczą: gdy światło Słońca oddziałuje z kryształkami lodu, można zaobserwować wiele świetlnych zjawisk.

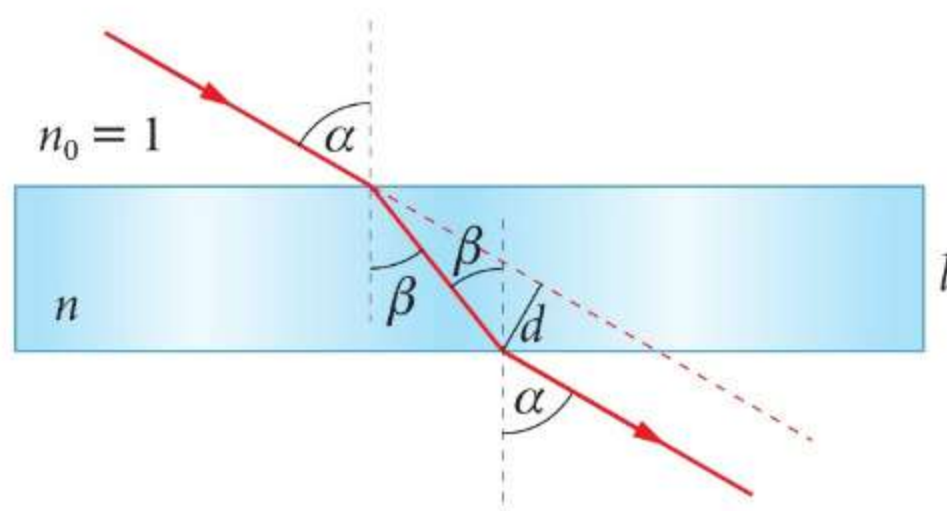
Kryształki lodu tworzą sześciokątne struktury, więc w powstawaniu zjawiska halo wiele zależy od ich orientacji, proporcji i wzajemnego uporządkowania. Do najczęściej widywanych zjawisk należą: **halo 22° (tzw. małe)**, położone w jego pobliżu **słońca poboczne (parhelia)**, **stół słoneczny**, **łuki styczne** (gdy Słońce jest wysoko na niebie, przechodzą one w halo opisane). Rzadziej dostrzec można: **łuki Parry'ego**, **krąg parheliczny**, **halo 46° (tzw. wielkie)** czy **łuk okołozenitalny**, który zwraca uwagę wyrazistymi tęchowymi barwami. Z pokładu samolotu często udaje się też dostrzec elementy halo występujące poniżej horyzontu, np. **podstółce**.



WIEDZIEĆ WIĘCEJ

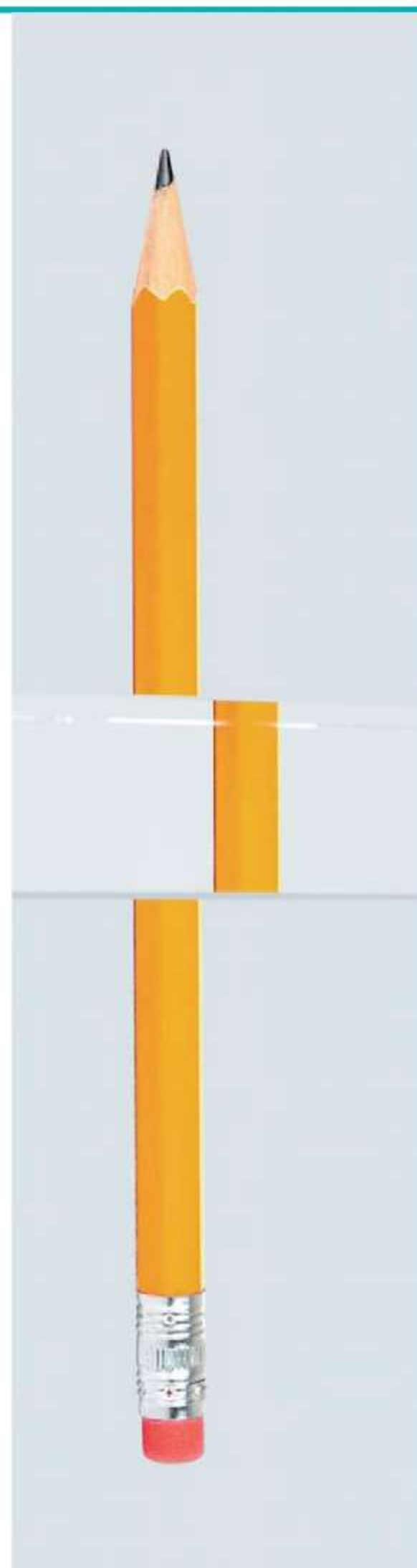
Płytką równoległościenną

Rozważmy przejście światła przez umieszczoną w powietrzu płytkę równoległościenną – przezroczyste ciało o współczynniku załamania $n > 1$, ograniczone dwiema równoległymi powierzchniami płaskimi, oddległymi o l (grubość płytki). Bieg promienia padającego na płytkę pod kątem α przedstawiono na rysunku 31.4.



Rys. 31.4 Przejście światła przez płytkę równoległościenną

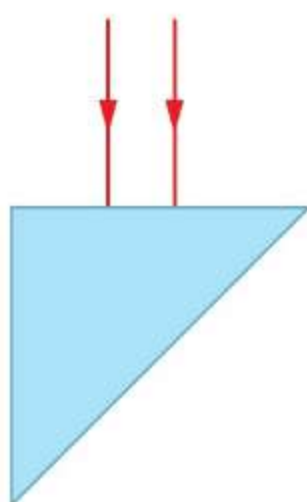
Z prawa Snella wynika, że kąt załamania na drugiej ścianie jest równy kątowi padania na pierwszą ściankę. Promień wychodzący z płytki jest więc równoległy do promienia padającego i przesunięty o d . Odległość tę można obliczyć, jeśli zna się kąt α , grubość płytki l i jej współczynnik załamania n . Wzór na przesunięcie jest dość skomplikowany i nie będziemy go tu wyprowadzać. Sporządzenie odpowiednich rysunków pozwala zauważyć, że d to rosnąca funkcja wszystkich trzech wielkości, od których zależy (α , l i n). Wobec tego dla cienkich płytek z materiału o niezbyt dużym współczynniku załamania (jak np. szyby okienne) przesunięcie jest niewielkie – obraz ulicy oglądanej przez okno nie jest znacząco zniekształcony.



ZADANIA

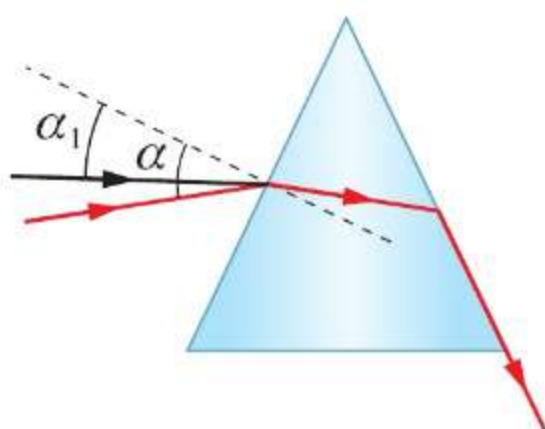
1. Gdy światło słoneczne dobiega do atmosfery ziemskiej, ulega rozpraszaniu na cząsteczkach gazów, wody i pyłkach kurzu. Największemu rozproszeniu ulegają fale krótkie, najślabszemu – fale długie. Na podstawie powyższych informacji wyjaśnij:
 - a) Jaką barwę i dlaczego ma atmosfera ziemska dla astronautów oglądających ją od zewnątrz?
 - b) Dlaczego w południe niebo jest błękitne, a o zachodzie staje się pomarańczowo-czerwone?

2. Na prostokątny i równoramienny pryzmat pada wiązka promieni świetlnych, tak jak na rysunku 31.5. Narysuj w zeszycie dalszy bieg promieni, jeśli wiesz, że współczynnik załamania światła w pryzmacie $n = 1,5$.



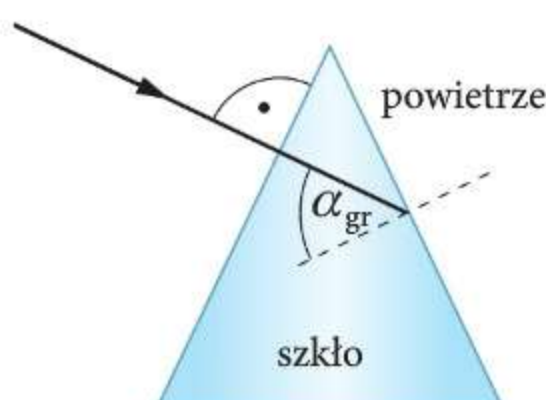
Rys. 31.5

3. Na pryzmat szklany umieszczony w powietrzu pada promień świetlny pod kątem α (rys. 31.6) i załamuje się na drugiej ścianie pryzmatu pod kątem 90° . Przerysuj rysunek do zeszytu i uzupełnij bieg promienia padającego na ten pryzmat pod kątem $\alpha_1 < \alpha$.



Rys. 31.6

4. Światło białe przechodzące przez pryzmat pada na jego drugą ścianę pod kątem granicznym dla barwy niebieskiej (rys. 31.7). Użyj kolorowych długopisów i narysuj w zeszycie dalszy bieg promieni: niebieskiego, fioletowego, zielonego i czerwonego.



Rys. 31.7

5. Na szklaną płytkę równoległościenną o współczynniku załamania $n = 1,5$ i grubości $d = 6$ cm pada prostopadle promień świetlny. Oblicz czas, w którym promień świetlny przejdzie przez tę płytkę. Szybkość światła w próżni $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.
6. Opisz, jak należy postąpić, aby obliczyć kąt załamania δ promienia świetlnego w ośrodku po wyjściu z pryzmatu o dowolnym kącie łamiącym, gdy znamy kąt padania α , kąt łamiący pryzmatu φ i względny współczynnik załamania $\frac{n}{n_0}$.



32. Soczewki

- Nazwy soczewek
- Związek ogniskowej soczewki ze względnym współczynnikiem załamania materiału i promieniami krzywizn
- Zdolność skupiająca
- Równanie soczewki
- Konstrukcja obrazów

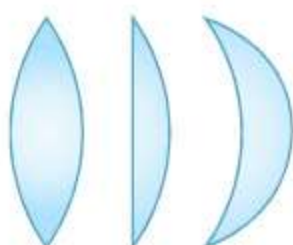
Przypomnij sobie prawo załamania światła oraz definicję względnego współczynnika załamania.

Soczewka sferyczna to przezroczysta bryła, ograniczona dwiema powierzchniami kulistymi lub jedną kulistą i jedną płaską (którą możemy uważać za graniczny przypadek powierzchni kulistej dla promienia kuli dążącego do nieskończoności, $r \rightarrow \infty$). Prosta przechodząca przez środki kul nazywamy osią optyczną soczewki (a jeśli soczewka z jednej strony jest ograniczona płaszczyzną, to oś jest do niej prostopadła i przechodzi przez środek krzywizny powierzchni kulistej).

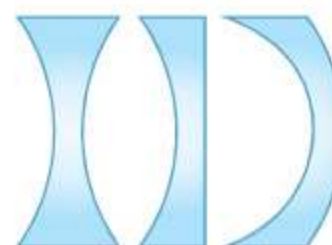
Ze względu na dobór powierzchni ograniczających rozróżniamy soczewki:

- wypukłe: dwuwypukłe, płasko-wypukłe lub wklęsło-wypukłe,
- wklęsłe: dwuwklęsłe, płasko-wklęsłe lub wypukło-wklęsłe.

Soczewki wypukłe (rys. 32.1) są podobne do dwóch pryzmatów złączonych podstawami, a soczewki wklęsłe (rys. 32.2) do dwóch pryzmatów złączonych wierzchołkami.

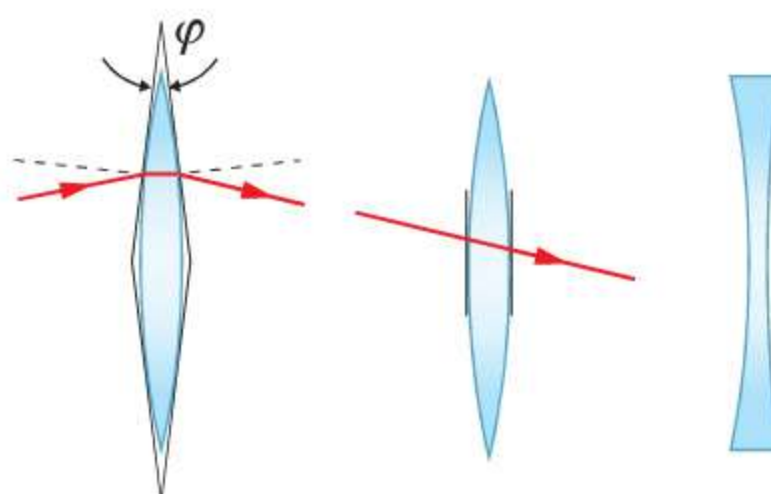


Rys. 32.1 Soczewki wypukłe



Rys. 32.2 Soczewki wklęsłe

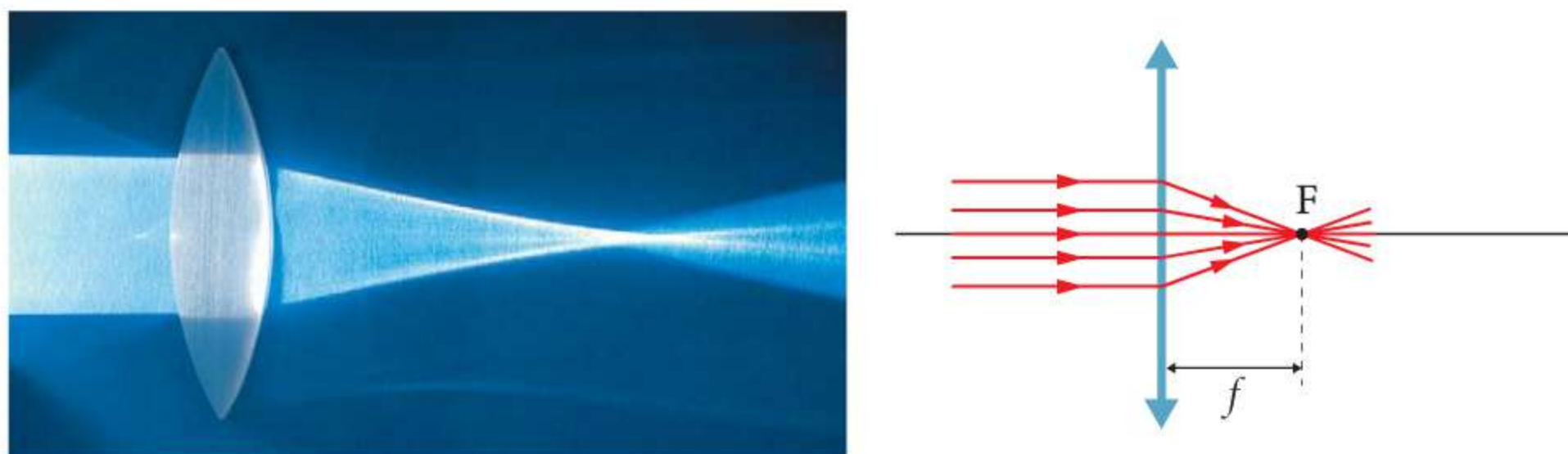
Będziemy rozważać tylko **soczewki cienkie**, o maksymalnej grubości znacznie mniejszej od promieni powierzchni ograniczających soczewkę. Taką soczewkę uważamy w przybliżeniu za złożenie dwóch pryzmatów o małych kątach łamiących (rys. 32.3).



Rys. 32.3 Soczewka jako złożenie dwóch pryzmatów

W pobliżu osi optycznej soczewkę cienką można traktować jak płytkę równoległościenną prostopadłą do tej osi.

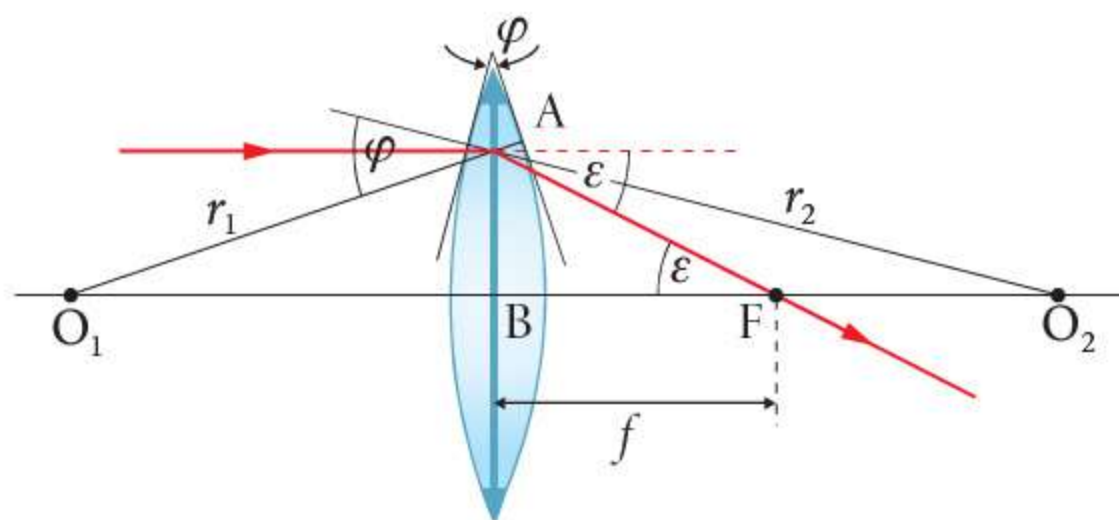
Rozpatrzmy teraz bieg promieni przez soczewkę wypukłą wykonaną z materiału o względnym współczynniku załamania (względem otoczenia) większym od 1. Soczewka wypukła jest wówczas soczewką skupiającą, którą schematycznie oznaczamy symbolem zaznaczonym na rysunku 32.4 kolorem niebieskim. Wiązka promieni równoległych do osi optycznej i niezbyt od niej oddalonych (rys. 32.4) po przejściu przez soczewkę przetnie oś optyczną w jednym punkcie – **ognisku soczewki** F , odległym od jej środka o **ogniskową** f .



Rys. 32.4 Ognisko i ogniskowa soczewki skupiającej

Wyprowadzimy związek ogniskowej cienkiej soczewki dwuwypukłej z promieniami krzywizn obu jej powierzchni i współczynnikiem załamania materiału względem otaczającego środowiska. Potraktujemy soczewkę jako dwa pryzmaty złączone podstawami.

Odcinki r_1 i r_2 to promienie krzywizn soczewki (rys. 32.5). Są one prostopadłe do odpowiednich powierzchni pryzmatu, którym zastępujemy górną połowę soczewki. Jeśli dokonamy takiego przybliżenia, możemy zastosować wzór (31.1) na kąt odchylenia. Zauważmy, że kąt φ jest kątem zewnętrznym w trójkącie O_1AO_2 , więc równa się sumie kątów tego trójkąta przy wierzchołkach O_1 i O_2 .



Rys. 32.5 Ilustracja do wyprowadzenia wzoru soczewkowego

Wobec tego:

$$\varepsilon = \left(\frac{n}{n_0} - 1 \right) (\sphericalangle O_1 + \sphericalangle O_2)$$

Wszystkie te kąty są małe (kąt ε także, jeśli dodatkowo założymy, że promienie świetlne równoległe do osi padają na soczewkę pod małym kątem, tzn. nie są zbyt odległe od osi), można więc je zastąpić ich tangensami lub sinusami.

Z rysunku wynika, że $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{|AB|}{f}$, $\sin \angle O_1 = \frac{|AB|}{r_1}$, $\sin \angle O_2 = \frac{|AB|}{r_2}$, więc:

$$\frac{|AB|}{f} = \left(\frac{n}{n_0} - 1 \right) \left(\frac{|AB|}{r_1} + \frac{|AB|}{r_2} \right)$$

$$\boxed{\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_0} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)} \quad (32.1)$$

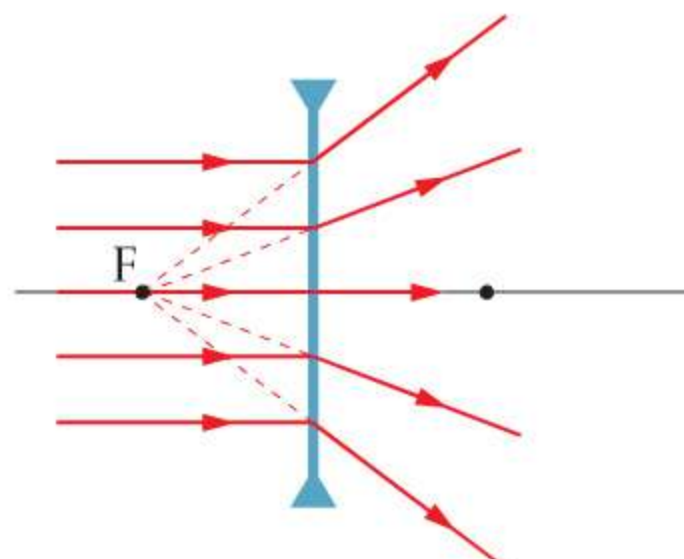
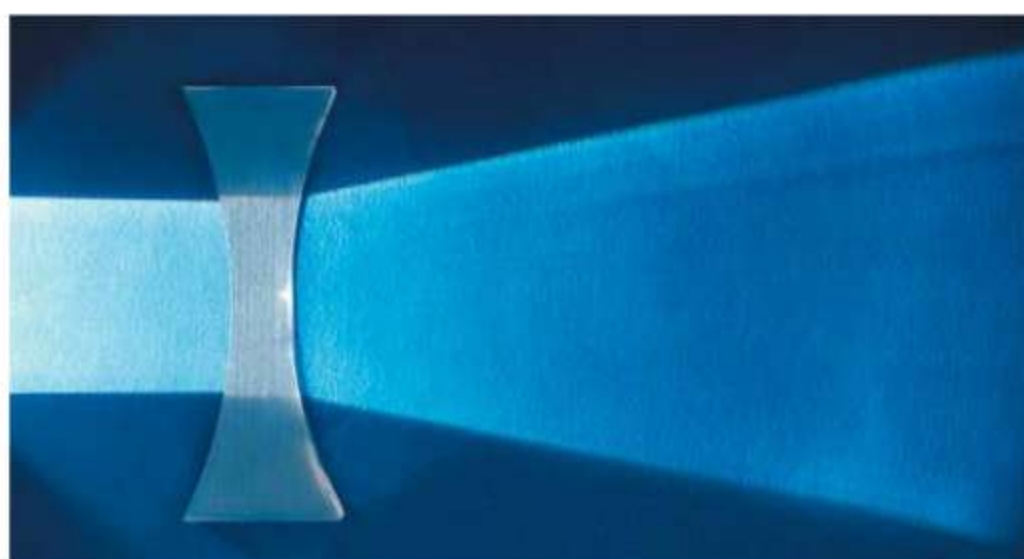
Jest to tzw. **wzór soczewkowy**.

Wynik byłby taki sam, gdyby promienie padały na powierzchnię soczewki z prawej strony, choć soczewka nie jest symetryczna ($r_1 \neq r_2$). Ze wzoru (32.1) wynika, że długość ogniskowej po obu stronach soczewki jest jednakowa.

Można wykazać, że ten sam wzór stosuje się do wszystkich typów soczewek, jeśli przyjąć pewną umowę dotyczącą znaków, które przypisujemy promieniom krzywizn. Jeżeli wypukłość powierzchni jest skierowana na zewnątrz soczewki (jak dla obu powierzchni soczewki dwuwypukłej), promień krzywizny opatrujemy znakiem plus; jeśli do wnętrza soczewki (czyli powierzchnia jest wklęsła) – znakiem minus. Powierzchni płaskiej przypisujemy nieskończony promień krzywizny, więc odwrotność tego promienia jest równa zeru ($r \rightarrow \infty$, to $\frac{1}{r} \rightarrow 0$).

Łatwo teraz sprawdzić, że dla soczewek wypukłych wyrażenie $\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ we wzorze (32.1) na odwrotność ogniskowej jest dodatnie, a dla wklęsłych – ujemne.

Ze wzoru (32.1) wynika, że dla soczewek wypukłych umieszczonych w powietrzu ogniskowa jest dodatnia (soczewki te są skupiające), a dla wklęsłych – ujemna (soczewki te są rozpraszające). Ujemna ogniskowa oznacza, że przecinają się przedłużenia promieni wychodzących z soczewki. Punkt ich przecięcia nazywamy **ogniskiem pozornym**. Soczewkę rozpraszającą na rysunku 32.6 oznaczono schematycznie kolorem niebieskim.



Rys. 32.6 Ognisko pozorne soczewki rozpraszającej

Sytuacja ta ulega odwróceniu, jeśli soczewkę umieścimy w ośrodku o współczynniku załamania większym niż współczynnik załamania materiału soczewki. Względny współczynnik załamania soczewki względem ośrodka jest wtedy mniejszy niż 1 i wyrażenie w pierwszym nawiasie wzoru (32.1) jest ujemne. W takiej sytuacji soczewka wypukła ma ogniskową ujemną i jest rozpraszająca, a soczewka wklęsła ma ogniskową dodatnią i jest skupiająca.

Ogólnie zatem soczewka o dodatniej ogniskowej jest zawsze skupiająca, a o ujemnej – rozpraszająca.

Przykład 32.1

Soczewki szklane w ośrodku o współczynniku załamania większym od współczynnika załamania szkła

Dwie szklane soczewki: wypukłą i wklęsłą, umieszczamy w dwusiarczku węgla o współczynniku załamania $n_d = 1,64$. Współczynnik załamania szkła $n = 1,5$.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_d} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

Dla obu soczewek $\frac{n}{n_d} = \frac{1,5}{1,64} < 1$, więc $\frac{n}{n_d} - 1 < 0$.

Dla soczewki wypukłej $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} > 0$, więc $f < 0$.

Soczewka wypukła jest w dwusiarczku węgla soczewką rozpraszającą.

Dla soczewki wklęsłej $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} < 0$, więc $f > 0$.

Soczewka wklęsła jest w dwusiarczku węgla soczewką skupiającą.

Odwrotność ogniskowej soczewki nazywamy **zdolnością skupiającą** Z . Wyrażamy ją w **dioptriach** (D).

$$Z = \frac{1}{f}$$

$$1 \text{ dioptria (1 D)} = \frac{1}{\text{m}}$$

Przykład 32.2

Zdolność skupiająca soczewki

Obliczymy zdolność skupiającą soczewki o ogniskowej 20 cm.

$$f = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m} \quad Z = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,2 \text{ m}} = 5 \text{ D}$$

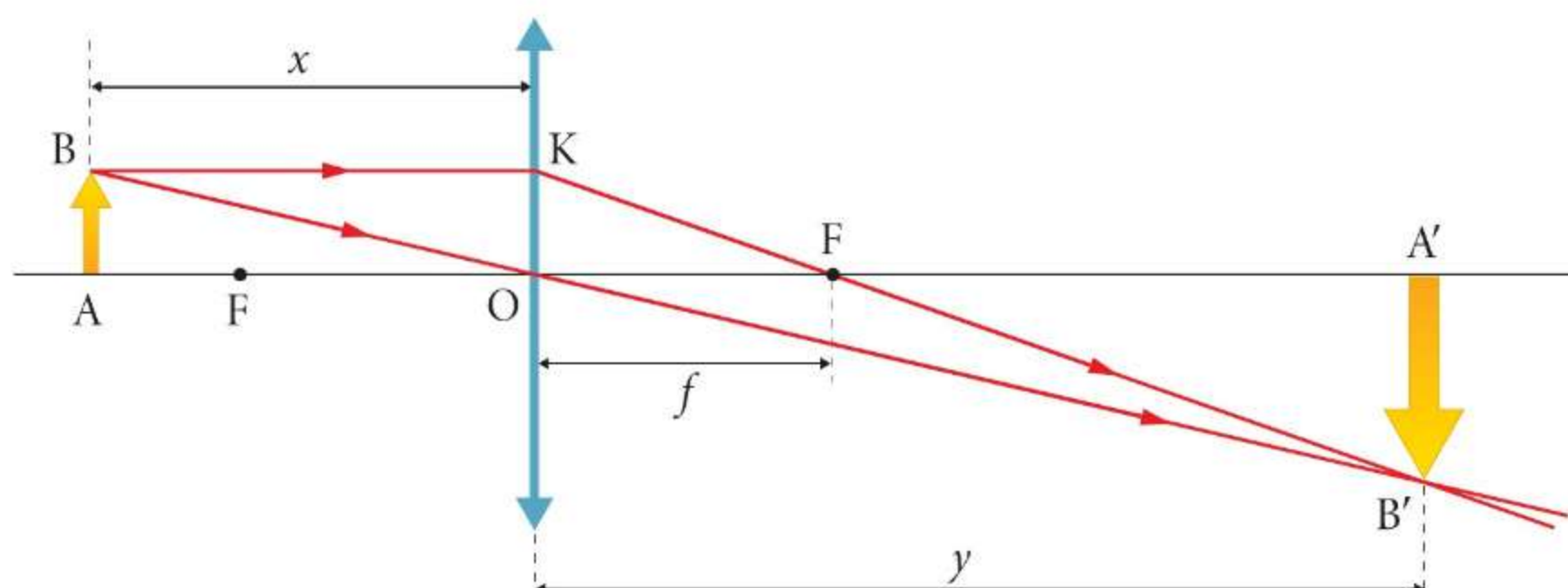
Z doświadczenia wynika, że zdolność skupiająca układu n cienkich soczewek ustawionych blisko siebie jest sumą zdolności skupiających wszystkich soczewek tworzących układ:

$$Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n \quad \text{zatem} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \dots + \frac{1}{f_n}$$

Obrazy w soczewkach

Zbadamy teraz cechy obrazów powstających w soczewkach.

Zacznijmy od przypadku soczewki wypukłej o ogniskowej f , znajdującej się w powietrzu. Umieścmy przedmiot AB w odległości x od soczewki, większej niż f ($x > f$). Łatwo jest narysować bieg dwóch promieni: równoległego do osi, który po załamaniu w soczewce przejdzie przez ognisko, i skierowanego do środka soczewki. (W pobliżu osi soczewka wygląda jak cienka płyta równoległościenna, więc promień przechodzi przez nią bez zmiany kierunku). Wszystkie inne promienie wysłane z punktu B po przejściu przez soczewkę również przetną się w punkcie B' .



Rys. 32.7 Konstrukcja obrazu rzeczywistego w soczewce skupiającej

Jak widać na rysunku 32.7, obraz $A'B'$ powstaje w odległości y po drugiej stronie soczewki. Trójkąty ABO i $A'B'O$ na rysunku są podobne, więc powiększenie obrazu, definiowane tak, jak w przypadku zwierciadeł, wyraża się wzorem:

$$p = \frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{y}{x}$$

Trójkąty $A'B'F$ i OKF są także podobne, a $|OK| = |AB|$, więc:

$$\frac{y-f}{f} = \frac{y}{x}$$

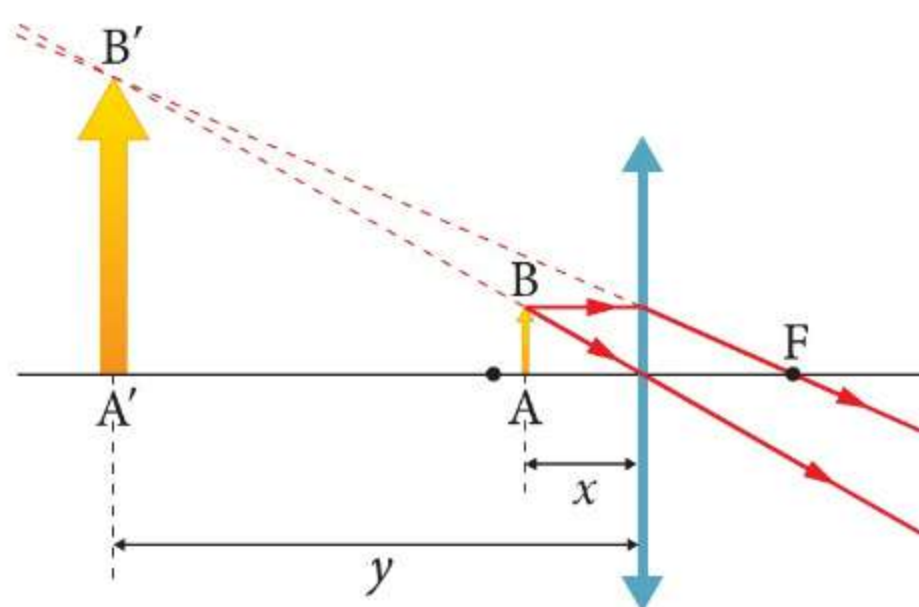
Po przekształceniu powyższego równania otrzymujemy:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

(32.2)

Ten związek między odległością przedmiotu od soczewki i odległością obrazu od soczewki nazywa się **równaniem soczewki**.

Jak widać, równanie soczewki wypukłej jest identyczne z równaniem zwierciadła kulistego wklęsłego, więc dyskusja o zależności wielkości i rodzaju obrazu od odległości przedmiotu od soczewki daje te same wyniki. Jedyna różnica polega na tym, że obraz rzeczywisty powstaje po przeciwnej stronie soczewki, a pozorny (rys. 32.8) po tej samej co przedmiot (w przypadku zwierciadła jest odwrotnie).

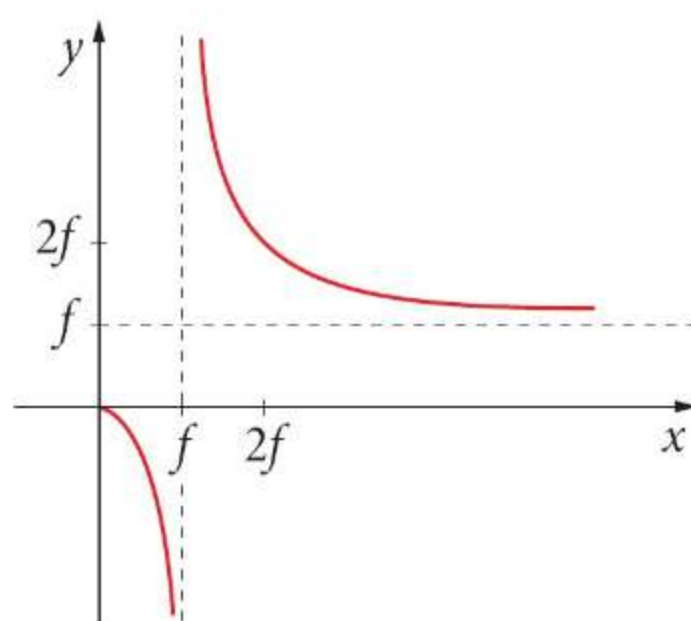


Rys. 32.8 Konstrukcja obrazu pozornego w soczewce skupiającej

Równanie (32.2) można łatwo przekształcić tak, aby przedstawić odległość obrazu od soczewki jako funkcję odległości przedmiotu od soczewki:

$$y = \frac{fx}{x-f}$$

Wykres tej funkcji przedstawiono na rysunku 32.9.

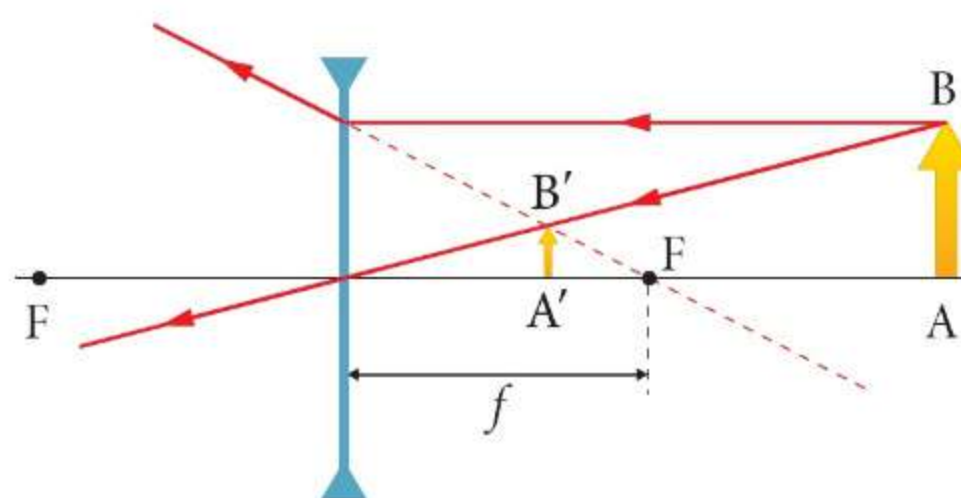


Rys. 32.9 Wykres zależności $y(x)$ dla soczewki skupiającej

Widzimy, że y może być liczbą dodatnią lub ujemną. Można sprawdzić, że $y < 0$, gdy $x < f$, co odpowiada sytuacji, w której promienie załamane w soczewce nie przecinają się, lecz są rozbieżne. Przedłużenia tych promieni przecinają się po tej samej stronie soczewki, po której znajduje się przedmiot, i tworzą **obraz pozorny**. Wobec tego y jest dodatnie, gdy obraz powstaje po przeciwnej stronie soczewki niż umieszczony przedmiot, a ujemne, gdy obraz powstaje po tej samej stronie, w odległości $|y|$ od soczewki. Dla obrazów pozornych $p = \frac{|y|}{x}$.

Dla $x = f$ nie ma obrazu, bo promienie załamane w soczewce są do siebie równoległe. Dla $f < x < 2f$ obraz jest rzeczywisty, powiększony i odwrócony, a dla $x > 2f$ – rzeczywisty, pomniejszony i odwrócony. Dla $x = 2f$ obraz jest rzeczywisty, odwrócony i tej samej wielkości co przedmiot.

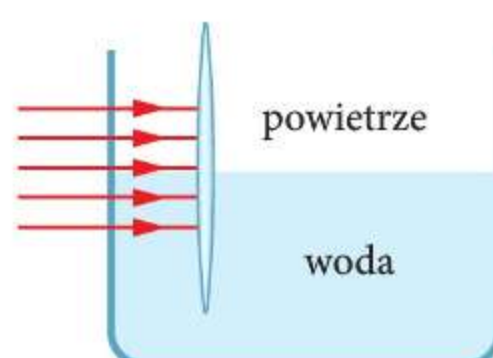
Dla soczewki wklęsłej można stosować równanie (32.2), o ile wstawimy przyjętą umowę ujemną wartość ogniskowej. Łatwo sprawdzić, że wtedy dla $x > 0$ otrzymujemy zawsze ujemne wartości y i $|y| < x$. Oznacza to, że obraz jest zawsze pozorny (czyli powstaje po tej samej stronie soczewki co ustawiony przedmiot) i pomniejszony (rys. 32.10).



Rys. 32.10 Konstrukcja obrazu w soczewce rozpraszającej

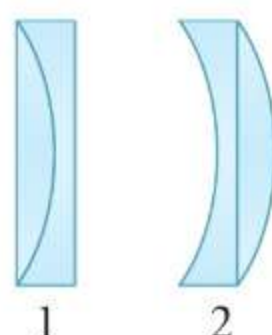
ZADANIA

- Wyjaśnij, dlaczego pozostawienie w lesie potłuczonych butelek może spowodować pożar.
- Oblicz ogniskową dwuwypukłej soczewki szklanej ($n_{sz} = 1,5$) o jednakowych promieniach krzywizn $r = 12$ cm:
 - w powietrzu ($n = 1$),
 - w wodzie ($n_w = 1,33$).
- Narysuj w zeszycie dalszy bieg równoległej wiązki promieni padającej na szklaną soczewkę dwuwypukłą w sytuacji, którą przedstawiono na rysunku 32.11. Załóż, że promienie świetlne padają na soczewkę blisko jej osi, a naczynie jest wystarczająco szerokie.



Rys. 32.11

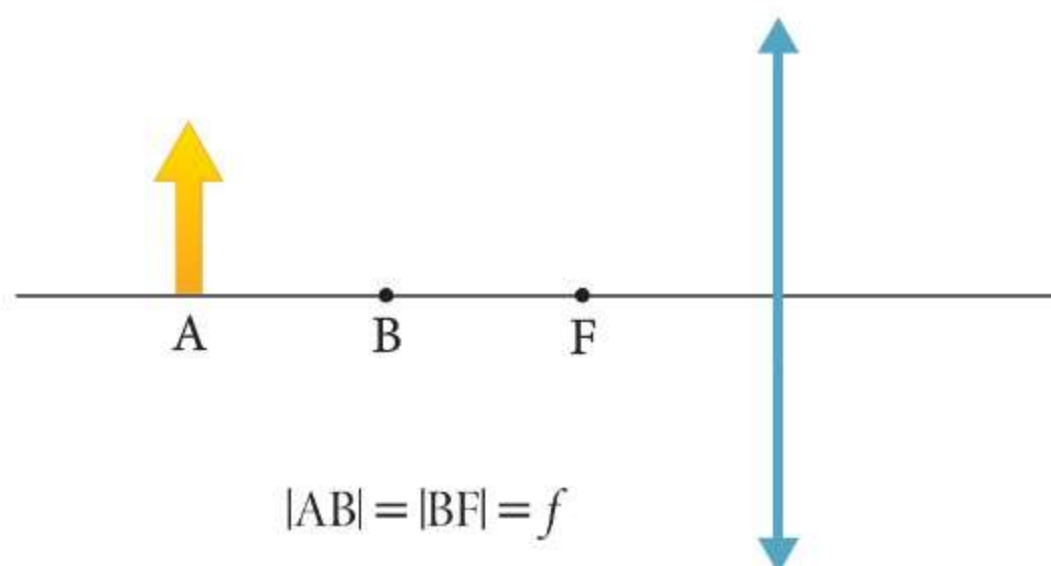
- Dwie soczewki: płasko-wypukłą i płasko-wklęsłą o jednakowych promieniach krzywizn i jednakowym współczynniku załamania złożono tak, jak na rysunku 32.12. Jaka jest zdolność skupiająca każdego układu?



Rys. 32.12

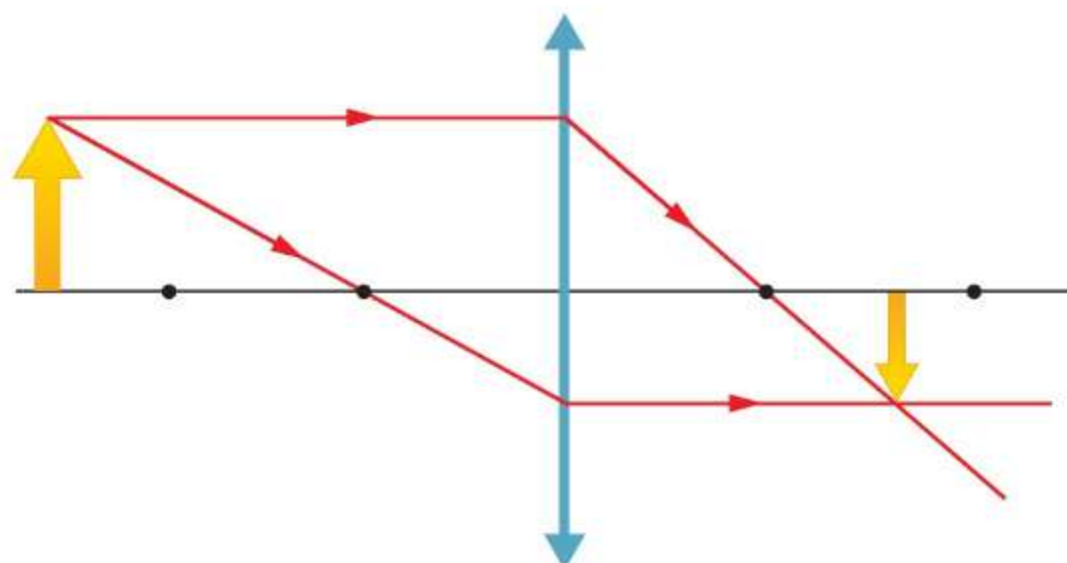
- Oblicz bezwzględny współczynnik załamania przezroczystego materiału, z którego wykonano cienką, płasko-wypukłą soczewkę skupiającą o promieniu krzywizny równym jej ogniskowej w powietrzu.
- Świecący przedmiot umieszczono przed soczewką dwuwypukłą w powietrzu. Narysuj obrazy, które powstaną w następujących przypadkach: $x > 2f$, $x = 2f$, $f < x < 2f$, $0 < x < f$. Wymień cechy tych obrazów. Narysuj bieg promieni w przypadku $x = f$.

7. Przedmiot o wysokości 2 cm ustawiono prostopadle do osi optycznej soczewki, w odległości 15 cm od niej. Zdolność skupiająca soczewki wynosi 10 dioptrii. Oblicz odległość obrazu od soczewki i jego wysokość.
8. Szklaną soczewkę dwuwypukłą o jednakowych promieniach krzywizn równych 12 cm umieszczono w takiej odległości od przedmiotu, że powiększenie otrzymanego na ekranie obrazu jest równe p . Oblicz odległość przedmiotu od ekranu w następujących przypadkach:
 a) $p = 2$, b) $p = 0,5$, c) $p = 1$.
 Współczynnik załamania szkła względem otoczenia (powietrza) wynosi 1,5.
9. Rzeczywisty, dwukrotnie pomniejszony obraz powstaje w odległości $y = 15$ cm od soczewki skupiającej. Oblicz jej ogniskową i zdolność skupiającą.
10. Oś optyczna soczewki dwuwypukłej to prosta przechodząca przez środki krzywizn obu powierzchni soczewki. Jak określisz oś optyczną soczewki płasko-wypukłej lub płasko-wklęsłej?
11. Świeący przedmiot przesunięto ruchem jednostajnym z szybkością $v = 1$ m/s w kierunku soczewki skupiającej od A do B (rys. 32.13). Oblicz szybkość średnią, z jaką poruszał się obraz tego przedmiotu. Zbliżał się on do soczewki czy od niej oddalał?



Rys. 32.13

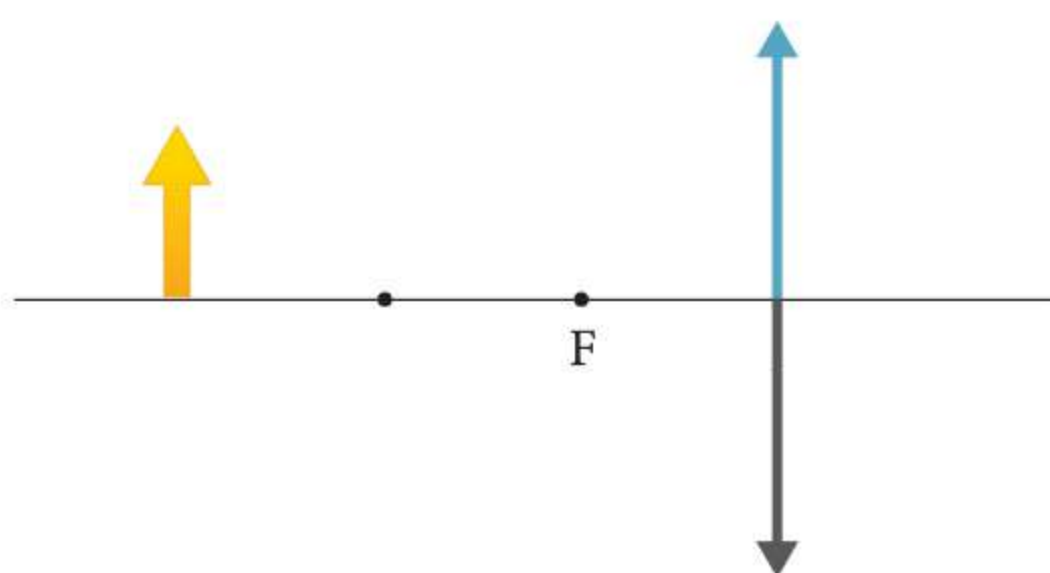
12. Rysunek 32.14 przedstawia powstawanie obrazu świecącej strzałki w soczewce. Ustal, jakie cechy będzie miał obraz, który powstanie po zastąpieniu soczewki inną, o dwukrotnie większej ogniskowej.



Rys. 32.14

13. W odległości 3 cm przed soczewką skupiającą o ogniskowej 5 cm umieszczono przedmiot o wysokości 1,5 cm. Oblicz odległość obrazu tego przedmiotu od soczewki i jego wysokość.

- 14.** Połowa soczewki jest wykonana z materiału przezroczystego, a druga z materiału nieprzezroczystego (rys. 32.15).



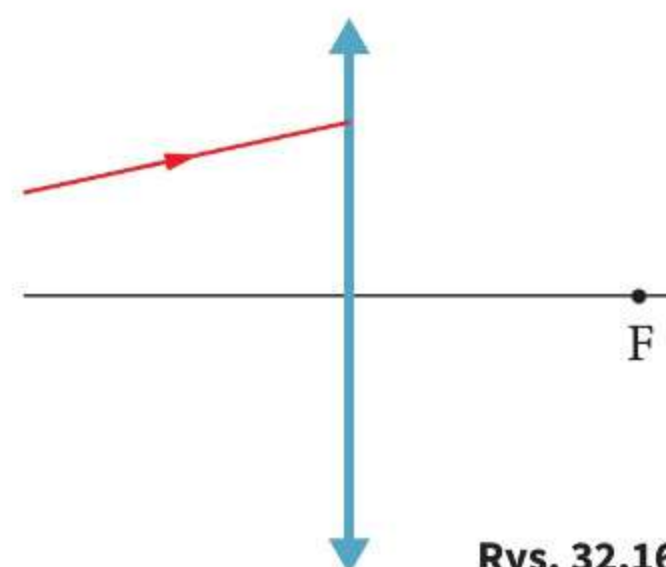
Rys. 32.15

Czy za pomocą takiej soczewki uzyskamy obraz? Jeśli tak, to czym będzie się różnił od obrazu uzyskanego w soczewce wykonanej w całości z materiału przezroczystego?

Wskazówka do zadań 15 i 16: Skorzystaj z informacji, że każda wiązka promieni do siebie równoległych po przejściu przez soczewkę skupia się w płaszczyźnie ogniskowej, tzn. przechodzącej przez ognisko i prostopadłej do osi optycznej.

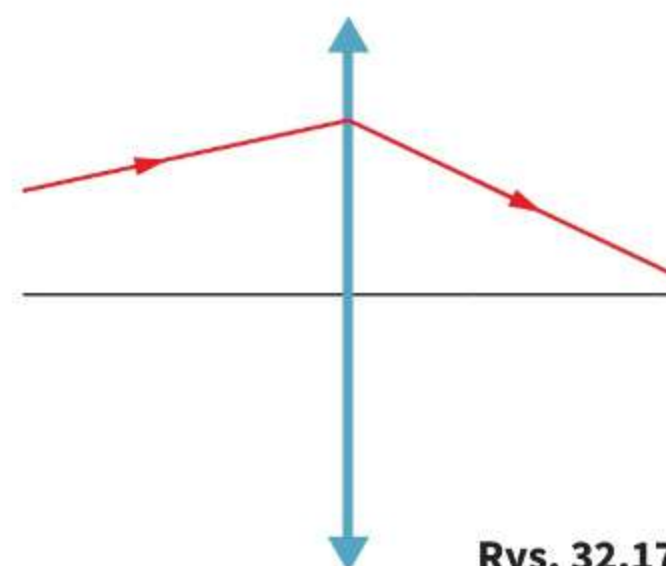
Narysuj promień pomocniczy, równoległy do padającego, przechodzący przez środek soczewki.

- 15.** Na soczewkę skupiającą o ognisku F pada promień świetlny – tak jak pokazuje rysunek. Wyznacz konstrukcyjnie (w zeszycie) dalszy bieg promienia po załamaniu w soczewce.



Rys. 32.16

- 16.** Na soczewkę skupiającą pada promień świetlny i po przejściu przez soczewkę załamuje się tak, jak pokazano na rysunku. Wyznacz konstrukcyjnie (w zeszycie) położenie ognisk po obu stronach soczewki.



Rys. 32.17

- 17.** Jeśli na soczewkę pada światło białe, ulega rozszczepieniu. Otrzymany obraz jest biały w miejscach, w których nakładają się wszystkie barwy, ale od zewnątrz powstaje czerwona lub fioletowa obwódka. Wyjaśnij, dlaczego obserwujemy taki efekt.

Wskazówka: Jak wiesz, soczewkę skupiającą możemy traktować jak dwa pryzmaty złożone podstawami. Skorzystaj także ze wzoru (32.1).



33. Lupa i oko. Wady wzroku

- Powiększenie kątowe obrazu oglądanego przez lupę
- Oko, akomodacja
- Wady wzroku – krótkowzroczność i dalekowzroczność

Przypomnij sobie konstrukcję obrazów powstających w soczewkach.

Lupa

Najprostszym przyrządem optycznym jest lupa, czyli soczewka skupiająca, którą należy umieścić między okiem a oglądanym przedmiotem tak, aby jej odległość od przedmiotu była mniejsza od ogniskowej soczewki.

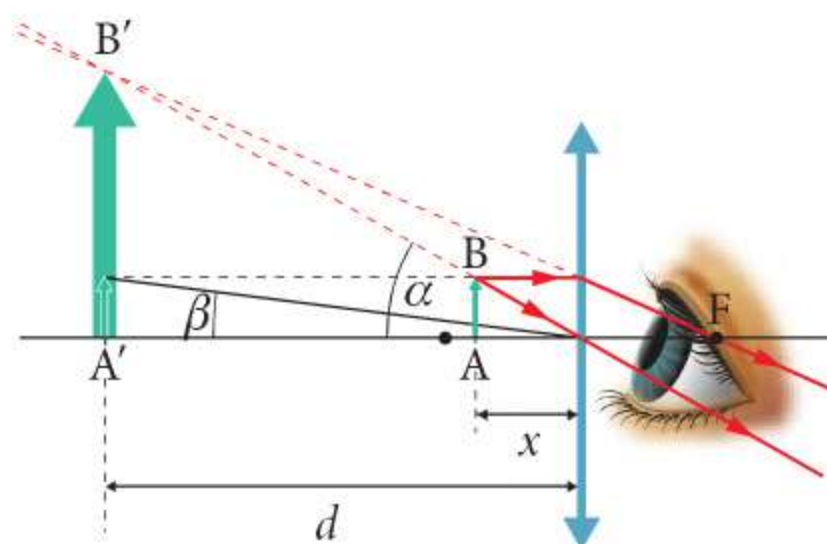
Otrzymany obraz jest wówczas pozorny, nieodwrócony i powiększony. Człowiekowi wygodnie jest oglądać ten obraz, gdy powstaje on w odległości $d \approx 25$ cm, zwanej odległością dobrego widzenia (patrz rys. 33.1).

Kąt widzenia jest to kąt utworzony przez promienie wychodzące ze skrajnych punktów oglądanego przedmiotu i wpadające do oka.

Wyprowadzimy wzór na **powiększenie kątowe lupy**:

$$p = \frac{\alpha}{\beta}$$

gdzie α jest kątem widzenia obrazu, a β kątem, pod którym widzielibyśmy przedmiot znajdujący się w odległości dobrego widzenia, jeśli nie używalibyśmy lupy (rys. 33.1).



Rys. 33.1 Obraz oglądany przez lupę

Jeśli kąty α i β są małe, można je zastąpić ich tangensami: $p = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$. Z rysunku 33.1 wynika, że:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{|AB|}{x} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{|AB|}{d} \quad \text{zatem} \quad p = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{d}{x}$$

Odległość x oglądanego przedmiotu od lupy obliczymy z równania soczewki, gdy przyjmiemy $y = -d$. Otrzymamy:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x} = \frac{d+f}{df}$$

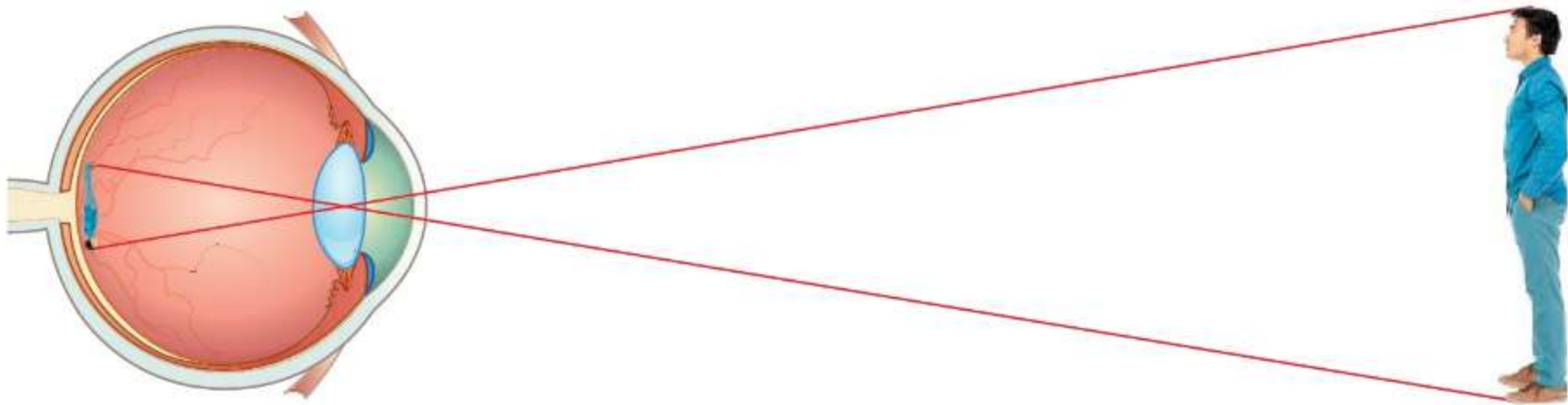
a zatem:

$$p = \frac{d+f}{f} = \frac{d}{f} + 1$$

Powiększenie jest tym większe, im mniejsza jest ogniskowa soczewki, a więc im większa jest jej zdolność skupiająca. Dla cienkich soczewek zbyt duże zmniejszanie ogniskowej nie jest możliwe. W praktyce powiększenie lupy rzadko przekracza 10.

Oko

Gałka oczna jest w przybliżeniu kulista. Blisko jej przedniej ściany znajduje się soczewka wypukła osłonięta tęczówką, w której centralnie jest umieszczony przezroczysty okrągły otwór – źrenica (o zmiennej średnicy, co umożliwia regulację ilości światła padającego na soczewkę). Na tylnej ścianie gałki ocznej znajduje się siatkówka z układem nerwów wzrokowych, które odbierają obrazy oglądanych przedmiotów (rys. 33.2).



Rys. 33.2 Oko, powstawanie obrazu

Skoro odległość y obrazu (czyli siatkówki) od soczewki jest stała, to wytworzenie ostrych obrazów przedmiotów położonych w różnych odległościach x od oka wymaga zmiany ogniskowej f soczewki zgodnie z równaniem soczewki (wzór 32.2). Jest to możliwe dzięki temu, że soczewka oczna jest wypełniona półpłynną substancją i mięśnie oka mogą zmieniać jej kształt. Tę właściwość soczewki oka nazywa się **akomodacją**.

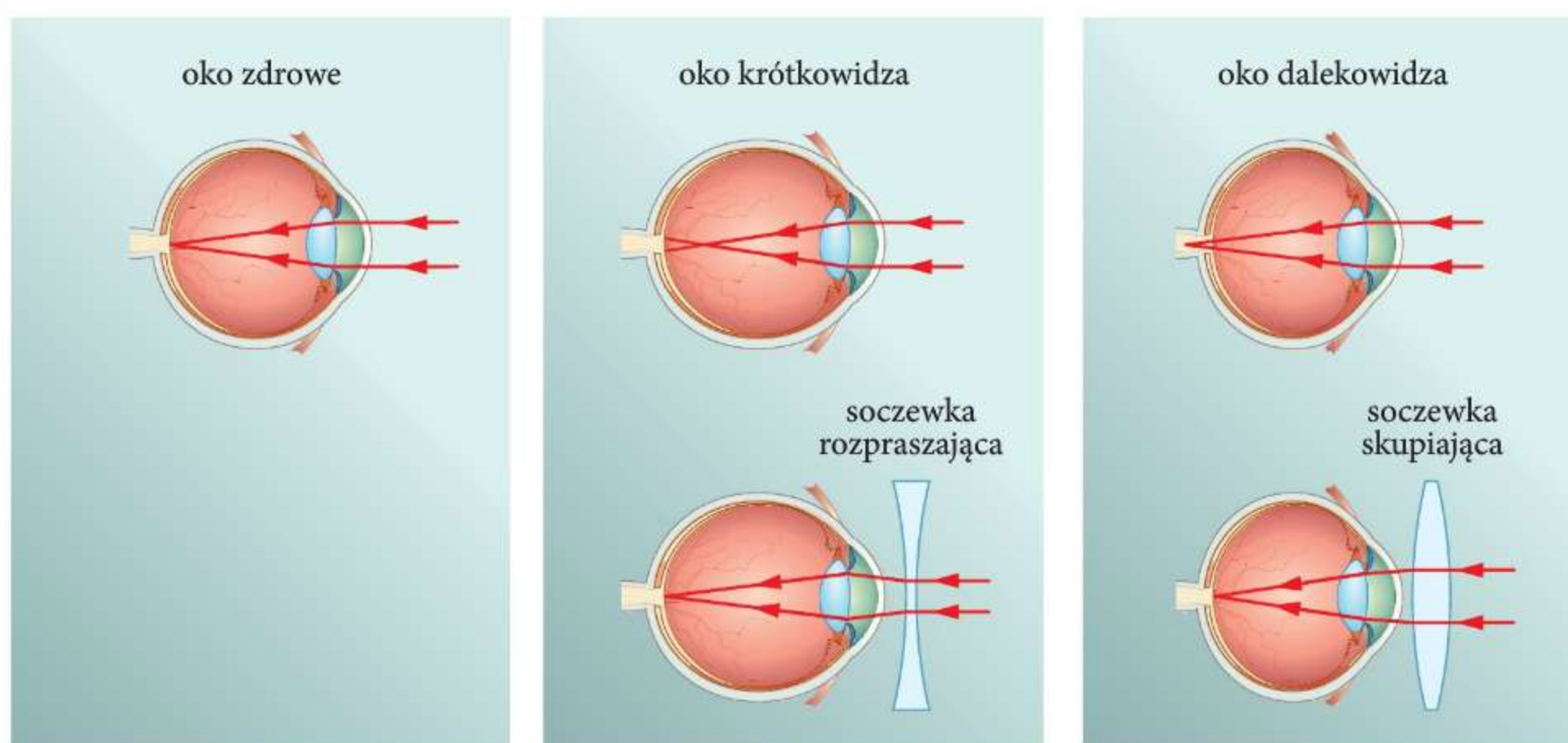
Gdy chcemy przez dłuższy czas utrzymać na siatkówce ostry obraz przedmiotu (np. stron czytanej książki), dobrze jest umieścić oglądany przedmiot w takiej odległości od oka, dla której ogniskowa może mieć „naturalną” długość, odpowiadającą kształtowi soczewki przy rozluźnionych mięśniach. Dla zdrowego oka odległość ta (zwana odległością dobrego widzenia i oznaczana przez d) wynosi 20–25 cm i jest dużo większa od podwójnej ogniskowej soczewki oka. To znaczy, że obraz utworzony na siatkówce jest znacznie pomniejszony i odwrócony, a nasz mózg przetwarza sygnały wysyłane przez nerwy wzrokowe do postaci prostej (nieodwróconej).

Jasność obrazu powstającego w oku jest tym większa, im większa jest średnica źrenicy oka.

Wady wzroku

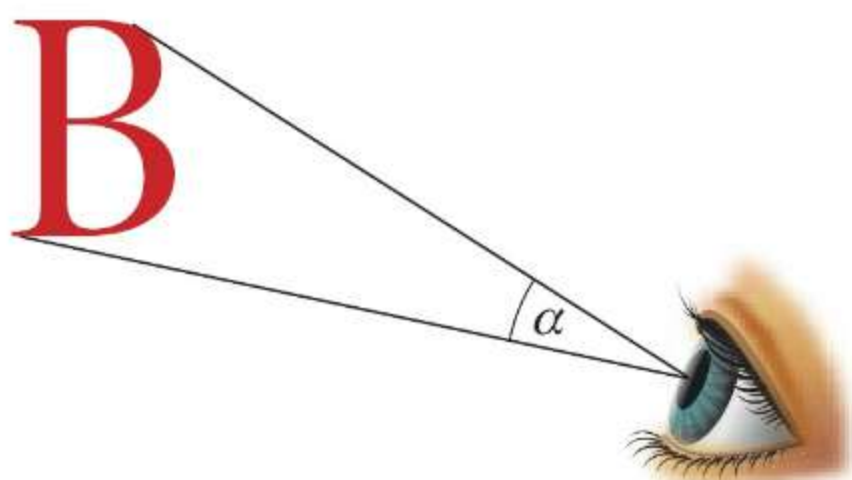
Oko może działać nieprawidłowo wskutek różnych wad wzroku. Najprostsze (i najczęstsze) z nich to **krótkowzroczność i dalekowzroczność**.

Krótkowidz ma wydłużoną gałkę oczną (rys. 33.3) i dla odległych przedmiotów soczewka nie może się wystarczająco „spłaszczyć” – jej ogniskowa jest za krótka i obraz powstaje przed siatkówką. Aby zwiększyć ogniskową, należy użyć okularów z soczewką rozpraszającą (o ujemnej zdolności skupiającej). Z kolei dalekowidz ma spłaszczoną gałkę oczną i dla bliskich przedmiotów soczewka jego oka nie może uzyskać dostatecznie małej ogniskowej – obraz powstaje za siatkówką. Wobec tego okulary dla dalekowidza muszą mieć soczewki skupiające (o dodatniej zdolności skupiającej).



Rys. 33.3 Wady wzroku – krótkowzroczność i dalekowzroczność

Skupiające soczewki okularów dalekowidza spełniają jeszcze jedno zadanie. Czcionki w książkach mają zwykle ustalone rozmiary, dobrane tak, aby dla odległości dobrego widzenia kąt między promieniami docierającymi do oka ze skrajnych punktów czcionki, czyli kąt widzenia czcionki, nie był zbyt mały (rys. 33.4).



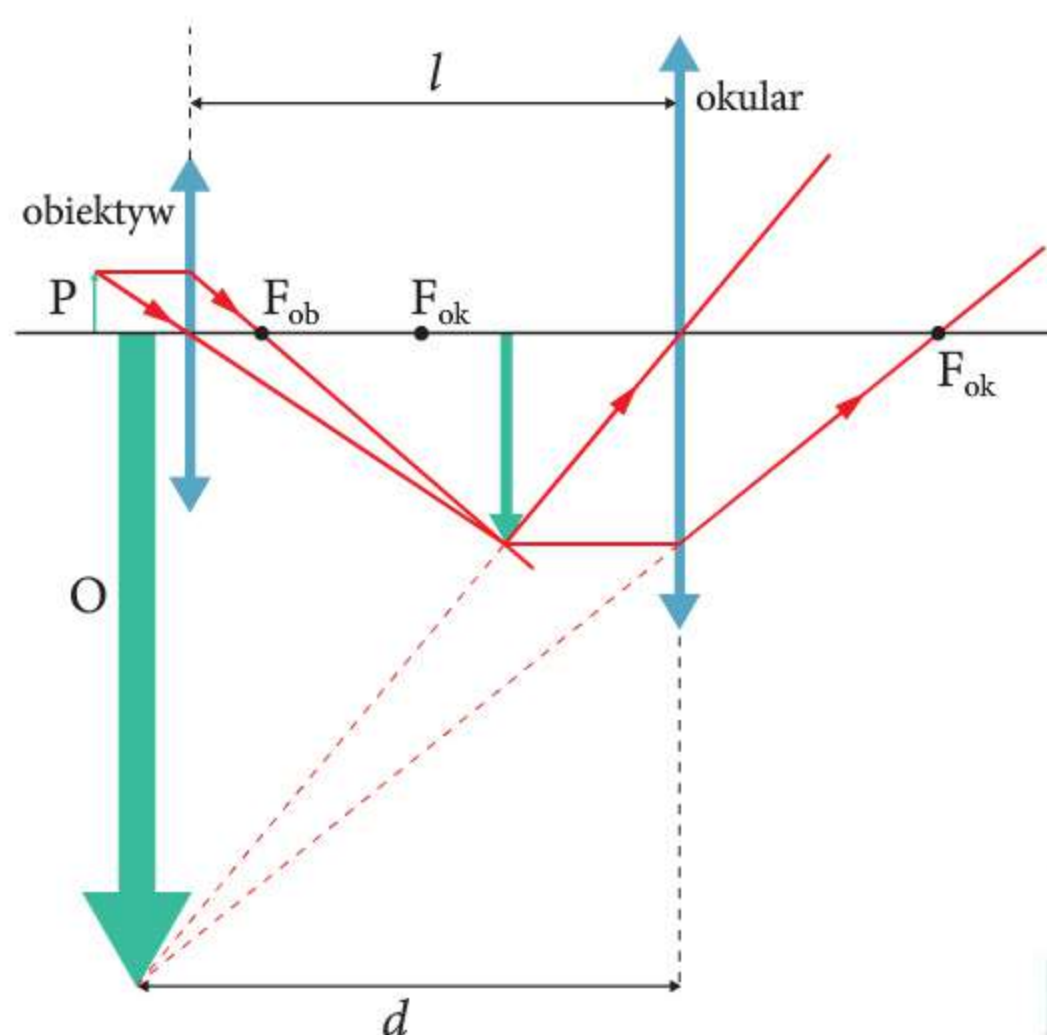
Rys. 33.4 Kąt widzenia przedmiotu

Dla dalekowidza odległość dobrego widzenia jest znacznie większa, a przez to kąt widzenia jest zbyt mały, aby oko rozpoznało czcionkę. Okulary sprawiają, że dalekowidz może podczas czytania trzymać książkę w takiej odległości, przy której kąt widzenia czcionek jest dostatecznie duży.

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Mikroskop

Ten przyrząd optyczny jest zbudowany z dwóch soczewek skupiających (w rzeczywistości są to układy soczewek): **obiektywu** (ob), umieszczonego w pobliżu oglądanego przedmiotu P, i **okularu** (ok), przez który patrzymy w głąb mikroskopu. Długość l tubusa to odległość obiektywu od okularu. Obiektyw jest małą soczewką o krótkiej ogniskowej (f_{ob}), a okular to większa soczewka o dłuższej ogniskowej (f_{ok}).



Rys. 33.5 Konstrukcja obrazu w mikroskopie

Aby w mikroskopie można było oglądać obraz, odległość przedmiotu od obiektywu musi być nieco większa od ogniskowej obiektywu (rys. 33.5). Obiektyw zapewnia powstanie obrazu między soczewkami; jest to obraz powiększony i odwrócony. Okular działa tak jak lupa, więc obraz utworzony przez obiektyw, będący przedmiotem dla okularu, musi się znaleźć bliżej okularu niż jego ognisko. Oglądany przez obserwatora obraz O powstaje w odległości dobrego widzenia d od oka (a więc w przybliżeniu także od okularu).

Powiększenie obrazu w mikroskopie jest iloczynem jego powiększenia przez obiektyw i przez okular.

$$p = p_{ob} \cdot p_{ok}$$

W dużym przybliżeniu $p_{ob} \approx \frac{l}{f_{ob}}$, a $p_{ok} \approx \frac{d}{f_{ok}}$, zatem powiększenie obrazu w mikroskopie:

$$p \approx \frac{ld}{f_{ob}f_{ok}}$$

Zastanów się, w jaki sposób – przy znanych ogniskowych obu soczewek, odległości przedmiotu od obiektywu x_{ob} i długości tubusa l – można obliczyć dokładnie powiększenie obrazu w mikroskopie.

ZADANIA

1. Soczewka dwuwypukła o jednakowych promieniach krzywizn jest wykonana ze szkła o współczynniku załamania 1,5. Użyta jako lupa przez człowieka, dla którego odległość dobrego widzenia wynosi 25 cm, powiększyła oglądany przedmiot 11 razy. Oblicz promień krzywizn powierzchni ograniczających tę soczewkę.
2. Paweł podczas czytania książki musi trzymać ją w odległości $x = 50$ cm od oka. Jakich okularów powinien używać, aby móc czytać z odległości $d = 25$ cm?
3. Gdy krótkowidz używa okularów o zdolności skupiającej $Z = -2$ D, widzi dobrze z odległości $d = 25$ cm. Oblicz odległość dobrego widzenia tego krótkowidza, gdy nie używa on okularów.
4. Krótkowidz widzi dobrze z odległości $x = 10$ cm. Oblicz zdolność skupiającą okularów, których musi on używać, by widzieć dobrze z odległości $d = 25$ cm.
5. Oblicz, jak zmieni się zdolność skupiająca soczewki twojego oka, gdy w czasie lekcji przeniesiesz wzrok z zeszytu leżącego na ławce na tablicę. Najpierw oszacuj odległość x_1 zeszytu oraz odległość x_2 tablicy od twoich oczu.



Zjawisko odbicia i załamania światła

Prawo odbicia

Kąt odbicia jest równy kątowi padania, a promień padający, promień odbity i prostopadła padania (normalna) leżą w jednej płaszczyźnie.

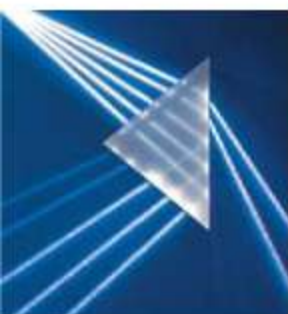
Światło padające na powierzchnię chropowatą rozprasza się w różnych kierunkach. Światło ulega także rozproszeniu na cząsteczkach pyłu i zawiesinach. Dzięki rozproszeniu widzimy obiekty, które nie są źródłami światła.

Prawo załamania

Stosunek sinusa kąta padania do sinusa kąta załamania jest dla danych dwóch ośrodków wielkością stałą, równą stosunkowi szybkości światła w tych dwóch ośrodkach i zwaną **względny współczynnik załamania** ośrodka, w którym światło się załamuje, i ośrodka, w którym pada.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{2/1} \quad n_{2/1} = \frac{n_2}{n_1}$$

Bezwzględny współczynnik załamania ośrodka to współczynnik załamania względem próżni $n = \frac{c}{v}$; współczynnik załamania próżni jest równy 1.



Całkowite wewnętrzne odbicie

Gdy światło przechodzi z ośrodka 2, w którym jego szybkość jest mniejsza, do ośrodka 1, w którym ma większą szybkość, to dla pewnego kąta padania kąt załamania w ośrodku 1 jest równy 90° . Taki kąt padania nazywamy kątem granicznym α_{gr} .

Gdy kąt padania jest większy od α_{gr} , zachodzi całkowite wewnętrzne odbicie.

$$\sin \alpha_{gr} = \frac{1}{n}$$

gdzie n jest względnym współczynnikiem załamania ośrodka 2 względem ośrodka 1 ($n = \frac{n_2}{n_1}$).

Zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia znalazło zastosowanie w **światłowodach**, którymi można przesyłać bardzo dużo informacji w krótkim czasie.



Zwierciadła

Obraz przedmiotu (który nie jest punktem) w zwierciadłach płaskich jest pozorny (każdy jego punkt powstaje na przecięciu przedłużeń promieni odbitych), prosty (nieodwrócony) i tej samej wielkości co przedmiot. Obraz względem zwierciadła jest położony symetrycznie do przedmiotu.

Główna oś optyczna zwierciadła sferycznego to prosta przechodząca przez środek zwierciadła i jego środek krzywizny. Jeśli promień świetlny padający na zwierciadło jest równoległy do osi, to punkt przecięcia promienia odbitego z osią jest ogniskiem F, którego odległość od środka zwierciadła jest **ogniskową** f .

$$f = r \left(1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} \right)$$

gdzie r jest promieniem krzywizny zwierciadła, a α – kątem padania. Dla bardzo małych kątów padania (tzn. dla promieni przyosiowych) $f \approx \frac{r}{2}$.

Aby znaleźć obraz punktu P w zwierciadle kulistym, rysujemy dwa wybrane spośród trzech promieni wychodzących z tego punktu: 1) równoległy do osi, który po odbiciu przechodzi przez ognisko, 2) padający przez ognisko, który po odbiciu biegnie równoległe do osi, 3) padający przez środek krzywizny, który po odbiciu wraca po tej samej prostej.

Równanie zwierciadła wklęsłego:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

gdzie x i y to odpowiednio: odległość przedmiotu i obrazu od środka zwierciadła.

Powiększenie obrazu $p = \frac{|y|}{x}$.

- ▶ Gdy $x > f$, w zwierciadle wklęsłym otrzymujemy **obrazy rzeczywiste i odwrócone**.
- ▶ Gdy $x < f$, w zwierciadle wklęsłym obrazy są **pozorne, proste (nieodwrócone) i powiększone**.

W **zwierciadle wypukłym** otrzymujemy zawsze (niezależnie od odległości przedmiotu) **obrazy pozorne, proste i pomniejszone**.



Odchylenie promienia świetlnego w pryzmacie. Rozszczepienie światła

Promień światła monochromatycznego (jednobarwnego) po przejściu przez pryzmat ulega odchyleniu od pierwotnego kierunku o kąt ε , który wyraża się wzorem:

$$\varepsilon = \alpha + \delta - \varphi$$

gdzie α jest kątem padania, δ – kątem załamania w ośrodku po wyjściu przez przeciwległą ścianę pryzmatu, a φ – kątem łamiącym pryzmatu, zawartym między ścianami.

Dla małych kątów padania i małych kątów łamiących możemy stosować wzór przybliżony:

$$\varepsilon = (n - 1)\varphi$$

gdzie n jest względnym współczynnikiem załamania materiału pryzmatu względem otoczenia.

Jeśli **na pryzmat pada światło białe**, to w pryzmacie **ulega rozszczepieniu na barwną tęczę**: jej skrajne barwy to czerwona (cz) i fioletowa (f). Dzieje się tak dlatego, że $n_f > n_{cz}$, co świadczy o tym, że w pryzmacie $v_f < v_{cz}$. W wyniku tej różnicy światło fioletowe po przejściu przez pryzmat zostaje bardziej odchylone od pierwotnego kierunku niż światło czerwone.

W materiale pryzmatu długości fal światła czerwonego i fioletowego są n razy mniejsze niż w próżni; częstotliwości światła o poszczególnych barwach nie ulegają zmianie podczas przechodzenia z otoczenia do pryzmatu.

Płytką równoległościenną nie rozszczepia światła białego.



Soczewki

Soczewki wypukłe (dwuwypukłe, płasko-wypukłe i wklęsło-wypukłe) wykonane z materiału o współczynniku załamania (względem otoczenia) $n > 1$ są skupiające. Soczewki wklęsłe (dwuwklęsłe, płasko-wklęsłe i wypukło-wklęsłe) o $n > 1$ są rozpraszające. Jeśli $n < 1$ – jest odwrotnie.

Wszystkie informacje odnoszą się do soczewek cienkich.

Oś optyczna soczewki to prosta przechodząca przez środki krzywizn obydwu jej powierzchni, a jeśli jest to soczewka z jednej strony ograniczona płaszczyzną, to oś optyczna jest do tej płaszczyzny prostopadła i przechodzi przez środek krzywizny powierzchni kulistej. Ognisko F to punkt przecięcia z osią optyczną promieni świetlnych po załamaniu w soczewce, jeśli padały na nią równoległe do osi. Niezależnie od kształtu soczewki, ogniska po obu stronach znajdują się w takiej samej odległości od środka soczewki. Odległość ta nosi nazwę **ogniskowej** f .

Ognisko pozorne soczewki wklęsłej to punkt przecięcia z osią optyczną przedłużeń promieni załamanych w soczewce, jeśli promienie padały równoległe do osi.

Ogniskowa soczewki zależy od współczynnika załamania n materiału względem otoczenia i od promieni krzywizn r_1 i r_2 .

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

Ogniskowej soczewki rozpraszającej oraz promieniom krzywizn powierzchni wklęsłych przypisujemy umownie znaki minus.

Zdolnością skupiającą Z soczewki nazywamy odwrotność jej ogniskowej.

$$Z = \frac{1}{f} \quad 1 \text{ dioptria (1 D)} = \frac{1}{\text{m}}$$

Zdolność skupiająca układu składającego się z cienkich soczewek, znajdujących się blisko siebie, jest równa sumie ich zdolności skupiających.

Równanie soczewki:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \quad y = f(x) = \frac{fx}{x-f}$$

gdzie x i y to odpowiednio odległość przedmiotu i odległość obrazu od środka soczewki.

Powiększenie obrazu $p = \frac{|y|}{x}$.

Do wykonania konstrukcji obrazu punktu wykorzystujemy dowolne dwa spośród trzech wychodzących z niego promieni świetlnych: 1) promień równoległy do osi optycznej, który po załamaniu przechodzi przez ognisko, 2) promień przechodzący przez środek soczewki bez zmiany kierunku, 3) promień padający przez ognisko – po załamaniu biegnie równoległe do osi.

- ▶ Gdy $x > f$, obrazy **w soczewkach skupiających** są **rzeczywiste, odwrócone, powiększone lub pomniejszone** (dla $x = 2f$ równe przedmiotowi).
- ▶ Gdy $x < f$, obrazy są **pozorne, powiększone i proste**.

Soczewki rozpraszające dają zawsze **obrazy pozorne, proste i pomniejszone**.



Lupa i oko. Wady wzroku

Lupa to soczewka skupiająca, która daje obrazy pozorne, proste i powiększone; przedmiot oglądany przez lupę jest umieszczony w odległości $x < f$ takiej, aby obraz powstawał w tzw. odległości dobrego widzenia od oka ($d \approx 25 \text{ cm}$).

Powiększenie kątowe:

$$p = \frac{\alpha}{\beta}$$

gdzie α jest kątem widzenia obrazu przez lupę, a β – kątem, pod którym widzielibyśmy przedmiot z odległości dobrego widzenia, jeśli nie używalibyśmy lupy. Powiększenie kątowe lupy zależy od jej ogniskowej:

$$p = \frac{d}{f} + 1$$

W przedniej części gałki ocznej znajduje się tęczówka z okrągłym otworem, zwanym źrenicą, a za nią soczewka skupiająca, której kształt może się zmieniać dzięki odpowiednim mięśniom. Powstające na siatkówce (w tylnej ścianie gałki ocznej) **obrazy są rzeczywiste, odwrócone i znacznie pomniejszone**.

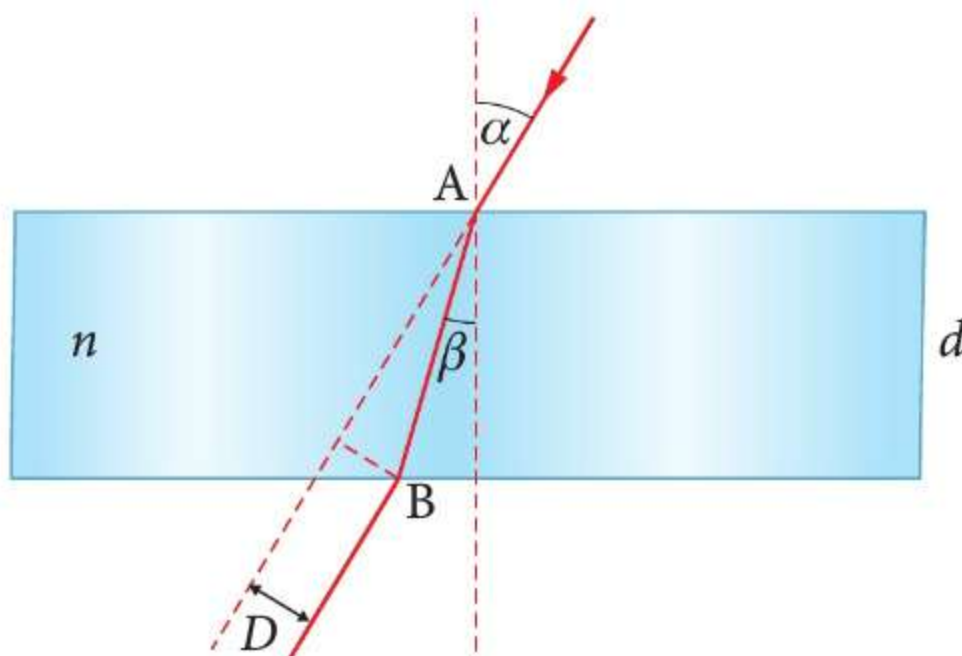
- ▶ Średnica gałki ocznej, a zarazem odległość y powstających obrazów od soczewki oka jest stała.
- ▶ Regulacja jasności obrazów, czyli ilości światła wpadającego do oka, odbywa się przez zmianę średnicy źrenicy.
- ▶ Regulacja ostrości obrazów oglądanych z różnych odległości x od oka następuje przez tzw. **akomodację**, czyli przez zmianę kształtu soczewki, a więc jej ogniskowej.

Odległość dobrego widzenia to taka odległość, w której powinien się znaleźć oglądany przedmiot, aby mięśnie utrzymujące soczewkę były rozluźnione.

Najczęstsze wady wzroku to **krótkowzroczność** (gałka oczna wydłużona wzdłuż osi soczewki) i **dalekowzroczność** (gałka oczna spłaszczona wzdłuż tej osi). W pierwszym przypadku obrazy zbyt dalekich przedmiotów powstają przed siatkówką, a w drugim (zbyt bliskich) – za nią. **Krótkowzroczność koryguje się przez zastosowanie soczewek rozpraszających, a dalekowzroczność przez zastosowanie soczewek skupiających** o odpowiednio dobranych zdolnościach skupiających.



- W przypadku zwierciadeł kulistych zwykle korzystamy z przybliżonego wzoru: $f = \frac{r}{2}$ (ogniskowa zwierciadła jest równa połowie jego promienia krzywizny). Związek ten jest spełniony dla małych kątów padania promieni świetlnych na zwierciadło.
 - Oblicz (z dokładnością do 1°), dla jakich kątów padania promieni równoległych do osi zwierciadła popełniamy błąd względny mniejszy niż 2%.
 - Oblicz, jaką częścią promienia krzywizny powinna być wówczas odległość promienia padającego od osi zwierciadła.
- W odległości $x_1 = 1,50f$ od zwierciadła kulistego wklęsłego o ogniskowej f umieszczono przedmiot, który następnie zbliżono do zwierciadła na odległość $x_2 = 1,25f$. Oblicz:
 - o ile wzrosła odległość obrazu od zwierciadła,
 - ile razy wzrosło powiększenie obrazu.
- Promień świetlny padający na powierzchnię płytki równoległościennej wychodzi z niej bez zmiany kierunku, zostaje jedynie przesunięty równolegle (rysunek). Współczynnik załamania materiału płytki (szkło) $n = 1,5$, a jej grubość $d = 2$ cm.



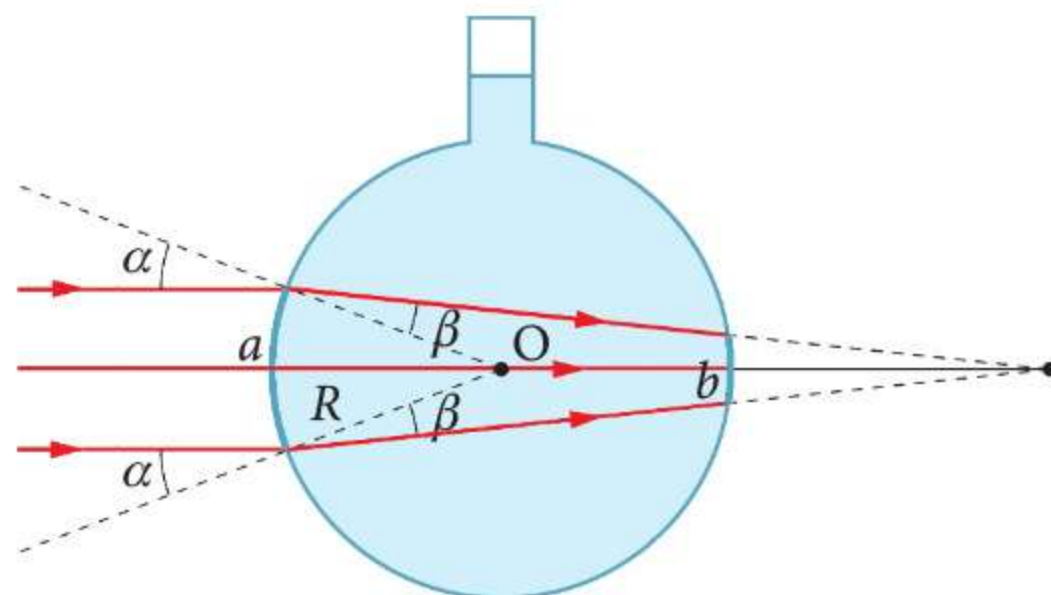
3.1. Wykaż, że dla małych kątów padania α przesunięcie promienia można wyrazić wzorem:

$$D = d \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \alpha$$

Wskazówka: Skorzystaj z przybliżeń: $\sin \alpha = \alpha$, $\cos \alpha = 1$.

3.2. Oblicz wartość liczbową przesunięcia D dla kąta padania $\alpha = 6^\circ$.

- Współczynnik załamania cieczy można oszacować dzięki wykonaniu prostego doświadczenia.
Napełniamy kulistą kolbę cieczą i kierujemy na nią wąską, równoległą wiązkę światła tak, jak pokazano na rysunku. Średnica a wiązki jest znacznie mniejsza od średnicy kolby. Na przeciwległej ścianie powstaje oświetlony krążek. Mierzymy średnice padającej wiązki (a) i krążka (b). Przy znanym stosunku tych wielkości ($k = \frac{a}{b}$) obliczamy współczynnik załamania cieczy.



4.1. Wyprowadź wzór na współczynnik załamania cieczy i oblicz jego wartość liczbową dla silnie stężonego wodnego roztworu cukru, dla którego $k = 3$.

Wskazówka: Ze względu na małą szerokość wiązki światła możemy przyjąć, że sinusy kątów α i β są równe samym kątom w mierze łukowej.

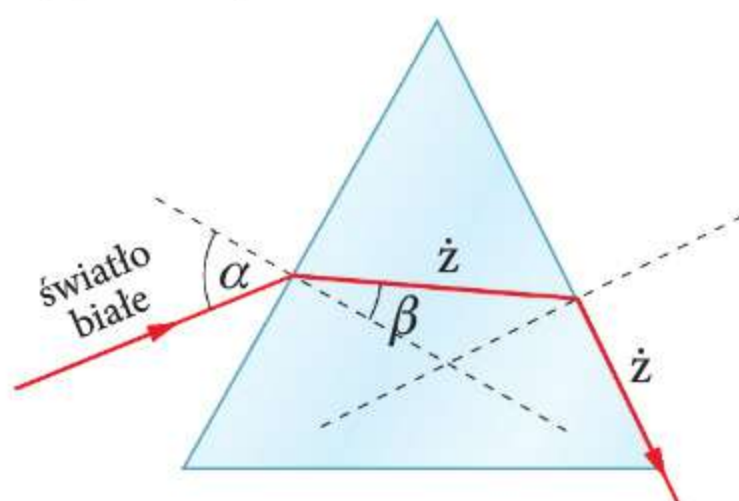
4.2. Oblicz, ile musiałby wynosić współczynnik załamania zawartej w kolbie cieczy, aby na przeciwległej ścianie powstał punkt świetlny.

5. Na pryzmat o kącie łamiącym $\varphi = 50^\circ$, wycięty ze szkła ołowiowego, pada wiązka światła białego pod kątem $\alpha = 60^\circ$.

Oblicz z dokładnością do $0,5^\circ$ kąt, który tworzą z sobą po wyjściu z pryzmatu promienie światła czerwonego i fioletowego.

Współczynniki załamania skrajnych barw są równe: $n_{cz} = 1,87$, $n_f = 1,96$.

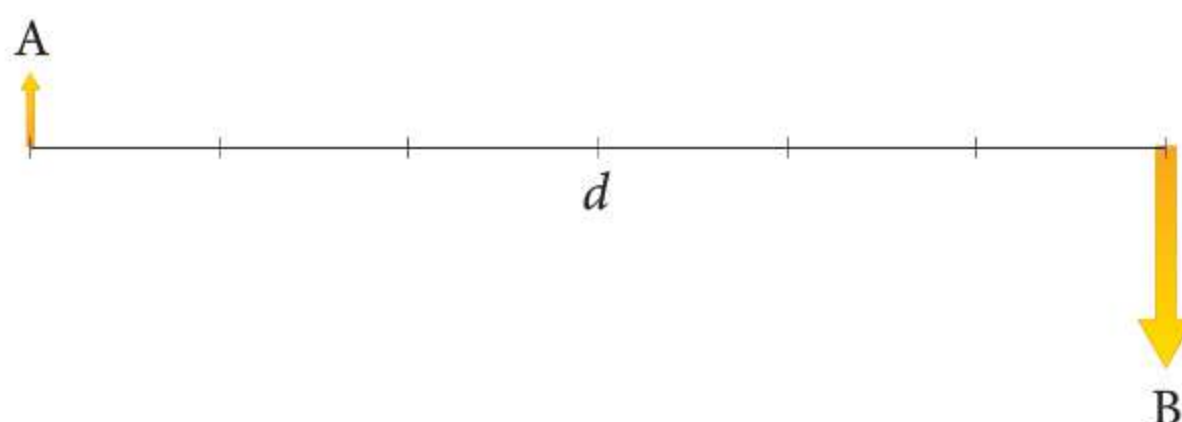
6. Na pryzmat pada wiązka światła białego. Gdy dobierzemy odpowiedni kąt padania α , to okaże się, że promień żółty ($\dot{z}$) po załamaniu na przeciwległej ścianie pryzmatu ślizga się po jej powierzchni (rysunek).



6.1. Opisz bieg promieni światła czerwonego i fioletowego. Zilustruj ten opis (przerysuj powyższy rysunek do zeszytu i go uzupełnij).

6.2. Podaj uzasadnienie opisanego biegu promieni.

7. Odległość między przedmiotem a obrazem rzeczywistym wytworzonym przez soczewkę wynosi $d = 60$ cm. Powiększenie obrazu $p = 3$. Na rysunku punkty A i B oznaczają wierzchołki przedmiotu i obrazu.



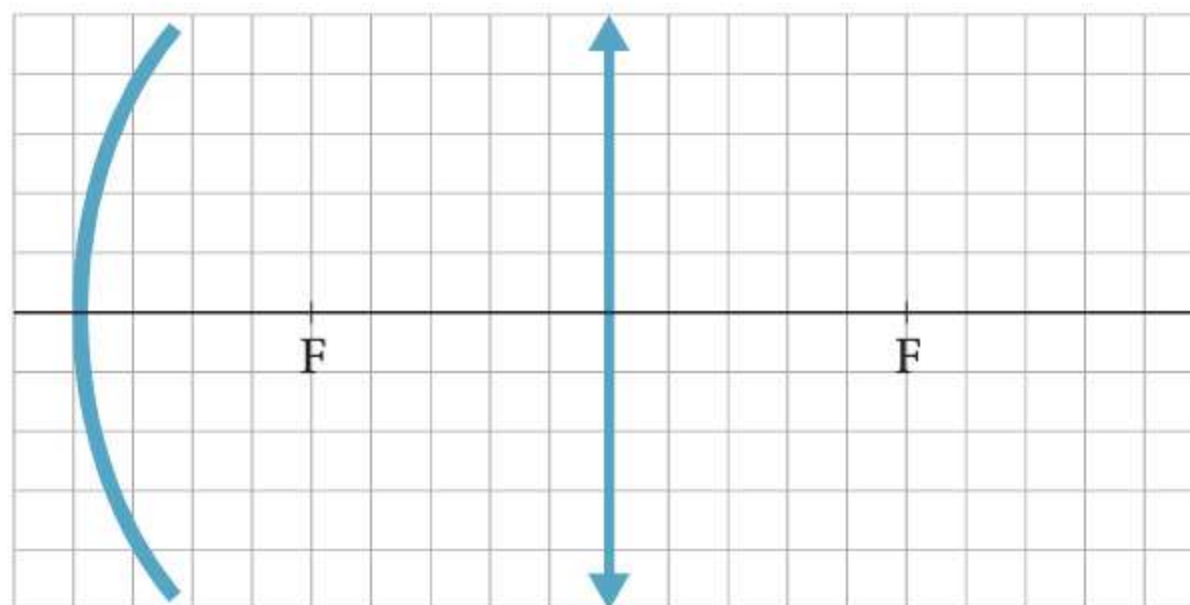
- 7.1.** Wyznacz (w zeszycie) konstrukcyjnie położenie soczewki i obydwu jej ognisk. Opisz konstrukcję.
- 7.2.** Oblicz odległość przedmiotu od soczewki i ogniskową soczewki. Porównaj wyniki obliczeń z wykonanym wcześniej rysunkiem.
- 8.** Wyprowadź związek między ogniskową f a promieniem krzywizny r lub promieniami krzywizn $r_1 = r_2 = r$ dla:
- szklanej soczewki ($n = 1,5$) płasko-wypukłej,
 - szklanej soczewki dwuwypukłej o jednakowych promieniach krzywizn,
 - diamantowej soczewki ($n = 2,4$) płasko-wypukłej,
 - diamantowej soczewki dwuwypukłej o jednakowych promieniach krzywizn.
- 9.** Soczewka płasko-wklęsła wykonana ze szkła flintowego o współczynniku załamania $n_1 = 1,60$ ma promień krzywizny $r = 40$ cm.
- 9.1.** Oblicz zdolność skupiającą tej soczewki.
- 9.2.** Soczewkę położono na poziomej powierzchni i do wgłębienia nalano wody o współczynniku załamania $n_2 = 1,33$.
Oblicz zdolność skupiającą układu soczewek.
- 10.** Odległość dobrego widzenia krótkowidza $d_1 = 17$ cm.
- 10.1.** Oblicz zdolność skupiającą soczewek okularów, których powinien używać krótkowidz, aby móc czytać swobodnie z odległości $d_2 = 25$ cm.
- 10.2.** Oblicz, z jakiej odległości d_3 krótkowidz mógłby czytać swobodnie, gdyby zdolność skupiająca Z jego okularów była równa $-1,2$ D.
 Uwaga: Podczas rozwiązywania zadania pomijamy fakt, że soczewki okularów znajdują się w pewnej (niewielkiej) odległości od oczu, a nie stykają się z nimi bezpośrednio.
- 11.** Każdemu zjawisku opisanemu w zdaniach od 1 do 4 przyporządkuj jego przyczynę spośród A–F.
- Promień świetlny w ośrodku materialnym może biec po linii krzywej.
 - Natężenie wiązki światła przechodzącego przez ośrodek materialny ulega stopniowemu zmniejszeniu.
 - Zachodzące Słońce ma często barwę czerwoną.
 - Światło białe przy przejściu z próżni do ośrodka materialnego ulega rozszczepieniu.
- Światło długofalowe podczas przejścia przez atmosferę rozprasza się silniej niż krótkofalowe.
 - Światło krótkofalowe podczas przejścia przez atmosferę rozprasza się silniej niż długofalowe.
 - Współczynnik załamania ośrodka zależy od czasu.
 - Współczynnik załamania ośrodka zależy od położenia warstwy.
 - Współczynnik załamania ośrodka zależy od długości fali.
 - Światło rozprasza się na cząsteczkach ośrodka.

12. Do każdej sytuacji opisanej w zdaniach od 1 do 4 dobierz kojarzące się z nią pojęcie spośród A–G.

1. Gdy na pryzmat pada wiązka światła białego, to może się zdarzyć, że przez drugą ścianę pryzmatu wychodzi tylko pomarańczowa i czerwona część wiązki.
2. Jeśli soczewkę ustawimy dostatecznie blisko przedmiotu, to zaobserwujemy jego obraz nieodwrócony i powiększony.
3. W pewnych przypadkach obrazy utworzone przez zwierciadła wklęsłe i soczewki skupiające można obserwować na ekranie.
4. Przemek zakłada okulary, aby sztucznie zwiększyć zdolność skupiającą swoich oczu.

- A. lupa
- B. mikroskop
- C. selektywne rozproszenie
- D. całkowite wewnętrzne odbicie
- E. dalekowidz
- F. krótkowidz
- G. obrazy rzeczywiste

13. Zwierciadło kuliste wklęsłe i soczewkę skupiającą umieszczono na wspólnej osi optycznej w odległości wzajemnej równej sumie ich ogniskowych (rysunek). Po prawej stronie układu w ognisku F soczewki umieszczono punkt świetlny (np. małe włókno świecącej żarówki).



Na podstawie konstrukcji sporządzonej w zeszycie wskaż poprawne dokończenie zdania.

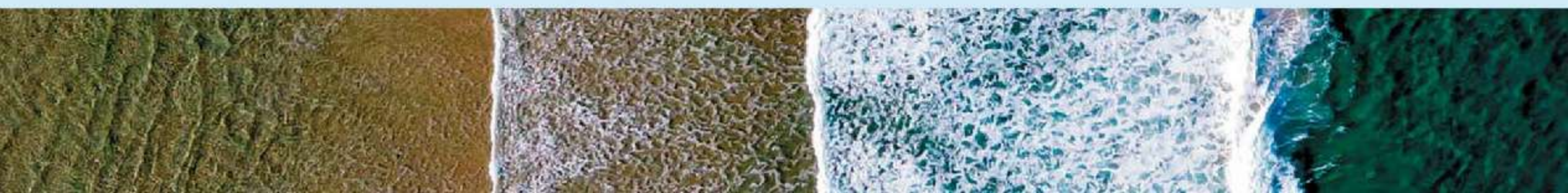
Światło włókna żarówki po załamaniu w soczewce, odbiciu od zwierciadła i ponownym przejściu przez soczewkę utworzy wiązkę

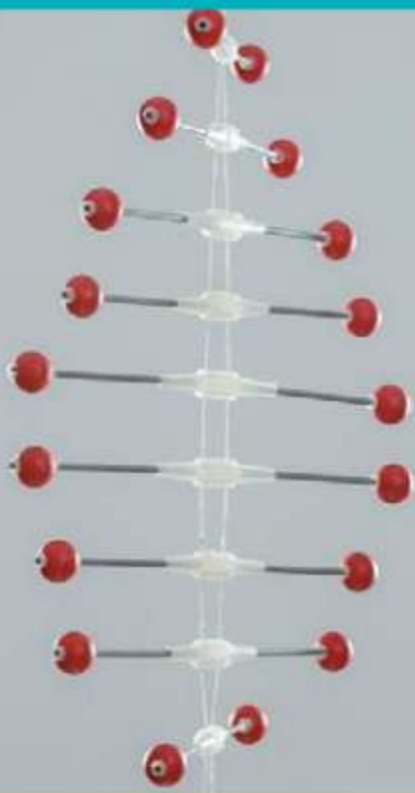
- A. rozbieżną.
- B. zbieżną, skupioną na osi układu w punkcie leżącym bliżej soczewki niż jej ognisko.
- C. zbieżną, skupioną na osi optycznej układu w punkcie leżącym dalej od soczewki niż jej ognisko.
- D. równoległą.



FALE MECHANICZNE

- Fale i wielkości służące do ich opisu
- Matematyczny opis fali płaskiej
- Interferencja fal płaskich i jej matematyczny opis
- Zasada Huygensa i jej konsekwencje
- Fale akustyczne i zastosowanie ultradźwięków w medycynie
- Zjawisko Dopplera





34. Pojęcie fali. Fale podłużne i poprzeczne

- Definicja fali mechanicznej
- Sprężystość postaci ośrodka (cecha ciał stałych) warunkiem rozchodzenia się w ośrodku fali poprzecznej
- Sprężystość objętości (cecha ciał we wszystkich stanach skupienia) warunkiem rozchodzenia się fali podłużnej

Przypomnij sobie, co wiesz o falach mechanicznych i elektromagnetycznych, o rodzajach fal elektromagnetycznych, o cechach wspólnych i różnicach w rozchodzeniu się fal mechanicznych i elektromagnetycznych.

Zjawisko ruchu falowego znasz już z klasy ósmej; była wtedy mowa m.in. o falach rozchodzących się na powierzchni wody i w wężu gumowym, a także o falach głosowych, które rozchodzą się np. w powietrzu. Takie fale, rozchodzące się w ośrodkach sprężystych, nazywamy **falami sprężystymi** lub **mechanicznymi**. Konieczność istnienia ośrodka powoduje, że fale mechaniczne nie rozchodzą się w próżni.

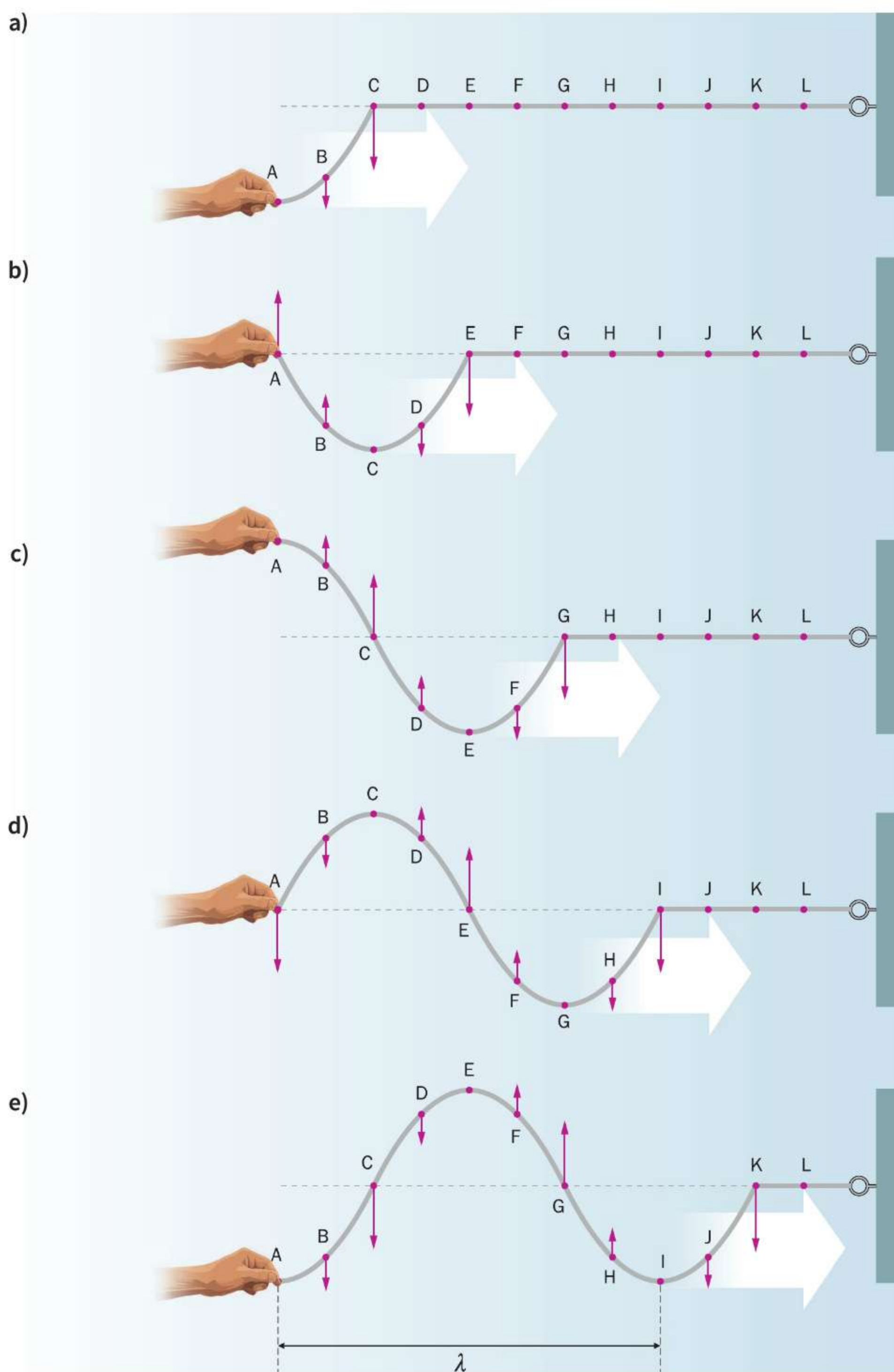
Fala mechaniczna to zaburzenie rozchodzące się w ośrodku sprężystym i przenoszące energię, a polegające na drganiach cząsteczek ośrodka wokół położenia równowagi.

Rysunki 34.1 i 34.3 przedstawiają modele **fali poprzecznej** i **podłużnej**.

Na rysunku 34.1 pokazano układ kulek połączonych gumową tasiemką. Gdy pierwszą kulkę wyprowadzimy z położenia równowagi np. w dół, to druga, pociągnięta przez gumową taśmę, też zacznie się poruszać w dół, aczkolwiek z pewnym opóźnieniem. Druga kulka pociągnie trzecią, trzecia – czwartą itd. Wychylenie będzie się przenosić coraz dalej. Przedstawione na rysunku strzałki obrazują prędkości kulek (jak zapewne pamiętasz, ciało drgające największą prędkość ma w położeniu równowagi i na chwilę zatrzymuje się przy maksymalnym wychyleniu).

Mówimy, że wzdłuż układu kulek biegnie fala poprzeczna. Kulki nie przemieszczają się wraz z falą, wykonują jedynie **drgania poprzeczne** (tzn. drgają prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali). W opisanym modelu odkształcenie przenosi się na następne kulki dzięki wzajemnemu oddziaływaniu kulek za pośrednictwem gumki, w ośrodku sprężystym następuje to wskutek wzajemnego oddziaływania cząsteczek siłami międzycząsteczkowymi.

Podobne zjawisko obserwujemy na wężu gumowym, którego jeden koniec jest przymocowany do ściany, a drugim, trzymanym w ręku, lekko potrząsamy.



Rys. 34.1 Model rozchodzenia się fali poprzecznej

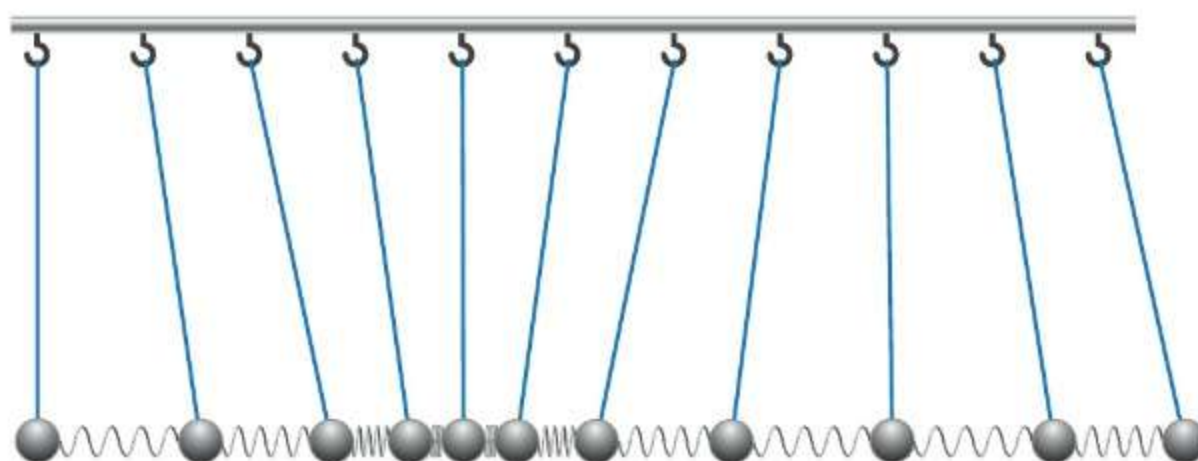
Możemy też na powierzchni wody położyć lekkie ciało (np. kawałek korka) i delikatnie je przyciskać, by spowodować zaburzenie stanu ośrodka polegające na wychyleniu z położenia równowagi grupy cząsteczek wody (rys. 34.2). Zauważymy wówczas, że korek poruszany przez te cząsteczki unosi się w górę i w dół, a fala rozchodzi się po wodzie we wszystkie strony ze stałą szybkością, charakterystyczną dla ośrodka, w którym ją wytworzyliśmy.



Rys. 34.2 Rozchodzenie się fali poprzecznej na powierzchni wody

Rozchodzenie się fali poprzecznej jest związane ze zmianą kształtu ośrodka, a więc wymaga sprężystości postaci ośrodka. Z tego powodu fale poprzeczne mogą rozchodzić się w ciałach stałych i na powierzchni cieczy¹⁶; sprężystość powierzchni cieczy zapewniają siły napięcia powierzchniowego.

W przedstawionym na rysunku 34.3 modelu fali podłużnej wiszące na drutach kulki połączone są poziomymi sprężynkami. Gdy pierwszą kulkę wychylimy z położenia równowagi w stronę drugą, to druga też się wychyli (z pewnym opóźnieniem) w stronę trzecią, następnie wychyli się trzecia, potem czwarta itd. Zaburzenie jest więc przenoszone, a kulki drgają w kierunku zgodnym z jego przenoszeniem się.



Rys. 34.3 Model rozchodzenia się fali podłużnej

W takiej sytuacji mówimy, że w ośrodku rozchodzi się fala podłużna. W modelu odkształcenie jest przenoszone dzięki siłom sprężystości sprężyn, a w ośrodku – dzięki siłom międzycząsteczkowym tego ośrodka.

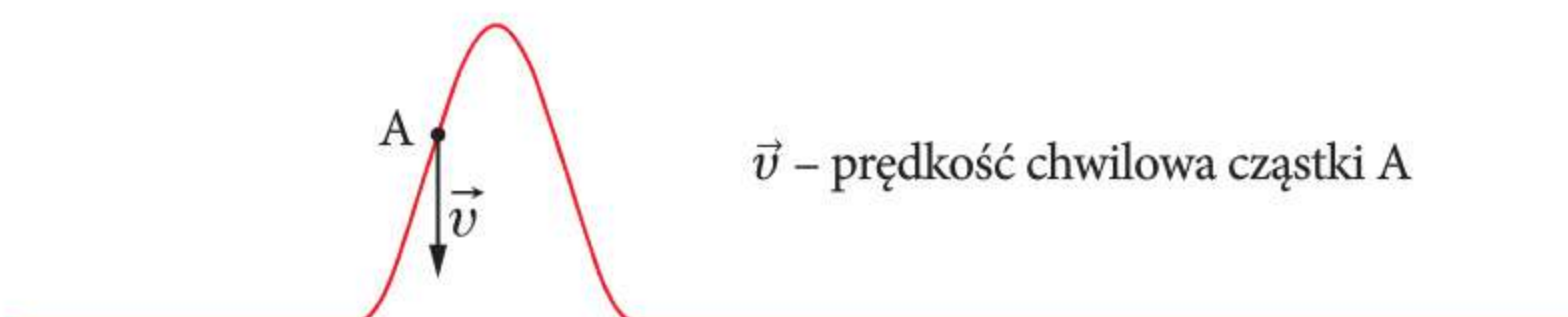
¹⁶ Przedstawiony tu opis jest bardzo uproszczony, w rzeczywistości bowiem, gdy fala rozchodzi się po powierzchni cieczy, cząsteczki wykonują zarówno ruchy w kierunku rozchodzenia się fali, jak i w kierunku do niego prostopadłym; wobec tego fala na wodzie nie jest w ścisłym sensie ani poprzeczna, ani podłużna.

Fala podłużna polega na przemieszczaniu się w ośrodku kolejnych zagęszczeń i rozrzedzeń, co jest możliwe w ośrodkach charakteryzujących się sprężystością objętości. Taką sprężystość mają ciała we wszystkich stanach skupienia, a więc fala podłużna może się rozchodzić w ciałach stałych, cieczach i gazach.

Jeśli cząstki¹⁷ ośrodka (czyli grupy cząsteczek ośrodka, których modelem były kulki na rysunkach 34.1 i 34.3) drgają ruchem harmonicznym, to rozchodzącą się falę nazywamy **falą harmoniczną**.

ZADANIA

1. Miękką, długą plastikową taśmę lub wąż gumowy zamocuj jednym końcem np. do klamki. Zaznacz dowolne miejsce na taśmie – np. zawiąż w tym miejscu kolorową kokardkę. Napręż taśmę i drugim końcem wykonaj kilka ruchów kolejno w górę i w dół. Obserwuj przesuwanie się odkształcenia wzdłuż taśmy. Opisz ruch punktu, w którym jest zawiązana kokardka.
2. W którą stronę przemieszcza się impuls falowy, jeśli cząstka A porusza się w dół (rys. 34.4)?



Rys. 34.4

3. Wyjaśnij, dlaczego fale poprzeczne nie mogą rozchodzić się w gazach.

¹⁷ W ruchu falowym nie wykonują drgań pojedyncze cząsteczki, tylko grupy cząsteczek. Będziemy je nazywać cząstkami drgającymi.

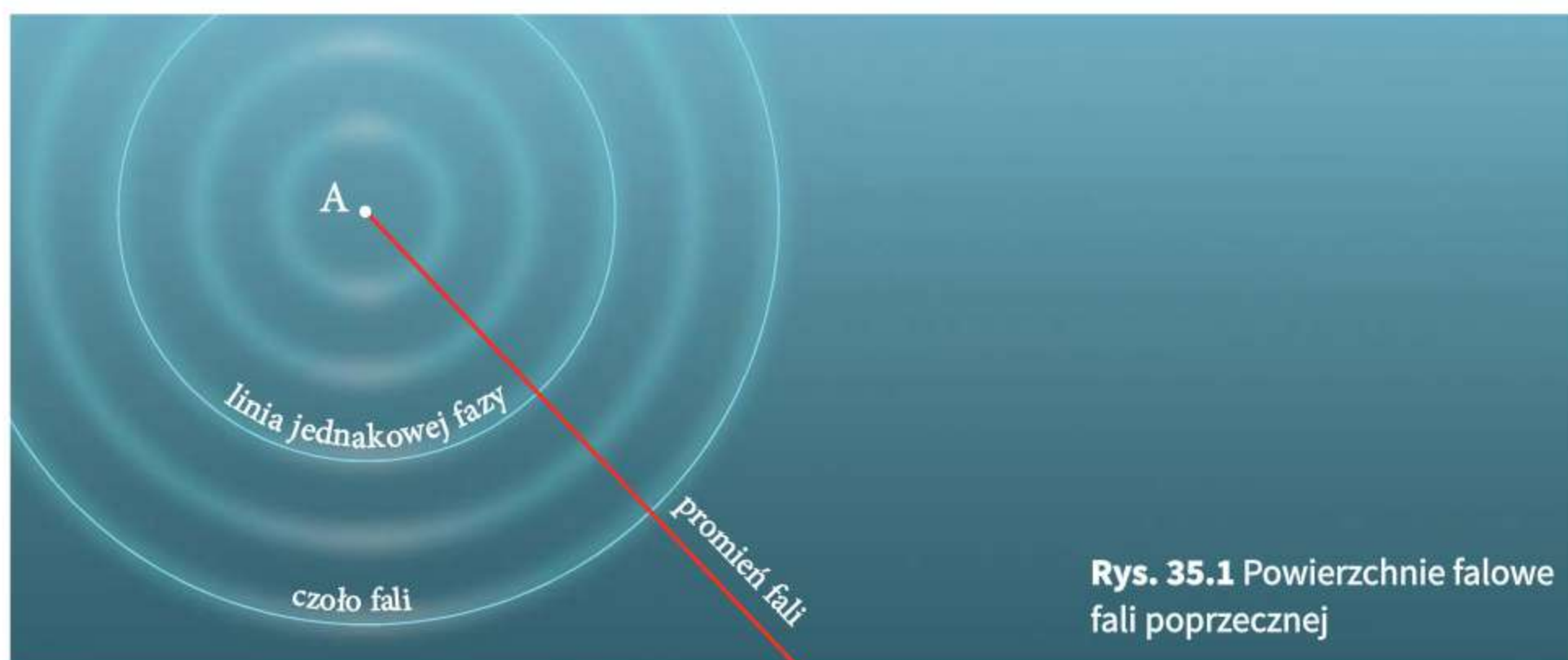


35. Wielkości charakteryzujące fale

- Pojęcia i wielkości fizyczne służące do opisu fali
- Szybkość fali – cecha ośrodka, w którym rozchodzi się fala
- Od czego zależy energia przenoszona przez falę?

Przypomnij sobie wzór na drogę w ruchu jednostajnym.

Jednym z najpospolitszych zjawisk, które możemy obserwować, są fale na wodzie. Wprawienie cząstki (np. A) znajdującej się na powierzchni wody w drgania harmoniczne spowoduje drgania wszystkich cząsteczek otaczających cząstkę A (rys. 35.1).



Rys. 35.1 Powierzchnie falowe fali poprzecznej

Poszczególne punkty drgającego ośrodka mają w danej chwili różne wychylenia.

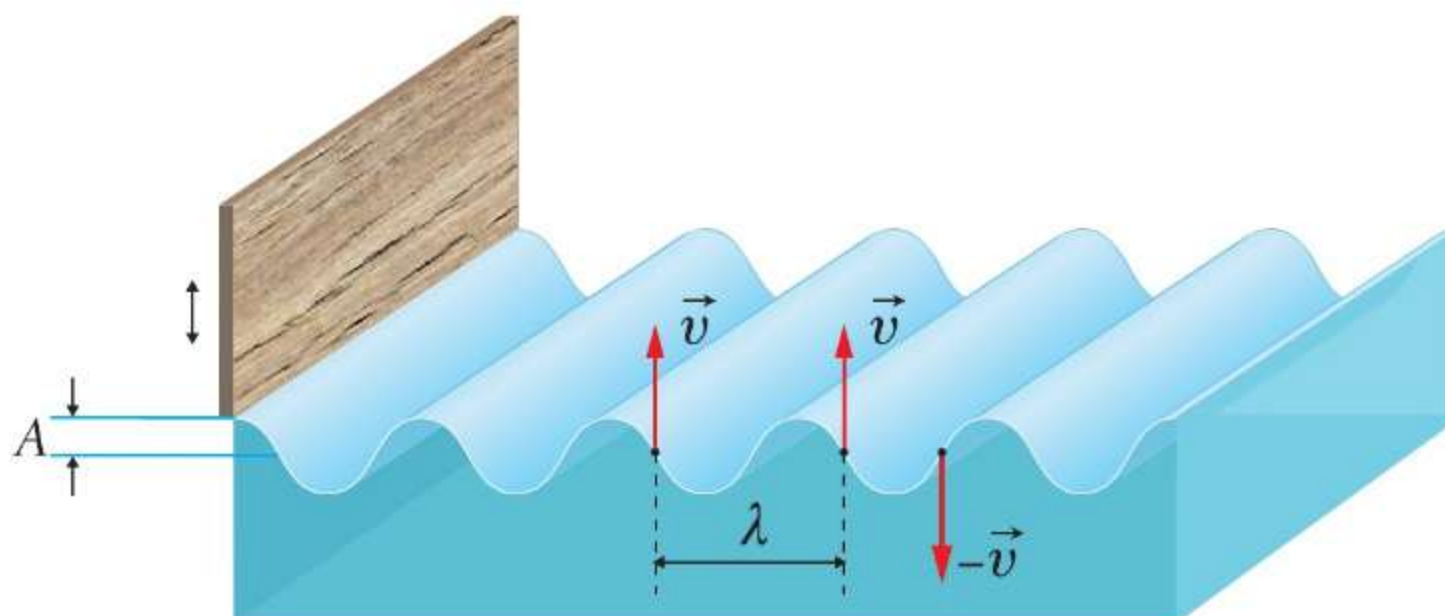
O punktach, które w danej chwili mają jednakowe wychylenie i tak samo zwróconą prędkość, mówimy, że mają zgodne fazy.

Faza jest wielkością fizyczną; jej matematyczne określenie podajemy w następnym rozdziale.

Na rysunku 35.1 punkty o zgodnej fazie leżą na obwodach kół o środku w punkcie A. Taki okrąg nazywamy **linią jednakowej fazy**. Najdalej wysuniętą linię jednakowej fazy nazywamy **czołem fali**.

Jeżeli wewnątrz gazu lub cieczy wywołamy okresowe zagęszczenia i rozrzedzenia, to drgania będą się rozchodzić we wszystkich kierunkach w przestrzeni. Powierzchnia

stanowiąca zbiór punktów o takiej samej fazie będzie powierzchnią kulistą. Nazywamy ją **powierzchnią falową** (lub fazową) **fali kulistej**. Jeżeli powierzchnie falowe są płaszczyznami, to falę nazywamy **płaską**. Taką falę możemy wywołać np. na powierzchni wody, gdy pobudzimy wodę do drgań za pomocą harmonicznie drgającej pionowej listewki (rys. 35.2).



Rys. 35.2 Model wywoływania fali płaskiej

Półproste wychodzące ze źródła, prostopadłe do czoła fali oraz powierzchni falowych, wskazują kierunek jej rozchodzenia się i nazywają się **promieniami fali**.

Wielkościami charakteryzującymi falę harmoniczną są: **długość fali λ** , **amplituda A** , **okres T** i **częstotliwość drgań ν** .

Wielkość	Symbol	Definicja
długość fali	λ	najmniejsza odległość dwóch powierzchni falowych o tych samych fazach – w przypadku fal na wodzie np. odległość dwóch najbliższych grzbietów
amplituda	A	największe wychylenie drgających cząstek z położenia równowagi
okres	T	czas, w którym fala przebywa w ośrodku drogę równą swej długości, $\lambda = \nu T$
częstotliwość	ν	liczba drgań wykonanych przez dowolną cząstkę ośrodka w jednostce czasu (odwrotność okresu)

W ośrodku jednorodnym szybkość fali jest stała i różna dla różnych ośrodków. Okres fali jest równy okresowi drgań dowolnej cząstki ośrodka drgającego.

Na podstawie związku okresu z częstotliwością $\left(T = \frac{1}{\nu}\right)$ możemy zapisać wzór na długość fali w postaci:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \quad (35.1)$$

Główną cechą ruchu falowego jest transport energii (bez transportu masy – cząstki ośrodka nie przesuwały się wraz z falą). O ilości energii, którą przenosi fala przez jednostkową powierzchnię w 1 sekundzie, informuje nas wielkość zwana natężeniem fali.

Natężeniem fali nazywamy iloraz energii E przenoszonej w czasie t przez powierzchnię S (ustawioną prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali) i iloczynu $S \cdot t$.

$$I = \frac{E}{St} \quad (35.2)$$

Jednostką natężenia fali jest $1 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

Jeśli E jest całkowitą energią wysyłąną przez źródło, to iloraz $\frac{E}{t} = P$ jest miarą mocy źródła fali. Punktowe źródła wysyłają fale kuliste, zatem **natężenie fali kulistej w odległości r od źródła** wyrażamy wzorem:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

ponieważ energia E wysyłąna przez źródło w czasie t rozkłada się równomiernie na całą powierzchnię kuli o promieniu r . Natężenie fali kulistej maleje więc z kwadratem odległości od źródła.

Cząstki ośrodka, w którym rozchodzi się fala sinusoidalna, drgają ruchem harmonicznym, zatem dotarcie fali do jakiegoś obszaru ośrodka oznacza przekazanie energii drgań cząsteczkom z tego obszaru. Im większa szybkość fali, tym większa energia transportowana do jakiegoś obszaru w jednostce czasu.

Podczas omawiania ruchu drgającego w klasie drugiej wyprowadziliśmy wzór na **całkowitą energię ciała** o masie m , drgającego ruchem harmonicznym o amplitudzie A :

$$E_c = \frac{kA^2}{2}$$

gdzie $k = m\omega^2$, zatem:

$$E_c = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{4\pi^2 m v^2 A^2}{2}$$

W przypadku energii niesionej przez falę m w tym wzorze oznacza masę grupy cząstek (masę cząstki) ośrodka, do której dotarło zaburzenie.

Gdy energia przenoszona przez falę w jednostce czasu jest większa, fala ma większe natężenie – zgodnie ze wzorem (35.2) jest to zależność liniowa. Wobec tego natężenie fali jest wprost proporcjonalne do kwadratu amplitudy drgań.

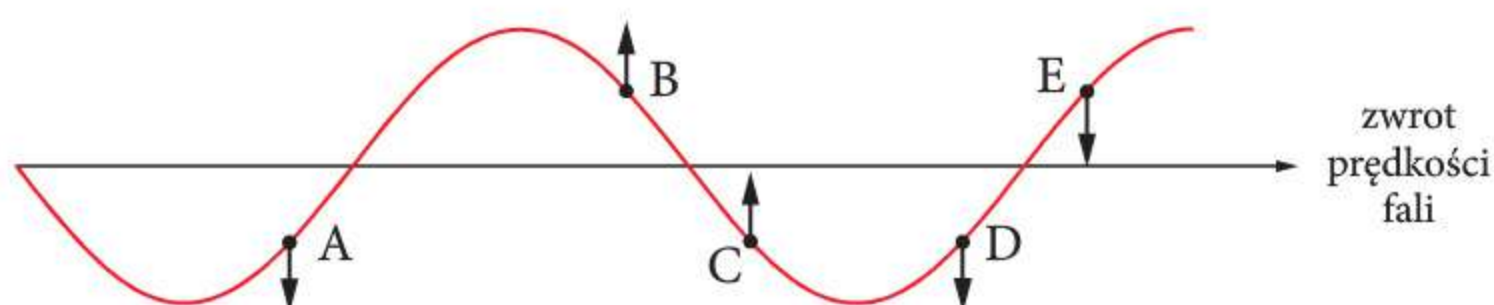
$$I = \text{const} \cdot A^2$$

Przy przechodzeniu fali z jednego ośrodka do drugiego, np. z powietrza do wody, jej częstotliwość nie ulega zmianie. Zgodnie ze wzorem (35.1) wraz ze zmianą szybkości rozchodzenia się fali w drugim ośrodku zmienia się jej długość.

ZADANIA

1. Gdy uderzamy periodycznie krawędzią deseczki w powierzchnię wody, wytwarzamy na niej falę płaską. Aby opisać taką falę, podajemy amplitudę, częstotliwość, długość fali i jej szybkość rozchodzenia się. Które z wielkości opisujących tę falę zależą od nas i możemy je zmienić? W jaki sposób?
2. Odległość między grzbietami fal na morzu wynosi 24 m. Fale uderzają o brzeg 10 razy na minutę. Oblicz szybkość rozchodzenia się tych fal.
3. Fazy drgań dwóch punktów ośrodka, w którym rozchodzi się fala, są zgodne wtedy, gdy spełnione są równocześnie dwa warunki.
 - I. Punkty mają jednakowe wychylenie.
 - II. Punkty mają jednakowe prędkości.

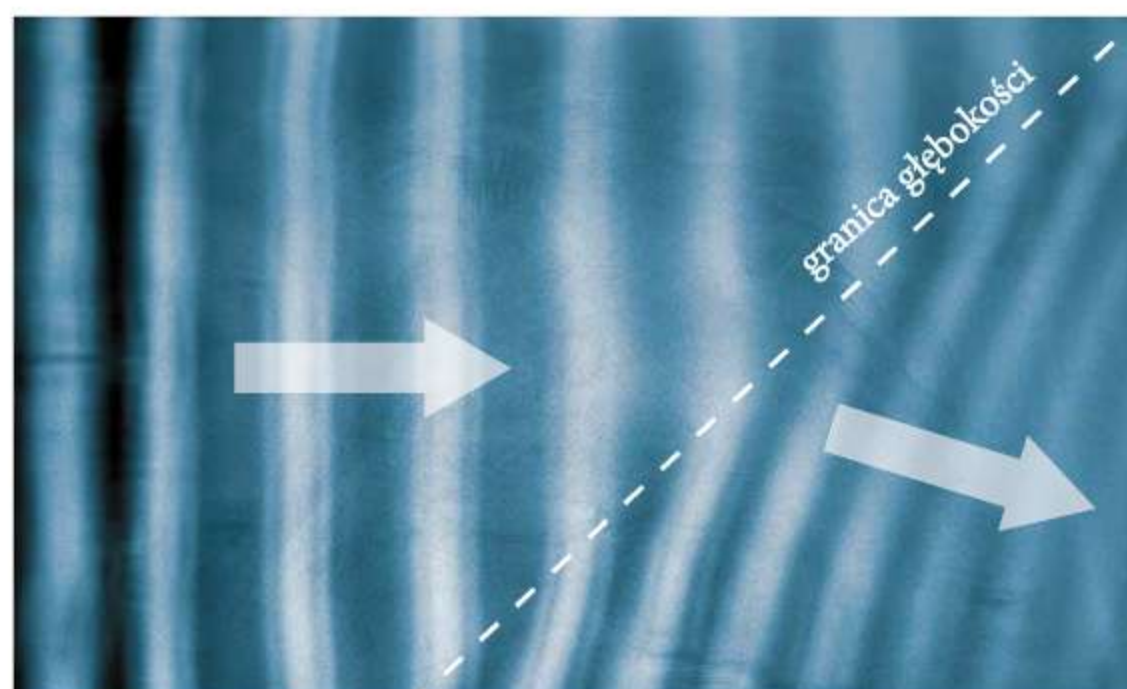
Na rysunku 35.3 przedstawiono falę w chwili t_0 . Strzałki oznaczają prędkości drgających cząstek w tej chwili.



Rys. 35.3

Przyjrzyj się następującym parom punktów: 1. A i B, 2. A i C, 3. A i D, 4. A i E, 5. B i C, 6. B i D, 7. B i E, 8. C i D, 9. C i E, 10. D i E oraz oceń, dla których par jest spełniony tylko I warunek, dla których tylko II, dla których żaden i dla których spełnione są warunki I i II.

4. Na fotografii (rys. 35.4) pokazano rozchodzenie się fali płaskiej na powierzchni wody. Gdy fala przechodzi z wody głębszej do płytszej, zmienia się jej szybkość.



Rys. 35.4

Przypatrz się fotografii i odpowiedz na pytania oraz wykonaj polecenie.

- a) Jakie zjawisko zachodzi na granicy głębokości?
- b) W którym obszarze szybkość fali jest większa, a w którym mniejsza? Co o tym świadczy?
- c) Porównaj długości fali w obu obszarach.

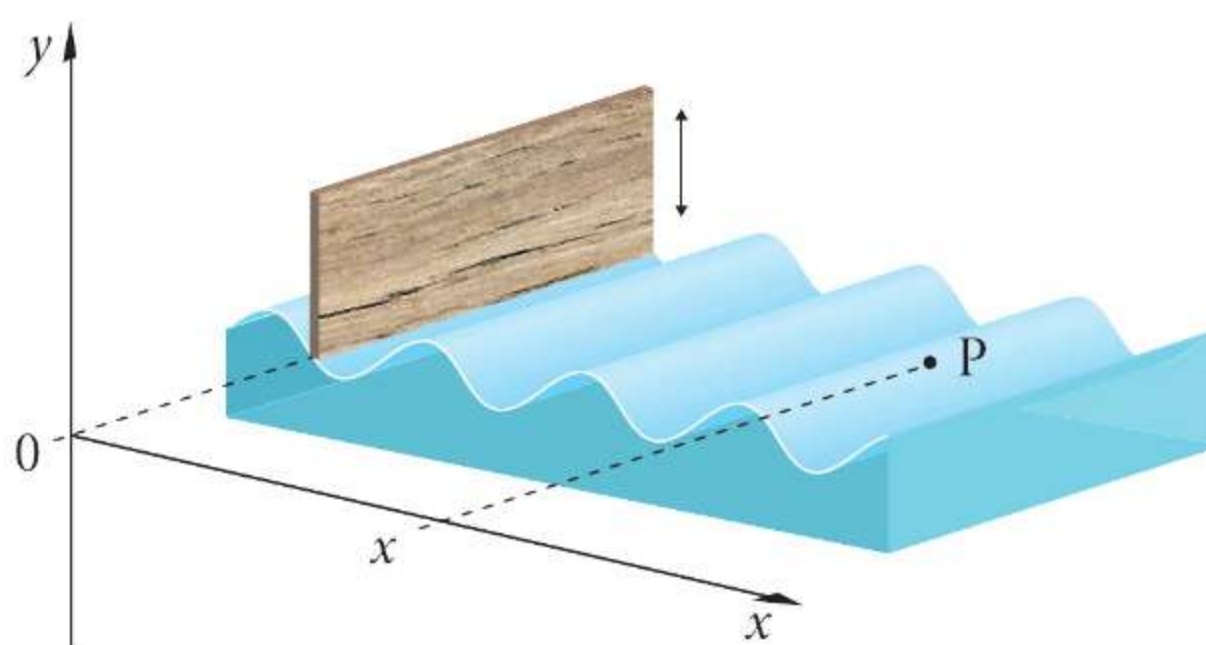


36. Funkcja falowa fali płaskiej

- Różne postacie funkcji falowej
- Wykresy fali $y(x)$ dla $t = \text{const}$ i $y(t)$ dla $x = \text{const}$
- Zastosowanie funkcji falowej do obliczania długości fali
- Ogólna postać funkcji falowej

Przypomnij sobie własności funkcji sinus.

W tym rozdziale zajmiemy się matematycznym opisem zjawisk falowych. Wyobraźmy sobie, że płaską deseczką uderzamy ze stałą częstotliwością ν w gładką powierzchnię wody (rys. 36.1).



Rys. 36.1 Wychylenie punktu P odległego o x od źródła fali

Uwaga: Wychylenie oznaczamy literą y , a literą x , którą oznaczaliśmy wychylenie w ruchu harmonicznym, będziemy teraz oznaczać odległość dowolnie wybranego punktu na powierzchni wody od źródła drgań, czyli od punktu 0.

Jeśli przyjmiemy, że deseczka wykonuje ruch harmoniczny, to wprawia ona w podobny ruch cząstki wody znajdujące się w jej sąsiedztwie. Na skutek sił napięcia powierzchniowego drgania są przekazywane następnym cząstkom – po powierzchni wody rozchodzi się poprzeczna fala płaska. Drgania deseczki możemy opisać funkcją:

$$y = A \sin \omega t \quad (36.1)$$

gdzie A jest amplitudą drgań, a częstość kołowa $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$.

Do punktu P, odległego o x od źródła, czyli miejsca, w którym deseczka uderza w wodę, fala dotrze po czasie:

$$t' = \frac{x}{v_x} \quad (36.2)$$

Drgania punktu P można więc opisać funkcją:

$$y = A \sin \omega(t - t') \quad (36.3)$$

Po podstawieniu (36.2) do wyrażenia (36.3) otrzymujemy:

$$y = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v_x} \right) \quad (36.4)$$

Ponieważ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ i $v_x = v$ (współrzędna prędkości jest w tym przypadku równa wartości prędkości rozchodzenia się fali), możemy napisać:

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT} \right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (36.5)$$

gdyż iloczyn vT to długość fali λ .

Wzory (36.4) i (36.5) to różne postacie **funkcji falowej** opisującej falę harmoniczną (sinusoidalną) rozchodzącą się wzdłuż osi x . Kąt φ , którego sinus występuje w tych wzorach, czyli:

$$\varphi = \omega(t - t') = \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

nazywa się **fazą fali**.

Jeśli mówimy, że dwa punkty fali mają zgodne fazy (drgają w zgodnych fazach), w zapisie matematycznym oznacza to, że w wyrażeniach na wychylenie y argumenty funkcji sinus są jednakowe lub różnią się o całkowitą wielokrotność 2π , tzn.

$$\sin \alpha = \sin(2\pi n + \alpha) \quad \text{gdzie} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Oznacza to, że dla tych samych faz wychylenia y są jednakowe.

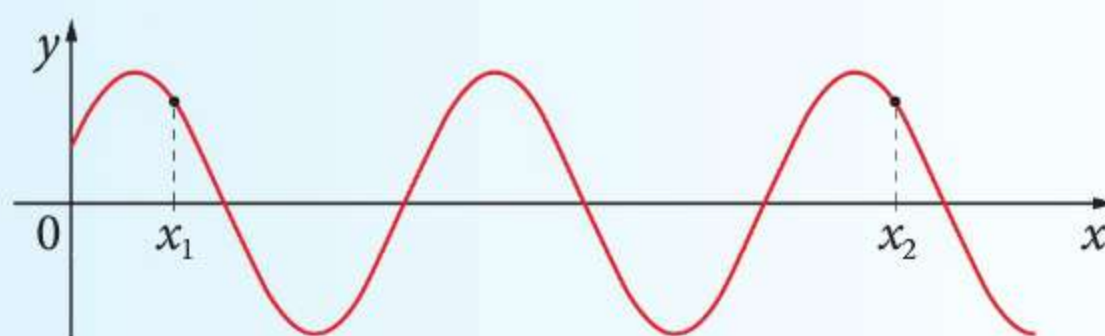
Wychylenie y jest funkcją dwóch zmiennych (x i t), więc zależności $y(x, t)$ nie da się przedstawić na jednym wykresie. Można sporządzić wykres zależności $y(x)$ dla ustalonej chwili t_0 („fotografowanie” fali na powierzchni wody w danej chwili t_0) lub $y(t)$ dla ustalonej odległości od źródła x_0 , czyli dla wybranej cząstki znajdującej się w tej odległości (będzie to wykres ilustrujący jej ruch drgający).

Rozpatrzmy kolejno każdy z tych przypadków.

Przykład 36.1

Badanie zależności $y(x)$ wychylenia cząstki od jej odległości od źródła w ustalonej chwili t_0 (fotografowanie fali)

Dla ustalonej, dowolnej chwili t_0 zależność $y(x)$ jest sinusoidą (rys. 36.2).



Rys. 36.2

Wychylenie cząstki ośrodka wprawianej w ruch bezpośrednio przez źródło fali zależy od wybranej chwili t_0 , bowiem dla $x = 0$ wychylenie $y = A \sin 2\pi \frac{t_0}{T}$.

Wybieramy dwie cząstki znajdujące się w odległościach x_1 i x_2 od źródła drgań, identycznie wychylone, których prędkości mają jednakowe zwroty. Ich wychylenia są opisane równaniami:

$$y_1 = A \sin 2\pi \left(\frac{t_0}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) \quad y_2 = A \sin 2\pi \left(\frac{t_0}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow \sin 2\pi \left(\frac{t_0}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) = \sin 2\pi \left(\frac{t_0}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

Oznacza to, że:

$$2\pi \left(\frac{t_0}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{t_0}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) + 2\pi n$$

Po wykonaniu obliczeń otrzymujemy:

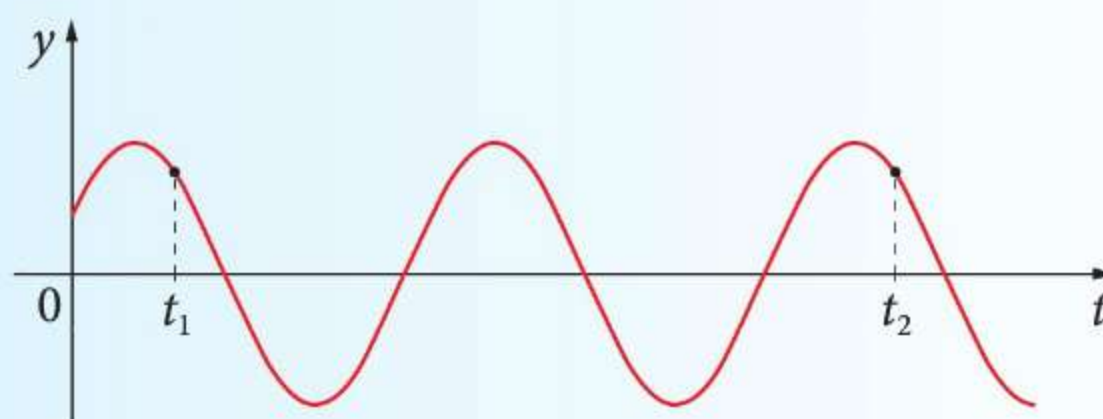
$$x_2 - x_1 = n\lambda$$

Z powyższego równania wynika, że wzajemna odległość dwóch punktów ośrodka drgających w tych samych fazach, mierzona wzdłuż osi x (patrz rys. 36.2), jest całkowitą wielokrotnością długości fali.

Przykład 36.2

Badanie zależności $y(t)$ wychylenia od czasu dla wybranej cząstki biorącej udział w ruchu falowym

Przy ustalonej odległości x_0 zależność $y(t)$ dla znajdującej się w tej odległości od źródła cząstki jest sinusoidą (rys. 36.3).



Rys. 36.3

Wychylenie początkowe zależy w tym przypadku od położenia x_0 punktu ośrodka.

Wybieramy dwie chwile t_1 i t_2 , w których cząstka jest tak samo wychylona.

$$y_1 = A \sin 2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_0}{vT} \right) \quad y_2 = A \sin 2\pi \left(\frac{t_2}{T} - \frac{x_0}{vT} \right)$$

$$y_2 = y_1 \Rightarrow 2\pi \left(\frac{t_2}{T} - \frac{x_0}{vT} \right) = 2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_0}{vT} \right) + 2\pi n$$

Stąd:

$$t_2 - t_1 = nT$$

Wynik nie jest zaskakujący, bo wiemy, że okres T to czas, w którym cząstka wykonuje jedno pełne drganie. Zauważ, że na osi odciętych na rysunku 36.2 możemy odczytywać długość fali λ , a na rysunku 36.3 – okres drgań (czyli okres fali) T .

Chociaż przeprowadzone dotąd rozważania dotyczyły fali poprzecznej, odnoszą się one także do fal podłużnych w dowolnych ośrodkach.

Przykład 36.3

Zastosowanie funkcji falowej do obliczania długości fali

W chwili $t = \frac{T}{6}$ punkt znajdujący się w odległości $x = 2$ cm od źródła fali ma wychylenie równe połowie amplitudy i jest to leżący najbliżej źródła punkt o takim wychyleniu.

Obliczmy długość fali emitowanej przez źródło.

Wychylenie opisujemy funkcją falową:

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Po podstawieniu $y = \frac{A}{2}$ i uproszczeniu przez A otrzymujemy:

$$\frac{1}{2} = \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad \text{zatem} \quad 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = \frac{\pi}{6}$$

Dla $t = \frac{T}{6}$ i $x = 2$ cm długość fali $\lambda = 24$ cm.

Na koniec warto zauważyć, że ogólnie funkcja falowa ma postać:

$$y = A \sin \left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{vT}x + \varphi_0 \right) = A \sin \left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0 \right)$$

gdy fala porusza się **zgodnie ze zwrotem osi x – w prawo**, lub:

$$y = A \sin \left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{vT}x + \varphi_0 \right) = A \sin \left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0 \right)$$

gdy fala porusza się **w lewo** ($v_x = -v$). Kąt φ_0 to faza początkowa fali.

Od wartości φ_0 zależy wychylenie dla $x = 0$ i $t_0 = 0$ oraz dalszy przebieg funkcji (np. to, czy dla $x < \frac{\lambda}{2}$ wychylenie y przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne).

Przykład 36.4

Wykres funkcji falowej a faza początkowa

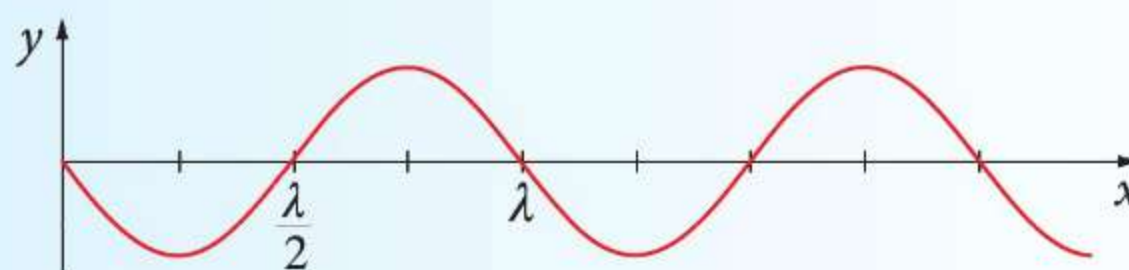
Sporządzimy wykres zależności $y(x)$ dla $t = 0$ na podstawie wzoru (36.5), czyli dla $\varphi_0 = 0$.

$$y = A \sin \left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x \right)$$

$$y = A \sin \left(-\frac{2\pi}{\lambda}x \right) = -A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda}x \right)$$

Widzimy, że:

- dla $x = 0$ wychylenie $y = 0$,
- dla $x < \frac{\lambda}{2}$ wychylenie $y < 0$ (rys. 36.4).



Rys. 36.4

Przyjmijmy teraz, że faza początkowa równa się π radianów. Wtedy:

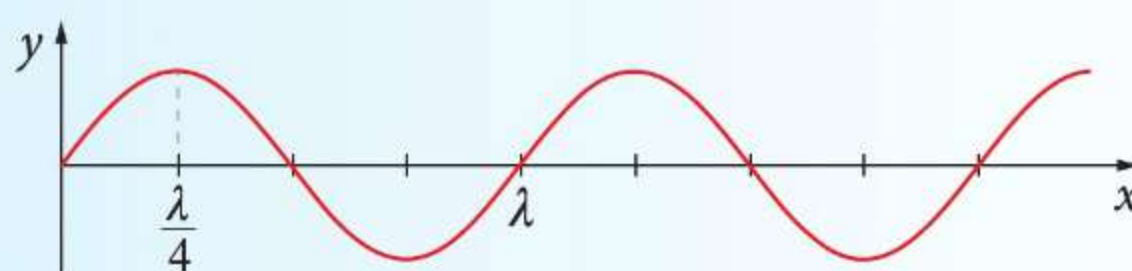
$$y = A \sin \left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \pi \right)$$

Dla $t = 0$:

$$y = A \sin\left(-\frac{2\pi}{\lambda}x + \pi\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

Obliczmy wychylenie dla $x < \frac{\lambda}{2}$, np. dla $x = \frac{\lambda}{4}$.

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4}\right) = A \sin\frac{\pi}{2} = A$$



Rys. 36.5

Zauważ, że wykres funkcji $y = A \sin(\alpha + \pi)$ otrzymujemy po przesunięciu wykresu funkcji $y = A \sin \alpha$ o π w lewo równoległe do osi x – co wynika z własności funkcji.

ZADANIA

1. Biegająca wzdłuż sznura fala poprzeczna jest opisana funkcją:

$$y = 12 \sin\left(4\pi t - \frac{\pi}{20}x\right)$$

W tym wzorze wszystkie długości są wyrażone w centymetrach, a czasy w sekundach.

a) Oblicz:

- amplitudę fali,
- okres drgań cząstek sznura,
- długość fali,
- szybkość rozchodzenia się fali,
- szybkość cząstek sznura w chwili przechodzenia przez położenie równowagi.

b) Naszkicuj wykres funkcji dla $t = 0$.

2. Rozchodząca się w strunie fala poprzeczna jest opisana funkcją falową:

$$y = 0,2 \text{ cm} \cdot \sin\left(2\frac{1}{\text{m}}x - 3\frac{1}{\text{s}}t + \frac{\pi}{8}\right)$$

Oblicz wychylenie struny dla $x = 1 \text{ m}$, $t = 8 \text{ s}$.

3. Oblicz różnicę faz drgań dwóch punktów ośrodka oddległych o $x_1 = 8 \text{ m}$ i $x_2 = 14 \text{ m}$ od źródła fali płaskiej o okresie drgań $T = 0,04 \text{ s}$. Załóż, że fala rozchodzi się z szybkością 300 m/s .
4. Ułóż na stole dwie monety dwuzłotowe (1 i 2) tak, by się stykały (rys. 36.6). Następnie przyciśnij palcem do stołu monetę 1 i uderz w nią trzecią monetą. Zaobserwuj i wyjaśnij zachowanie monety 2.



Rys. 36.6



37. Interferencja fal płaskich

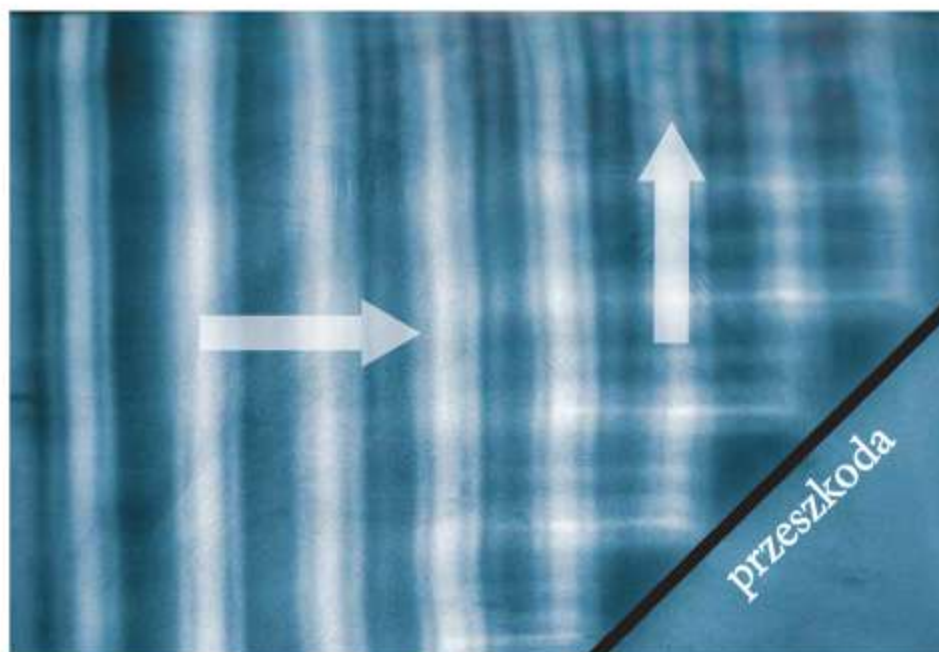
- Zasada superpozycji fal
- Częstotliwość podstawowa i wyższe harmoniczne
- Zależność skutku interferencji od przesunięcia fazowego

Przypomnij sobie zasadę składania (superpozycji) ruchów, sposób sumowania funkcji sinus i własności funkcji cosinus.

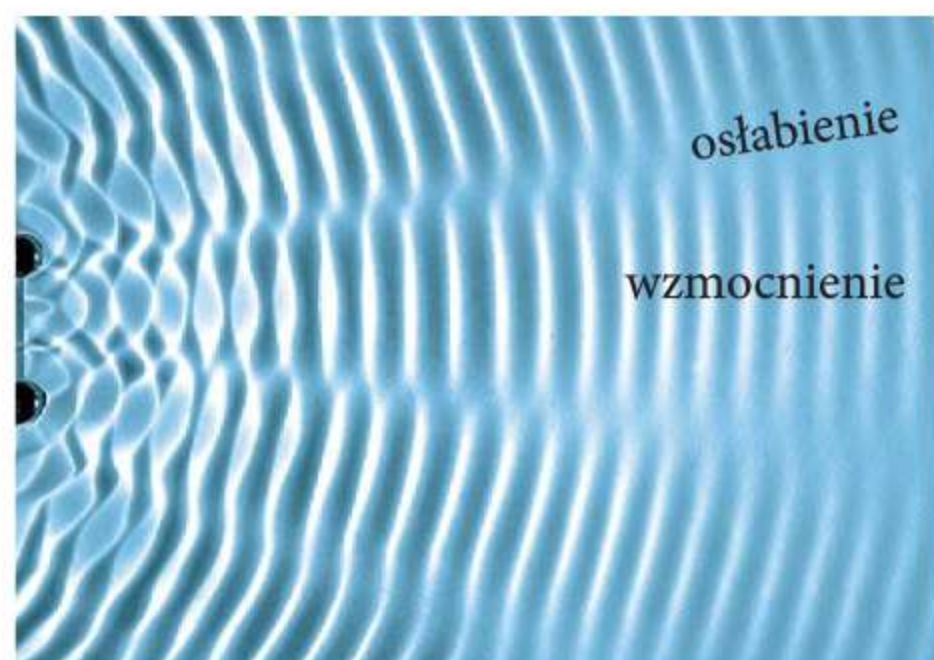
W ruchu falowym, tak jak w każdym ruchu, obowiązuje **zasada superpozycji** (rys. 37.1).

Jeśli w pewnym ośrodku rozchodzi się równocześnie kilka fal wysyłanych przez różne źródła, to wypadkowy ruch każdej cząstki ośrodka jest złożeniem ruchów, które wykonywałaby ta cząstka podczas rozchodzenia się w tym ośrodku każdej fali z osobna.

a)



b)



Rys. 37.1 Superpozycja fal płaskich na wodzie: padającej na przeszkodę i odbitej (a). Superpozycja fal kołowych wysyłanych z dwóch źródeł drgających z tą samą częstotliwością (b)

Założmy, że w pewnym ośrodku z dwóch źródeł znajdujących się w odległości x od rozważanego punktu w tę samą stronę rozchodzą się równocześnie dwie sinusoidalne fale płaskie o jednakowych częstotliwościach (okresach) i amplitudach, różniące się fazą o φ_0 , czyli **przesunięte w fazie** o φ_0 .

$$y_1 = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad y_2 = A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]$$

W każdym punkcie ośrodka „fale nakładają się”, czyli interferują, a wychylenie tego punktu jest równe:

$$y = y_1 + y_2$$

Korzystamy ze wzoru na sumę sinusów dwóch kątów:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

i otrzymujemy (wykonaj odpowiednie obliczenia):

$$y = 2A \cos \frac{\varphi_0}{2} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \frac{\varphi_0}{2} \right]$$

gdzie czynnik $2A \left| \cos \frac{\varphi_0}{2} \right| = A'$ (**niezależny od czasu!**) to amplituda fali wypadkowej.

Amplituda fali wypadkowej jest stała i zależy od przesunięcia fazowego φ_0 .

Przyjrzyjmy się bliżej (patrz tabela 37.1) otrzymanej funkcji fali wypadkowej. Każdy punkt ośrodka wykonuje ruch drgający harmoniczny o częstotliwości równej częstotliwości nakładających się fal, a wynik interferencji zależy od przesunięcia fazowego φ_0 .

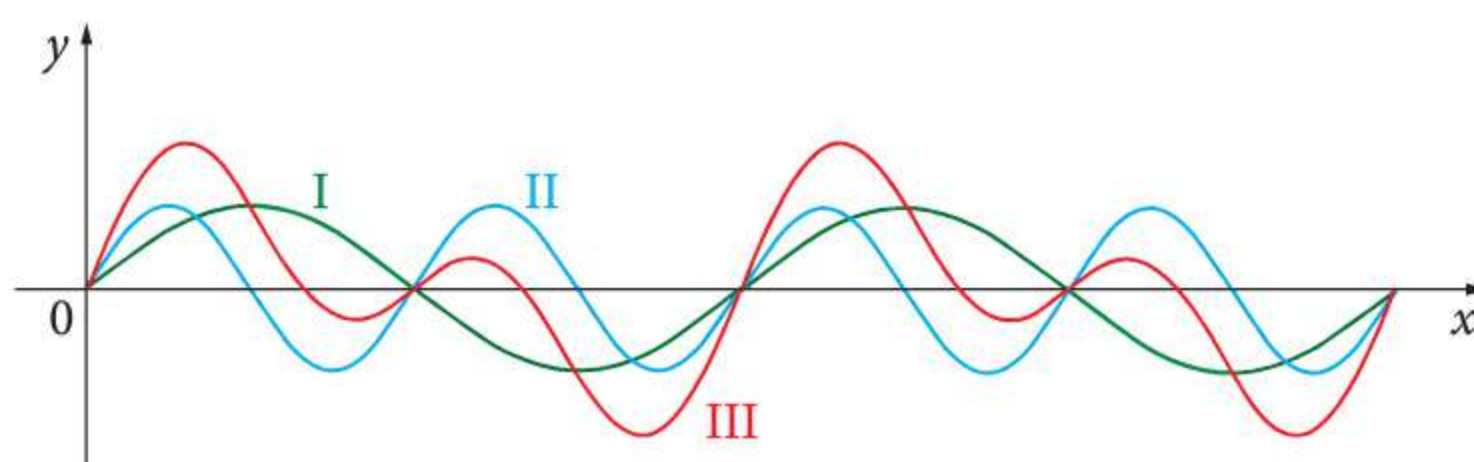
Tabela 37.1

φ_0	A'	Wykres
0	$2A$	
π	0	
$0 < \varphi_0 < \pi$	$< 2A$	

I, II – fale składowe, III – fala wypadkowa

Bardzo ciekawy jest wynik interferencji fal, których częstotliwości nie są jednakowe, lecz jedna z nich jest całkowitą wielokrotnością drugiej.

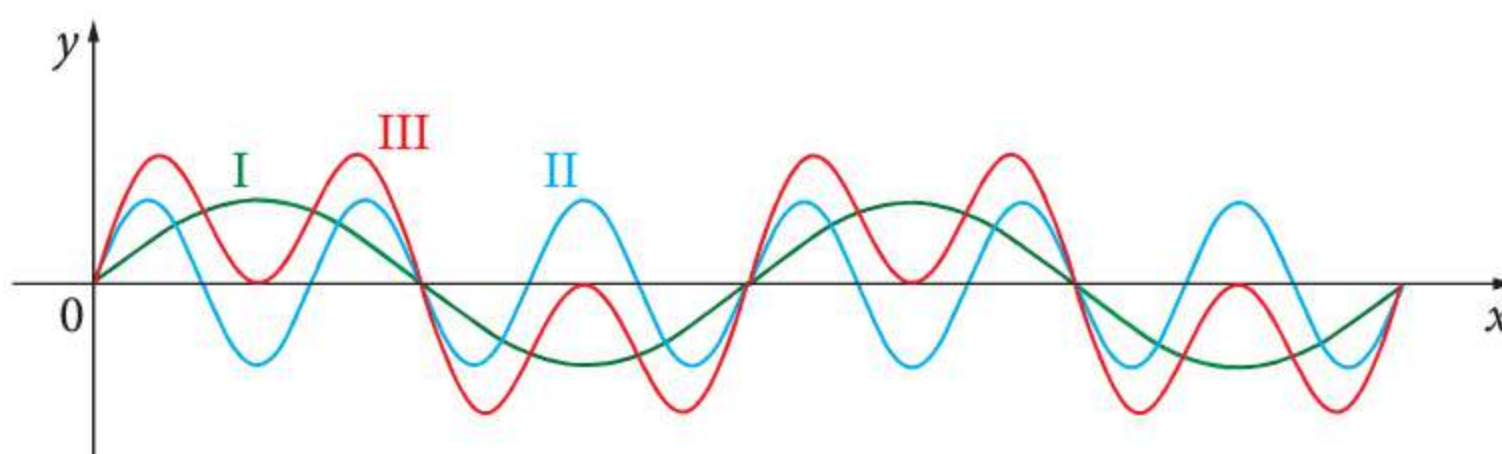
Niech fala I ma częstotliwość ν_1 , a fala II – odpowiednio $\nu_2 = 2\nu_1$ (rys. 37.2). Wynik nakładania się takich fal można otrzymać graficznie poprzez sumowanie w każdym punkcie wychyleń fal składowych.



Rys. 37.2 Interferencja fal o częstotliwościach ν_1 i $\nu_2 = 2\nu_1$

Otrzymaliśmy falę III o częstotliwości ν_1 , ale fala nie jest już sinusoidalna.

Rozpatrzmy jeszcze wynik interferencji fal o częstotliwościach ν_1 i $\nu_2 = 3\nu_1$ (rys. 37.3).



Rys. 37.3 Interferencja fal o częstotliwościach ν_1 i $\nu_2 = 3\nu_1$

Otrzymaliśmy znów falę o częstotliwości ν_1 , również niesinusoidalną, ale o innym charakterze drgań niż w poprzednim przypadku.

Najmniejszą częstotliwość składową nazywamy **częstotliwością podstawową**, a częstotliwości będące wielokrotnością częstotliwości podstawowej – **wyższymi harmonicznymi**.

Reasumując, możemy powiedzieć, że:

W wyniku interferencji fal sinusoidalnych o jednakowych częstotliwościach powstaje fala sinusoidalna o częstotliwości fal składowych i amplitudzie zależnej od różnicy faz. W wyniku interferencji fal o częstotliwości podstawowej i jednej lub kilku wyższych harmonicznymi powstaje fala niesinusoidalna, ale okresowa, o częstotliwości równej częstotliwości podstawowej.

ZADANIA

1. W pewnym ośrodku w tę samą stronę rozchodzą się dwie fale o jednakowych częstotliwościach i amplitudach, których drgające w zgodnych fazach źródła są odległe o $\lambda/4$. Sporządź rysunek i dokonaj graficznie interferencji tych fal.
2. Na drodze matematycznej wykaż poprawność wykresów fali wypadkowej przedstawionych w tabeli 37.1.



38. Fale stojące

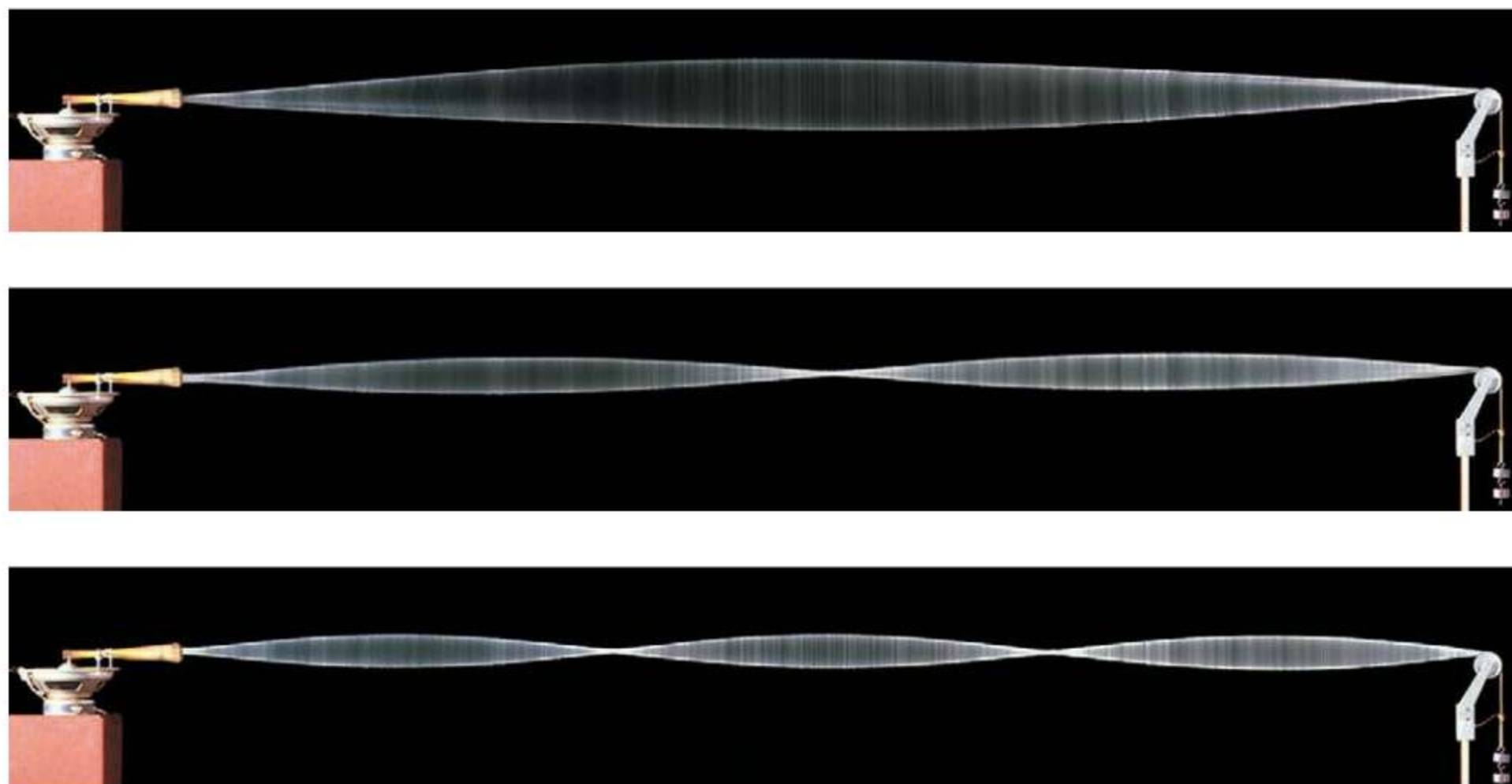
- Fale stojące jako wynik interferencji identycznych fal biegnących w przeciwne strony
- Strzałki i węzły fali stojącej
- Fale stojące w strunach

Przypomnij sobie zasadę składania (superpozycji) ruchów, sposób sumowania funkcji sinus i własności funkcji cosinus.

Szczególnym przypadkiem interferencji są **fale stojące**.

Fale stojące powstają na skutek interferencji dwóch fal o tym samym okresie i tej samej amplitudzie, biegnących w przeciwne strony.

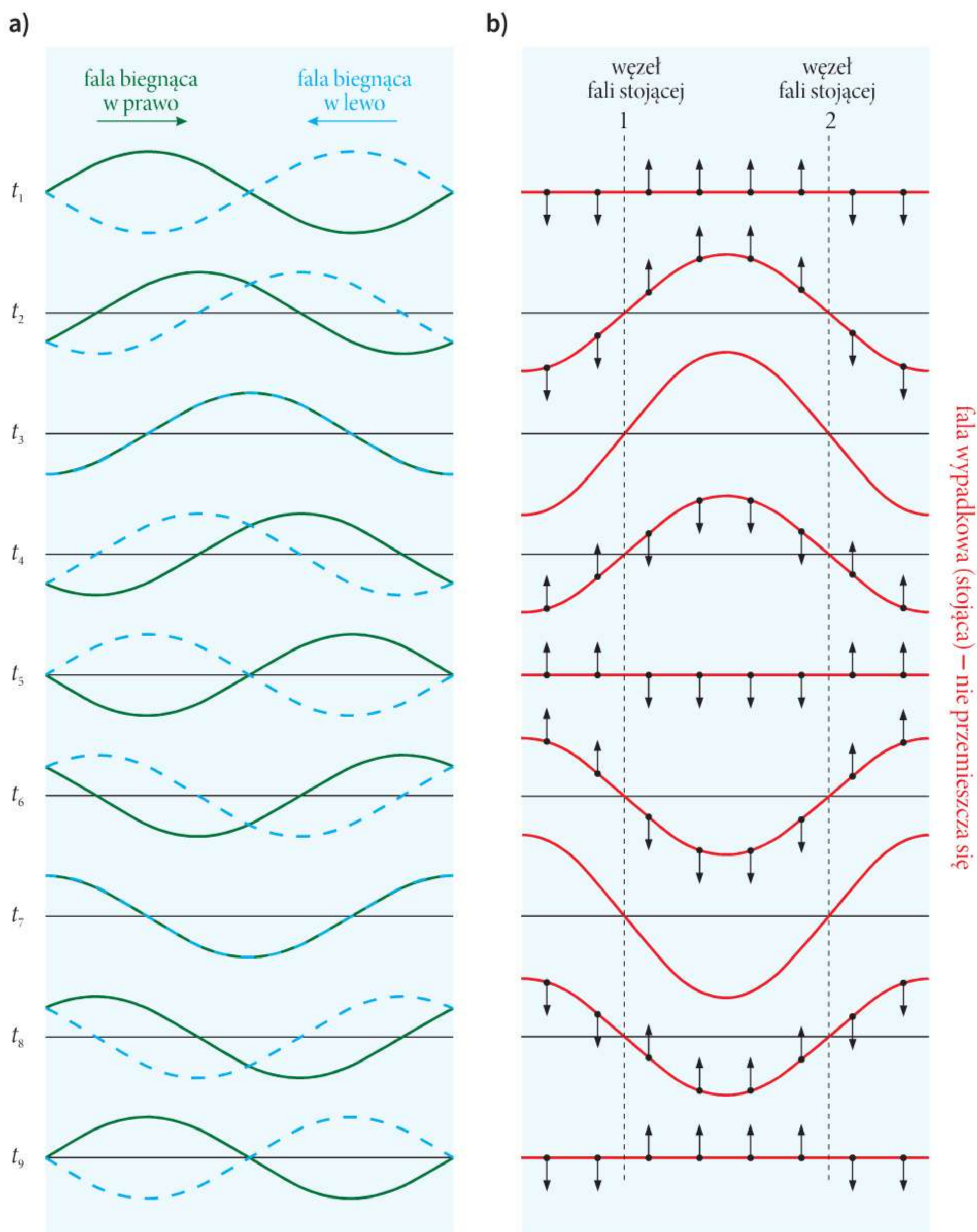
Z takim przypadkiem mamy do czynienia wtedy, gdy fala emitowana przez źródło odbija się od przeszkody bez straty energii i wraca po tej samej prostej, nakładając się na falę padającą (rys. 38.1).



Rys. 38.1 Fale stojące na sznurze

Sznur na fotografiach jest naprężony za pomocą odważników wiszących na jego prawym końcu. Lewy koniec jest wprowadzany w drgania za pomocą głośnika. Powstająca na sznurze fala dobiega do prawego końca i po odbiciu, wracając, interferuje z falą biegnącą w prawo. Kolejne zdjęcia przedstawiają falę stojącą o coraz większej częstotliwości.

Przeanalizujmy model powstawania fali stojącej na sznurze (rys. 38.2). Fala biegnąca w prawo i fala odbita interferują ze sobą. W wyniku powstaje fala stojąca, a cząstki sznura w położeniach 1 i 2 nie wykonują drgań. W chwili t_1 wszystkie pozostałe cząstki równocześnie przechodzą przez położenia równowagi. Następnie ich wychylenia rosną i w chwili t_3 wszystkie cząstki są maksymalnie wychylone ze swoich położen równowagi. Wielkość amplitudy drgań zależy od położenia cząstki.



Rys. 38.2 Model powstawania fali stojącej: fala padająca i fala odbita (a), fala wypadkowa (b). Strzałki pokazują, w którą stronę poruszają się poszczególne cząstki sznura

W dowolnym punkcie odległym o x od źródła funkcje falowe dla fal padającej i odbitej przyjmują postać:

$$y_1 = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad y_2 = A \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]$$

(w przypadku drugiej fali $v_x = -v$).

W wyniku interferencji otrzymujemy:

$$y = y_1 + y_2 \quad y = \underbrace{2A \cos \left(\omega \frac{x}{v} + \frac{\varphi_0}{2} \right)}_{A'} \sin \left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2} \right)$$

Amplituda $A' = 2A \left| \cos \left(\omega \frac{x}{v} + \frac{\varphi_0}{2} \right) \right|$ fali wypadkowej zależy od położenia x punktu ośrodka, a nie zależy od czasu. Dla danego x jest zawsze taka sama.

Oznacza to, że w dowolnie wybranej odległości x od źródła amplituda drgań cząstek ośrodka jest stała w czasie, ale różne punkty ośrodka (różne x) mają różne amplitudy drgań. Daje to wrażenie, że fala stoi, stąd jej nazwa. Częstotliwość drgań wszystkich punktów ośrodka jest jednakowa.

Wraz ze zmianą odległości x od źródła amplituda zmienia się jak funkcja cosinus. Jeśli x ma taką wartość, że argument funkcji cosinus: $\omega \frac{x}{v} + \frac{\varphi_0}{2}$ jest nieparzystą wielokrotnością $\frac{\pi}{2}$, to $A' = 0$, ponieważ $\cos(2n+1)\frac{\pi}{2} = 0$. Punkty o amplitudzie równej zero nazywają się **węzłami fali stojącej**, nie ma w nich drgań.

Jeśli x ma taką wartość, że argument funkcji cosinus: $\omega \frac{x}{v} + \frac{\varphi_0}{2}$ jest wielokrotnością π , to $A' = 2A$, ponieważ $\cos n\pi = \pm 1$. Te miejsca to **strzałki fali stojącej**.

W miejscach, w których powstaje węzeł fali stojącej, cząstki nie drgają. Z kolei w miejscach, w których powstaje strzałka, wykonują drgania o maksymalnej amplitudzie, równej $2A$. W pozostałych punktach amplituda drgań cząstek jest większa od zera i mniejsza od $2A$ w zależności od położenia punktu.

Przykład 38.1

Odległość między sąsiednimi węzłami fali stojącej

Obliczmy odległość między dwoma sąsiednimi węzłami fali stojącej. Korzystamy z wyrażenia na amplitudę fali wypadkowej:

$$A' = 2A \cos \left(\omega \frac{x}{v} + \frac{\varphi_0}{2} \right)$$

Węzły powstają w takich odległościach x od źródła, dla których cosinus jest równy zero, czyli dla fazy równej: $\frac{\pi}{2}, 3 \cdot \frac{\pi}{2}, 5 \cdot \frac{\pi}{2}$ itd. Jeśli będą to odległości między sąsiednimi węzłami, to:

$$\omega \frac{x_2}{v} + \frac{\varphi_0}{2} - \left(\omega \frac{x_1}{v} + \frac{\varphi_0}{2} \right) = 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi$$

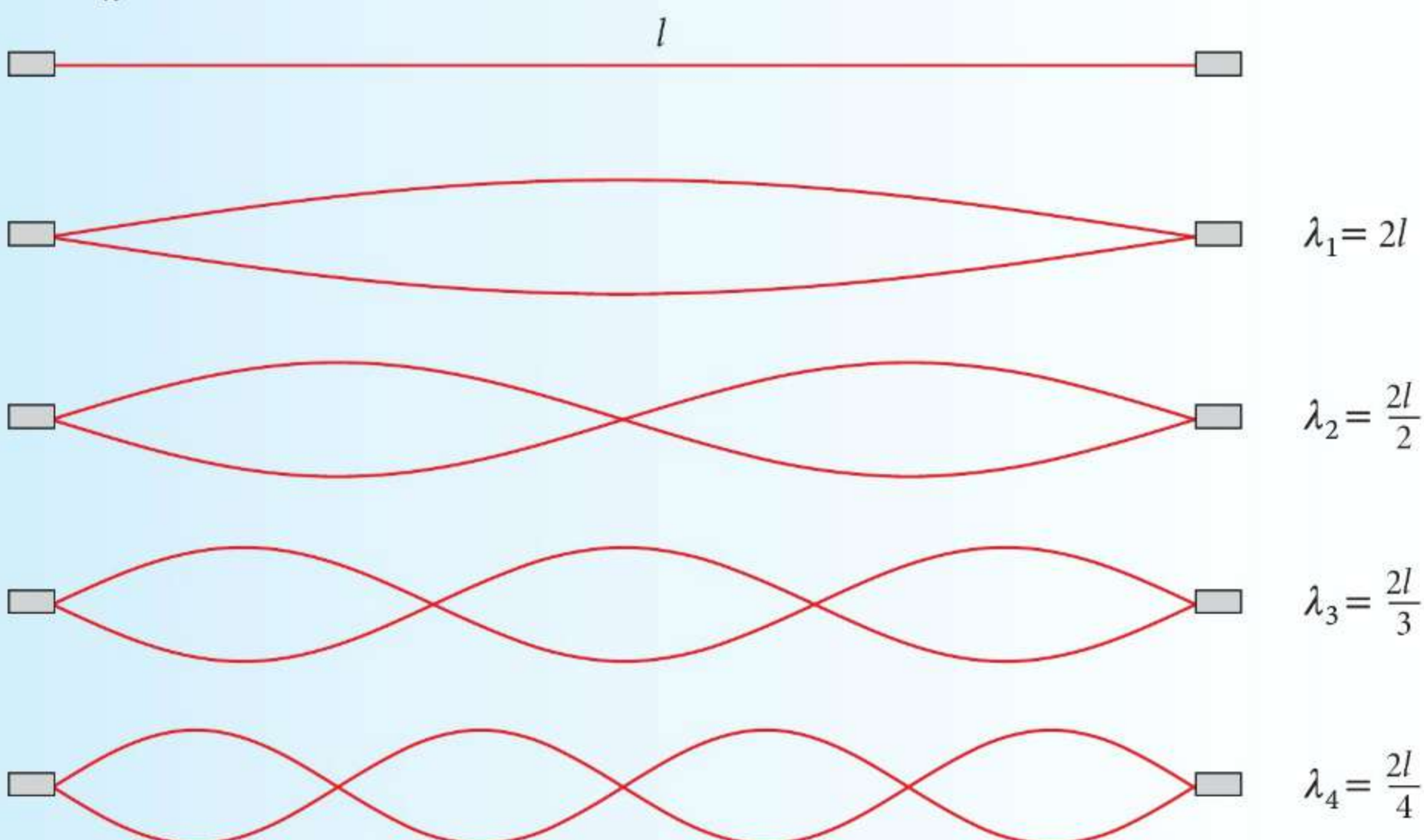
Po wykonaniu obliczeń otrzymujemy:

$$x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}$$

Sąsiednie węzły fali stojącej znajdują się w odległości równej połowie długości fali.

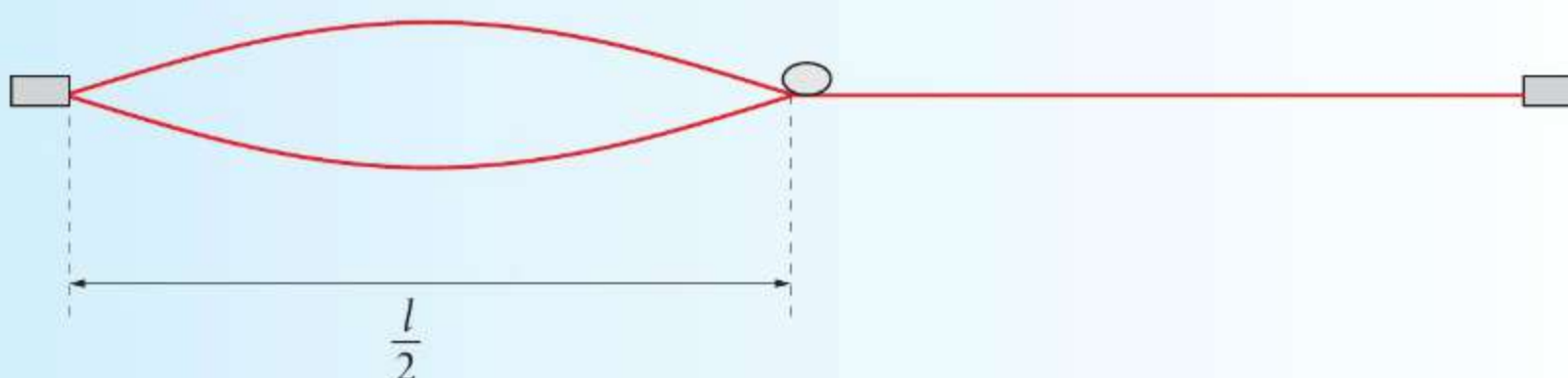
Przykład 38.2**Fale stojące w strunach**

Fale stojące powstają w strunach instrumentów strunowych. Na zamocowanych końcach struny zawsze tworzą się węzły fali stojącej (rys. 38.3). Jeśli szarpniemy strunę o długości l , powstaje w niej fala stojąca o długości $\lambda_1 = 2l$ oraz częstotliwości podstawowej (zwanej również pierwszą harmoniczną) $\nu_1 = \frac{v}{2l}$, gdzie v jest szybkością rozchodzenia się fali w strunie. Równocześnie powstają w niej tzw. wyższe harmoniczne o długościach $\lambda_2, \lambda_3, \dots$, $\lambda_n = \frac{2l}{n}$ (gdzie $n = 2, 3, \dots$), na ogół o mniejszych amplitudach drgań.

**Rys. 38.3**

Jeśli strunę przyciśniemy palcem do progu (rys. 38.4), a następnie szarpniemy część struny o długości np. $l/2, l/3, l/4$ itd., to powstają fale stojące o częstotliwościach odpowiednio:

$$\nu_2 = \frac{v}{l} = 2\nu_1 \quad \nu_3 = \frac{3v}{2l} = 3\nu_1 \quad \nu_4 = \frac{4v}{2l} = 4\nu_1 \quad \dots \quad \nu_n = \frac{nv}{2l} = n\nu_1$$

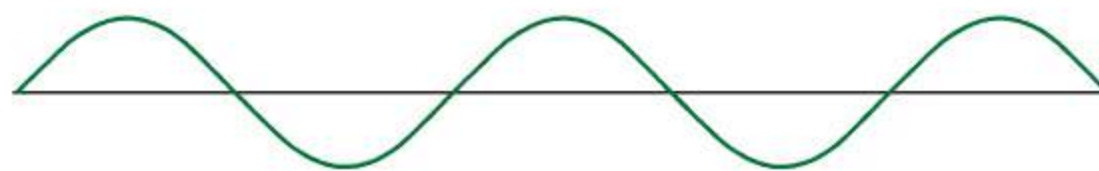
**Rys. 38.4**

W miarę zmniejszania długości części struny, którą wprawiamy w drgania, częstotliwość fali stojącej wzrasta.

Wytworzone w strunie fale poprzeczne są przekazywane do powietrza i stają się podłużnymi falami akustycznymi, o tej samej częstotliwości. Będzie o nich mowa w rozdziale 40.

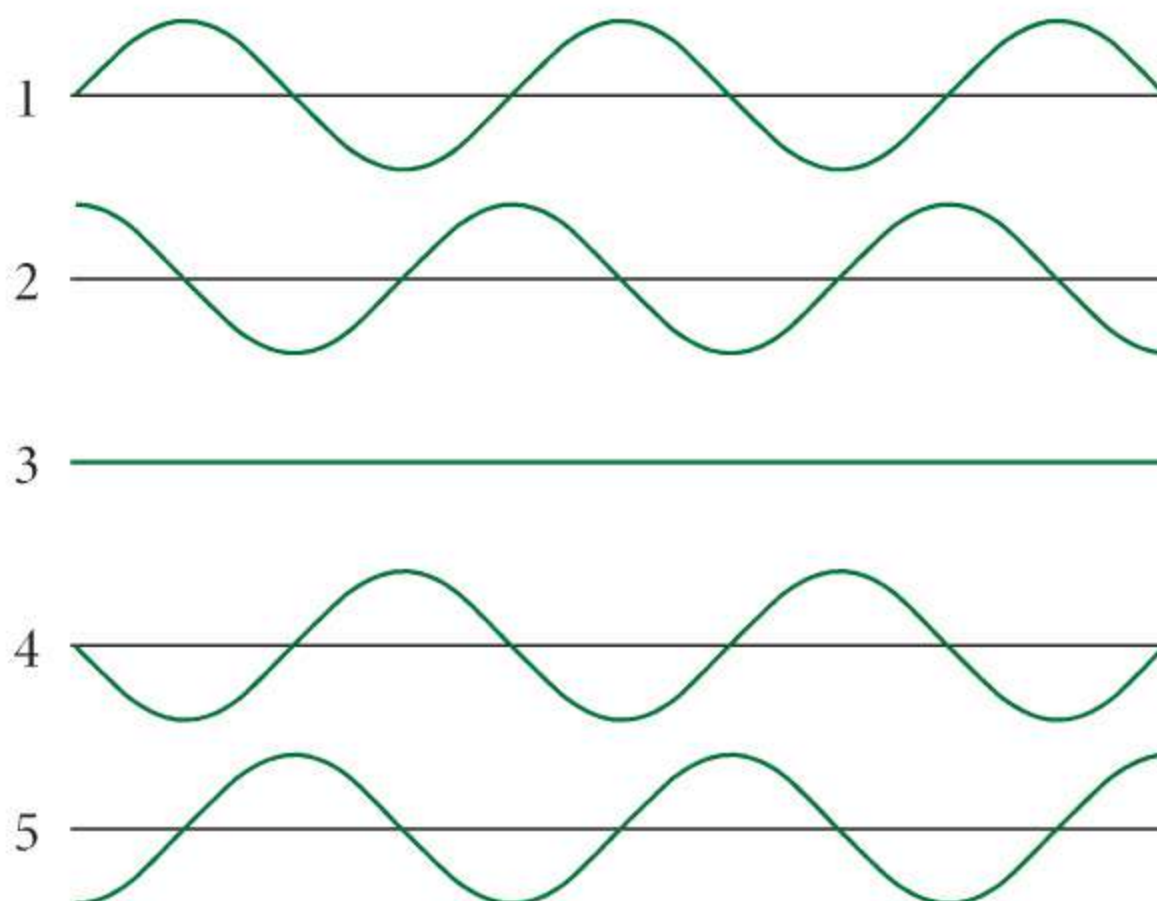
ZADANIA

1. Na rysunku 38.5 pokazano maksymalne odkształcenie pewnego odcinka gumowej liny, na której została wytworzona fala.



Rys. 38.5

Rysunek 38.6 przedstawia maksymalne odkształcenie tej samej części liny w kilku chwilach późniejszych.



Rys. 38.6

Odpowiedz na poniższe pytania.

Który rysunek przedstawia odkształcenie tej samej części liny dokładnie po:

- jednym okresie drgań T od chwili pokazanej na rysunku 38.5, jeśli fala na linie jest falą biegnącą;
 - jednym okresie drgań T od chwili pokazanej na rysunku 38.5, jeśli fala na linie jest falą stojącą;
 - $t = \frac{1}{4}T$ od chwili pokazanej na rysunku 38.5, jeśli fala na linie jest falą biegnącą w prawo;
 - $t = \frac{1}{4}T$ od chwili pokazanej na rysunku 38.5, jeśli fala na linie jest falą stojącą;
 - $t = \frac{3}{4}T$ od chwili pokazanej na rysunku 38.5, jeśli fala na linie jest falą biegnącą w prawo;
 - $t = \frac{3}{4}T$ od chwili pokazanej na rysunku 38.5, jeśli fala na linie jest falą stojącą?
- Odszukaj w internecie *Aplikacje fizyka* Waltera Fendta (www.walter-fendt.de/html5/phpl). Otwórz program *Fala stojąca*. Przeanalizuj powstawanie fali stojącej na linie z zamocowanym końcem i obejrzyj kolejne kroki co $T/4$ i $T/24$.
 - Jeden koniec kilkumetrowej sprężystej liny przyczep np. do klamki. Drugim końcem liny wykonuj ruchy w górę i w dół. Dobieraj częstotliwość drgań tak, by na linie powstawała fala stojąca o różnej długości.



39. Zasada Huygensa i jej konsekwencje

- Zasada Huygensa
- Zjawisko ugięcia fali (dyfrakcji)
- Spójne źródła fal i fale spójne
- Warunki wzmocnienia i wygaszenia dwóch interferujących fal wysyłanych przez identyczne źródła

Przypomnij sobie, jak skutek interferencji nakładających się fal w danym punkcie zależy od przesunięcia fazowego.

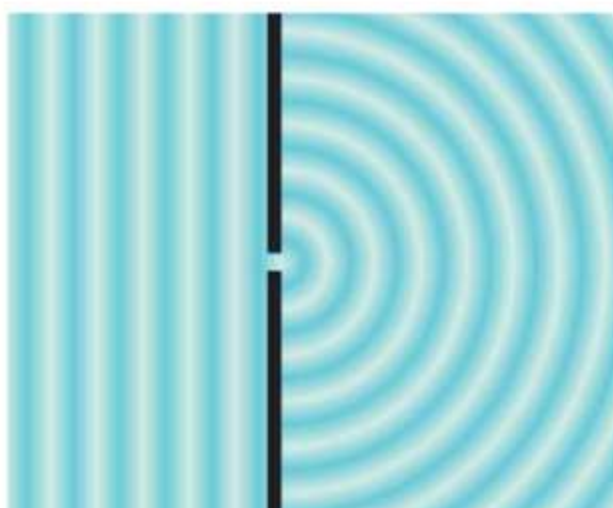
Gdy źródło fal jest punktowe, fala rozchodzi się we wszystkich kierunkach; jej powierzchnie falowe są powierzchniami kulistymi. Powierzchnie falowe mogą być także płaskie, czyli mogą być płaszczyznami. Taką falę opisywaliśmy w rozdziale 35.

Jeśli fala rozchodzi się w ośrodku jednorodnym, bez trudu można znaleźć jej powierzchnie falowe. Sytuacja się komplikuje, gdy w ośrodku znajdują się przegrody lub gdy fala dochodzi do granicy dwóch ośrodków. Sposób znajdowania powierzchni falowych w takich przypadkach wymyślił Christiaan Huygens (czytaj: Hojhens). Jest to tzw. **zasada Huygensa**. Mówi ona, że:

Każdy punkt ośrodka, do którego dotrze fala, staje się źródłem nowej fali kulistej (o tej samej częstotliwości). Fale te, zwane falami cząstkowymi (lub elementarnymi), nakładają się, czyli interferują ze sobą. Powierzchnia styczna do wszystkich powierzchni fal cząstkowych tworzy wypadkową powierzchnię falową, którą obserwujemy w ośrodku.

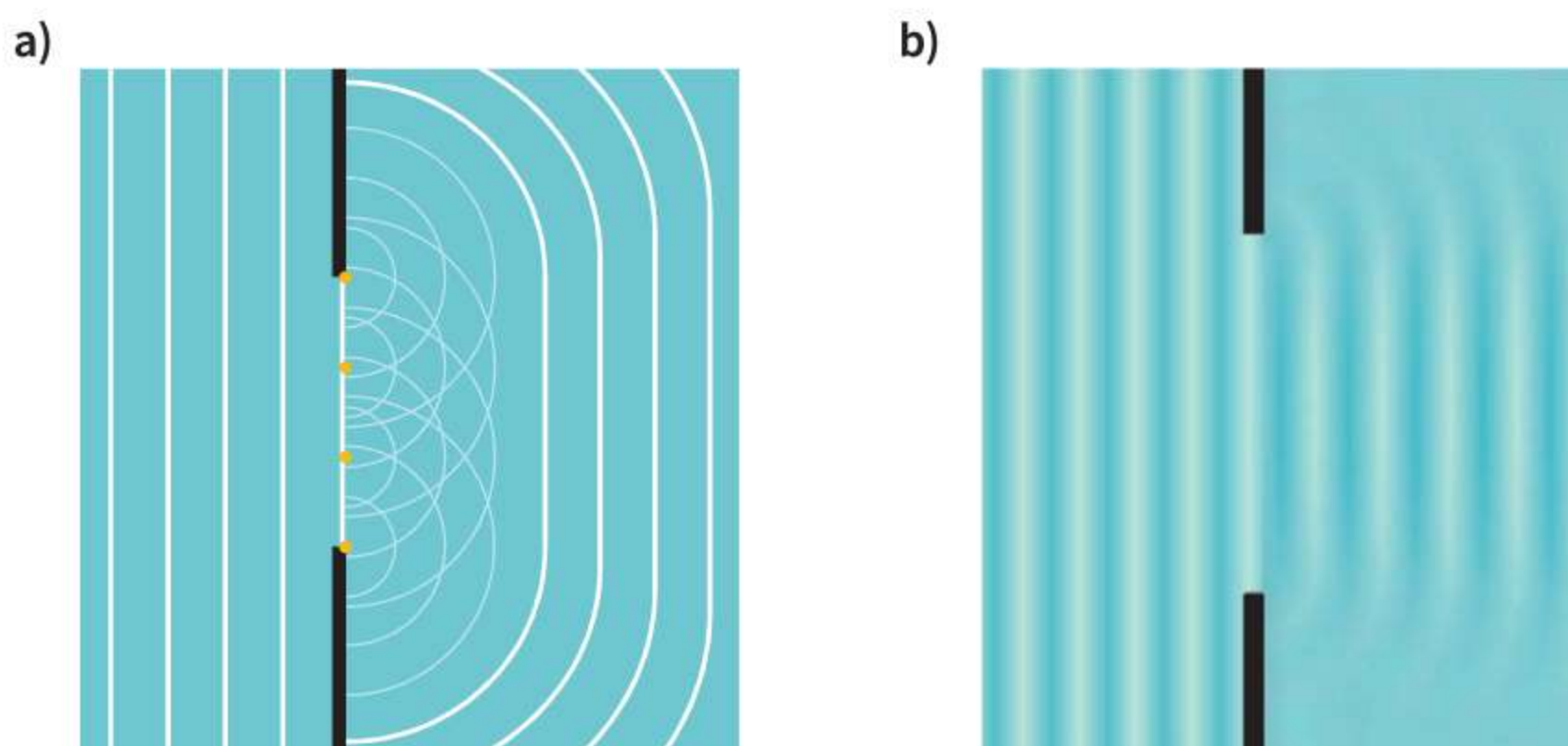
Zasada Huygensa tłumaczy zjawiska odbicia i załamania fal na granicy dwóch ośrodków oraz zjawisko **dyfrakcji**, czyli **ugięcia fali**.

Jeśli w wanie z wodą ustawimy przegrodę z wąską szczeliną o szerokości a (porównywalnej z długością fali λ), a następnie wywołamy na powierzchni wody falę płaską, to zaobserwujemy za przegrodą falę kolistą wychodzącą z tej szczeliny (rys. 39.1). Przegroda zatrzymuje falę, ale szczelina staje się źródłem nowej fali kolistej.



Rys. 39.1 Ugięcie fali na wąskiej szczelinie

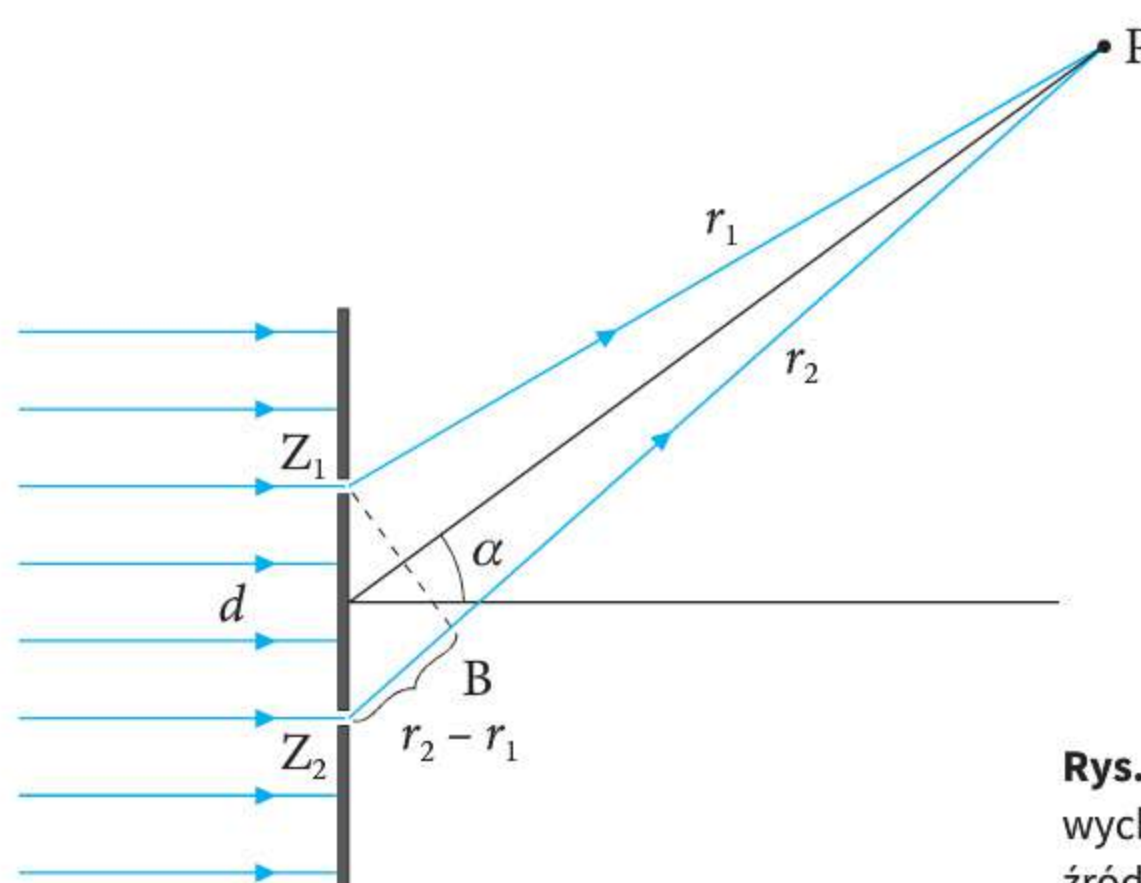
Jeśli powiększymy szczelinę, to zgodnie z zasadą Huygensa każdy punkt ośrodka stanie się źródłem nowej fali kolistej (rys. 39.2a). Fale te interferują ze sobą. W efekcie za szczeliną zaobserwujemy powierzchnię falową, której środkowa część będzie falą płaską, ale przy brzegach zauważymy zmianę kierunku rozchodzenia się fali (rys. 39.2b).



Rys. 39.2 Ugięcie fali na szerokiej szczelinie: złożenie fal cząstkowych (a), fala wypadkowa (b)

Ogólnie można stwierdzić, że gdy iloraz $\frac{a}{\lambda}$ jest bliski jedynce, następuje silne ugięcie. Jeśli $\frac{a}{\lambda} \gg 1$, to falę traktujemy jako rozchodzącą się bez zmiany kierunku. Zjawisko dyfrakcji zachodzące na brzegach szczeliny możemy wtedy pominąć.

Gdy na drodze płaskiej fali harmonicznego umieścimy przegrodę z dwiema bardzo wąskimi szczelinami Z_1 i Z_2 (rys. 39.3), szczeliny będą źródłami fal interferujących ze sobą.



Rys. 39.3 Interferencja fal wychodzących z dwóch źródeł Z_1 i Z_2

Wyberzmy w przestrzeni za przegrodą dowolny punkt P leżący w tej samej płaszczyźnie co źródła Z_1 i Z_2 i spróbujmy odpowiedzieć na pytanie:

Jaki jest skutek interferencji fal wychodzących ze źródeł Z_1 i Z_2 w tym punkcie?

Wychylenie punktu P jest wynikiem złożenia wychyleń y_1 i y_2 fal opuszczających źródła Z_1 i Z_2 . Po oznaczeniu odległości punktu P od źródeł przez r_1 i r_2 wychylenia możemy zapisać jako:

$$y_1 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \quad y_2 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right)$$

Szczeliny są źródłami fal kulistych, a napisane tu wzory odnoszą się – jak wiesz – do fal płaskich. Stosowanie ich w tym przypadku jest uzasadnione, gdy punkt P znajduje się dostatecznie daleko od obu źródeł; wówczas w niewielkim otoczeniu tego punktu wycinek powierzchni falowej każdej z fal kulistych jest zbliżony do płaskiego. Wtedy także różnica odległości punktu P od obu źródeł jest mała w porównaniu z r_1 i r_2 , zatem można przyjąć założenie, że interferujące fale mają jednakowe amplitudy.

Zwróć uwagę, że **różnica faz** (czyli argumentów funkcji sinus we wzorach na wychylenie y_1 i y_2) **wynika tylko z tego, że odległości r_1 i r_2 punktu P od źródeł są różne**. Założyliśmy natomiast, że źródła Z_1 i Z_2 drgają w zgodnych fazach (co jest oczywiste, jeśli fala rozchodziła się w kierunku prostopadłym do przegrody).

Źródła fal, które drgają w zgodnych fazach lub istnieje między nimi przesunięcie fazowe, ale nie zmienia się ono z upływem czasu, nazywamy źródłami spójnymi, a emitowane przez nie fale – falami spójnymi.

Jeżeli interferują fale spójne, wynik interferencji w danym punkcie nie zmienia się z czasem.

Zastosujmy znany z trygonometrii wzór na sumę sinusów różnych kątów i obliczmy wychylenie w punkcie P:

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \right) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

Czynnik $A' = 2A \left| \cos 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \right) \right|$ to amplituda drgań w punkcie P.

Jak widać, amplituda drgań w punkcie P nie zależy od czasu (czemu się nie dziwimy, bo interferowały fale spójne), zależy natomiast od położenia punktu, a dokładniej od różnicy odległości punktu od obu źródeł, równej $r_2 - r_1$. Jeśli argument funkcji cosinus jest nieparzystą wielokrotnością $\frac{\pi}{2}$, to $A' = 0$, czyli następuje wygaszenie fali.

$$2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} = (2n + 1) \frac{\pi}{2} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

skąd:

$$r_2 - r_1 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (39.1)$$

Jest to warunek maksymalnego osłabienia fali.

Jeśli argument funkcji cosinus jest wielokrotnością π , to $A' = 2A$, czyli następuje maksymalne wzmocnienie fali.

$$2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} = n\pi \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

skąd:

$$r_2 - r_1 = n\lambda \quad (39.2)$$

Jest to warunek maksymalnego wzmocnienia fali.

W punktach przestrzeni, dla których różnica odległości od źródeł fal jest równa nieparzystej wielokrotności połowy długości fali, następuje maksymalne osłabienie fali.

W punktach przestrzeni, dla których różnica odległości od źródeł fal jest równa zeru lub całkowitej wielokrotności długości fali, następuje maksymalne wzmocnienie fali.

Jeśli odległość punktu P, w którym badamy wynik nakładania się dwóch fal, jest bardzo duża w porównaniu z odległością między szczelinami d , to warunki maksymalnego wzmocnienia i maksymalnego osłabienia można zapisać inaczej, za pomocą tzw. **kąta ugięcia**. Jest to kąt między kierunkiem fali padającej na przegrodę i kierunkiem odcinka poprowadzonego do punktu P ze środka odcinka Z_1Z_2 o długości d (na rys. 39.3 oznaczony jako α). Z tego rysunku wynika, że kąt BZ_1Z_2 jest także równy α .

$$\sin \alpha = \frac{r_2 - r_1}{d} \quad \text{skąd} \quad d \sin \alpha = r_2 - r_1$$

Gdy wstawimy do warunków (39.1) i (39.2) w miejsce różnicy $r_2 - r_1$ równy jej iloczyn $d \sin \alpha$, otrzymamy:

Warunek maksymalnego osłabienia fali:

$$d \sin \alpha = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (39.3)$$

gdzie $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Warunek maksymalnego wzmocnienia fali:

$$d \sin \alpha = n\lambda \quad (39.4)$$

gdzie $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

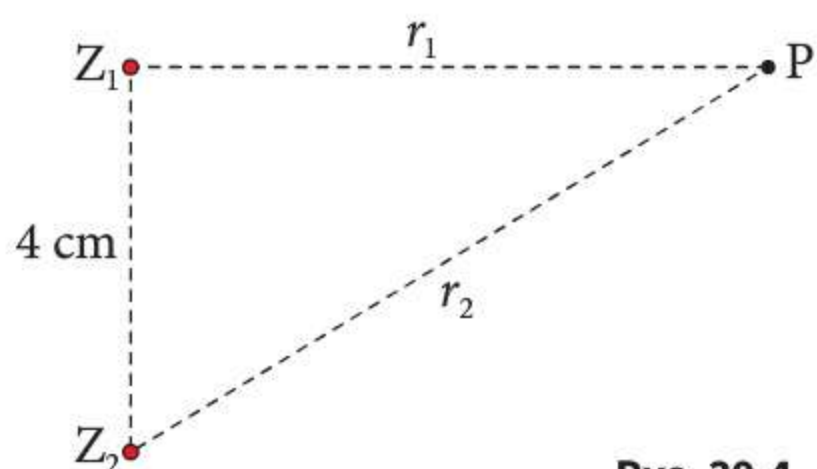
Interferencja fal akustycznych, o których będziemy mówić w następnym rozdziale, może być jedną z przyczyn tzw. złej akustyki pomieszczenia. Na skutek interferencji fal wysyłanych przez źródło dźwięku i odbitych od ściany w niektórych miejscach takiego pomieszczenia słyszymy dźwięk głośniej, a w innych ciszej.

Zjawiska dyfrakcji i interferencji zachodzą także dla fal elektromagnetycznych. Jeśli wytworzymy spójne fale świetlne (na ogół fale świetlne nie są spójne) i doprowadzimy do ich interferencji, to skutek obserwujemy na ekranie w postaci prążków jasnych (wzmocnienie) i ciemnych (wygaszenie). Szczegółowo będziemy omawiać te zjawiska w klasie czwartej.

ZADANIA

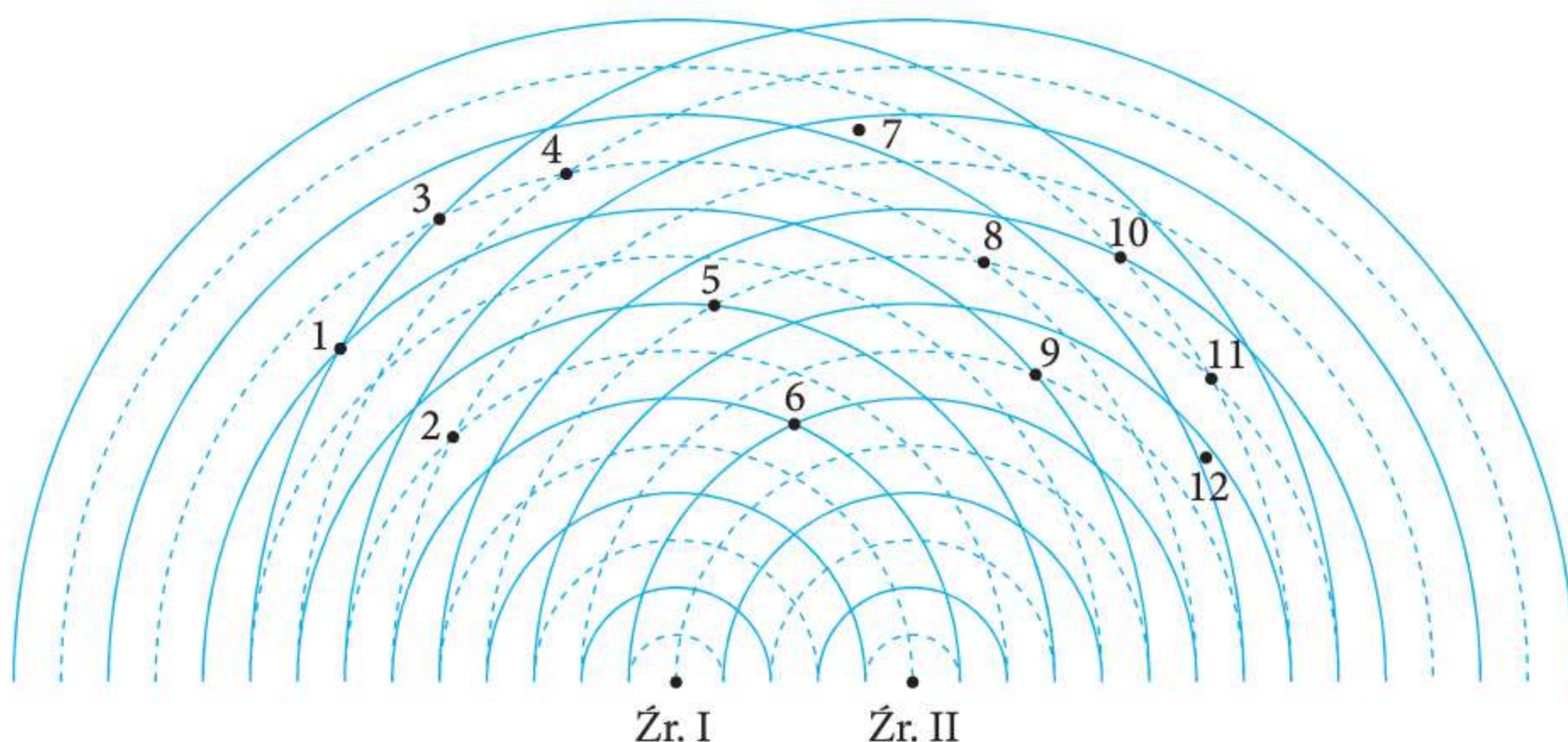
1. Odszukaj w internecie *Aplikacje fizyka* Waltera Fendta (www.walter-fendt.de/html5/phpl). Otwórz program *Odbicie i załamanie fali*.
 - a) Przeanalizuj krok po kroku zjawiska odbicia i załamania fali na granicy dwóch ośrodków.
 - b) Wykonaj na papierze milimetrowym konstrukcję fali odbitej i załamanej. Skorzystaj z informacji podanej na końcu rozdziału 35, dotyczącej częstotliwości fali przy jej przejściu z jednego ośrodka do drugiego.

2. Dwa źródła punktowe Z_1 i Z_2 , oddalone od siebie o 4 cm, drgają w zgodnych fazach z częstotliwością 3 Hz (rys. 39.4). Oblicz odległość od źródła Z_1 do punktu P ośrodka, w którym zachodzi pierwsze maksymalne osłabienie. Fale rozchodzą się z szybkością 9 cm/s.



Rys. 39.4

3. Rysunek 39.5 przedstawia pole interferencji widoczne na powierzchni wody.



Rys. 39.5

Fale rozchodzą się z dwóch punktowych źródeł: I i II, w których w powierzchnię wody uderzają końce dwóch prętów z jednakową, stałą częstotliwością. Linie ciągłe to powierzchnie fali o największym wychyleniu w górę, a linie przerywane – o największym wychyleniu w dół.

- a) Podaj różnicę odległości punktu 11 od obu źródeł, wyrażoną za pomocą długości fali λ .
- b) Wymień numery wszystkich zaznaczonych na rysunku punktów, w których następuje:
 1. maksymalne wzmocnienie fal,
 2. częściowe wzmocnienie fal,
 3. maksymalne osłabienie fal.



*40. Fale akustyczne

- Źródła fal akustycznych
- Właściwości fal akustycznych
- Natężenie fali akustycznej
- Poziom natężenia fali akustycznej

Przypomnij sobie, co wiesz o dźwiękach i ich cechach, o infradźwiękach oraz ultradźwiękach, echu i pogłosie.

Podłużne fale mechaniczne o częstotliwościach od 16 Hz do 20 000 Hz to **fale akustyczne**. Źródłem fali akustycznej w powietrzu są ciała stałe drgające z taką częstotliwością (np. struny głosowe człowieka, struny instrumentów muzycznych, kamerton) lub pobudzone do drgań słupy powietrza (np. w piszczałkach, fletach, trąbkach). Fale akustyczne mogą rozchodzić się także w cieczach i ciałach stałych. Szybkość fali dźwiękowej w danym ośrodku zależy od jego sprężystości (patrz tabela 40.1) i gęstości.

Tabela 40.1

Ośrodek	Szybkość dźwięku (m/s)
powietrze (w temperaturze 15°C)	340
woda (w temperaturze 17°C)	1430
miedź (w temperaturze 20°C)	3560
szkło (w temperaturze 20°C)	4000–5600
żelazo (w temperaturze 20°C)	5130

Jeżeli znamy częstotliwość i szybkość rozchodzenia się fali akustycznej w różnych ośrodkach, możemy łatwo obliczyć jej długość w każdym z tych ośrodków. Korzystamy wtedy ze wzoru $\lambda = \frac{v}{\nu}$.

Długości fal akustycznych w powietrzu zawierają się w przybliżeniu w przedziale od 2 cm do 20 m. Są więc one tego samego rzędu co rozmiary typowych roślin, zwierząt i wytworów człowieka. Fale akustyczne rozchodzące się w powietrzu ulegają ugięciu na takich obiektach i dochodzą do naszych uszu równocześnie z wielu kierunków. Wobec tego tylko w wyjątkowych przypadkach (np. na pustym placu) można łatwo ustalić kierunek rozchodzenia się fal akustycznych i położenie źródła dźwięku.

Jak zapewne pamiętasz, długości fal elektromagnetycznych w zakresie światła widzialnego są rzędu 10^{-7} m, a więc znacznie mniejsze od długości fal akustycznych w po-

wietrze. Ugięcie fal elektromagnetycznych na „makroskopowych” obiektach powoduje tylko niewielkie rozmycie, np. cienia rzucanego przez te obiekty.

Dobrym przybliżeniem opisu rozchodzenia się fal świetlnych jest optyka geometryczna, w której zakłada się, że w ośrodku jednorodnym światło nienapotyka na żadne przeszkody rozchodzi się od źródła po liniach prostych, a przegrody rzucają cień wyraźnie oddzielony od obszaru oświetlonego. Aby więc zaobserwować źródło światła ukryte za murem pochłaniającym światło, musimy wykorzystać zjawisko odbicia i użyć np. peryskopu. Natomiast źródło dźwięku ukryte za niezbyt wysokim murem pochłaniającym fale dźwiękowe jest zwykle niemal równie dobrze słyszalne jak nieosłonięte źródło wysyłające podobnie intensywną falę dźwiękową z tej samej odległości. Uzyskanie tzw. cienia akustycznego wymaga budowy specjalnych ekranów, stawianych przy ruchliwych ulicach usytuowanych tuż przy osiedlach mieszkalnych lub przy odcinkach autostrad.

Nie jest zapewne dziełem przypadku, że ewolucja wykształciła u większości zwierząt dwa zmysły wykorzystujące tak różne zakresy długości fal: wzrok, który lokalizuje obiekty dokładnie, jeśli nie są zasłonięte, i słuch, który nie najlepiej lokalizuje źródła dźwięku, ale rejestruje je także wtedy, gdy są niewidoczne.

Wrażenia słuchowe wywołane przez fale akustyczne możemy podzielić na:

- tony, wywołane przez sinusoidalne fale o określonej częstotliwości, amplitudzie i długości (np. drgający kamerton);
- dźwięki, wywołane przez okresowe fale niesinusoidalne, czyli złożenie pewnej liczby tonów (m.in. przekazane do otaczającego powietrza drgania szarpniętej struny – patrz np. rys. 37.2 i 37.3 – złożone z drgań o częstotliwości podstawowej i wyższych harmonicznym);
- szmery i huki, wywołane przez fale nieperiodyczne (nieokresowe).

Im większa częstotliwość fali akustycznej, tym wyższy dźwięk. Struny głosowe kobiet drgają z większą częstotliwością niż struny głosowe mężczyzn.

To, jak głośno słyszymy dźwięk, zależy od jego **natężenia**.

Gdy najprostsza fala akustyczna (ton) dociera do ucha ludzkiego, zagęszczenia i rozrzedzenia powietrza w pobliżu błony bębenkowej powodują zmiany ciśnienia powietrza. Ciśnienie wzrasta powyżej ciśnienia atmosferycznego do pewnego $p_{\max}$, a potem obniża się poniżej tego ciśnienia, przy czym częstotliwość jego zmian jest równa częstotliwości drgań cząsteczek powietrza. Z taką samą częstotliwością drga błona bębenkowa ucha.

Maksymalne natężenie I fali akustycznej (wzór 35.2), odpowiadające największym zmianom ciśnienia, jakie wytrzymała błona bębenkowa ucha ludzkiego ($p_{\max} \approx 30 \text{ Pa}$), jest równe $1,07 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Natężenie najsłabszego dźwięku, który może być usłyszany ($p_{\min} \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$), to $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Jest to tzw. **próg słyszalności**.

Całkowitą ilość energii, którą przenosi fala przez powierzchnię S w jednej sekundzie, czyli przenoszoną moc, możemy wyrazić wzorem:

$$P = IS$$

Średnia moc fali akustycznej emitowanej przez mówiącego człowieka wynosi około 10^{-5} W. Aby uzyskać moc równą mocy dziesięciowatowej żarówki, równocześnie musiałoby mówić milion osób!

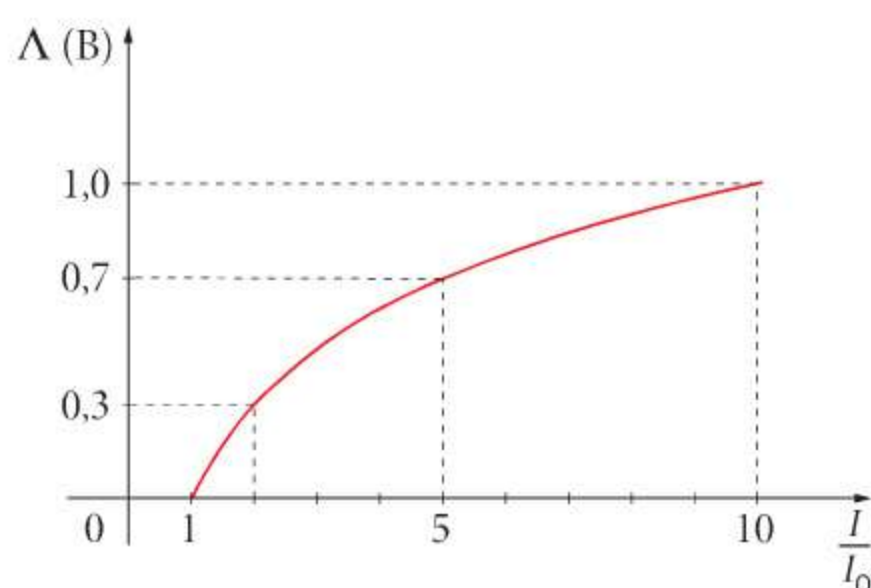
Znacznie większą moc mają głośniki używane w salach koncertowych. Załóżmy, że podczas koncertu idola muzyki rozrywkowej w amfiteatrze, który możemy potraktować jako połowę czaszy kulistej o promieniu 50 m, natężenie fali ma być równe 1 W/m^2 . Pole powierzchni takiej sali wynosi około $15\,700 \text{ m}^2$, więc głośniki umieszczone w środku czaszy muszą mieć moc $15\,700 \text{ W}$! Gdy koncert odbywa się na stadionie piłkarskim, moc głośników musi być wielokrotnie większa.

Zakres natężeń, na które reaguje ucho ludzkie, jest bardzo szeroki: stosunek skrajnych natężeń (od 10^{-12} W/m^2 do 1 W/m^2) jest rzędu 10^{12} , ale wrażliwość ucha ludzkiego na zmiany natężenia nie jest jednakowa przy różnych natężeniach dźwięku. Ilustruje to prosty przykład. Wyobraźmy sobie, że jesteśmy na zlocie miłośników motocykli marki Harley-Davidson, na który przyjechało 60 maszyn. Gdy uruchomiona zostanie jedna, odbieramy wrażenie słuchowe o pewnym natężeniu. Uruchomienie drugiej spowoduje zauważalne zwiększenie natężenia. Jeśli jednak włączonych będzie np. 30 silników motocyklowych, to uruchomienie jeszcze jednego nie spowoduje żadnej różnicy dla ucha. Dopiero włączenie wszystkich pozostałych wywoła wyraźną zmianę natężenia.

Powyższy przykład ilustruje pewną ogólną właściwość zmysłów człowieka, polegającą na tym, że odbierane wrażenia nie są proporcjonalne do wielkości bodźców. Dlatego też w akustyce wprowadza się jeszcze jedną wielkość fizyczną – **poziom natężenia fali akustycznej**. Oznaczamy go Λ (duża litera lambda) i definiujemy wzorem:

$$\Lambda = \log \frac{I}{I_0}$$

gdzie I to natężenie fali, której poziom natężenia obliczamy, a $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ to znany ci próg słyszalności dla częstotliwości 1000 Hz. Wykres zależności poziomu natężenia Λ od ilorazu I/I_0 przedstawia rysunek 40.1.



Rys. 40.1 Wykres zależności $\Lambda\left(\frac{I}{I_0}\right)$

Jednostką poziomu natężenia jest **bel** (1 B) oraz jednostka 10 razy mniejsza, czyli **decybel** (1 dB). Poziom natężenia fali akustycznej jest równy jednemu belowi, gdy natężenie tej fali jest 10 razy większe od natężenia $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

Hałas uważamy za szkodliwy dla zdrowia, jeśli jego poziom natężenia przekracza wartość 85 dB.

Obliczmy teraz poziom natężenia trzech dźwięków o różnych natężeniach.

Przykład 40.1

Poziomy natężenia dźwięków o różnych natężeniach

1. Jeśli do naszego ucha dobiega dźwięk o natężeniu równym progowi słyszalności I_0 , to poziom natężenia tego dźwięku jest równy:

$$\Lambda = \log \frac{I}{I_0} = \log \frac{I_0}{I_0} = \log 1 = 0$$

2. Podczas spaceru ruchliwą ulicą do twoich uszu dochodzą dźwięki o natężeniu $I_0 = 10^{-5} \text{ W/m}^2$. Poziom natężenia tych dźwięków wynosi:

$$\Lambda = \log \frac{10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = \log 10^7 = 7 \text{ B} = 70 \text{ dB}$$

3. Podczas koncertu rockowego natężenie dźwięku osiąga 1 W/m^2 , odpowiada to:

$$\Lambda = \log \frac{1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = \log 10^{12} = 12 \text{ B} = 120 \text{ dB}$$

To próg bólu!

ZADANIA

1. Oblicz stosunek natężeń dwóch źródeł dźwięku, których poziom natężeń różni się o 1 B.
2. Z punktowego źródła dźwięku oddalonego od człowieka o 10 m dochodzi do jego uszu dźwięk o poziomie natężenia równym 5 B. Oblicz poziom natężenia dźwięku odbieranego przez tego człowieka, jeśli zbliży się on do źródła na odległość 1 m.
3. Instrumenty muzyczne dzielimy na: perkusyjne, strunowe i dęte. Odszukaj informacje na temat powstawania dźwięku w tych instrumentach i przygotuj prezentację.
4. Jeśli dysponujesz wieżą stereofoniczną, odtwórz ton, najlepiej o częstotliwości około 1000 Hz (może być to np. nagrany sygnał kontrolny, nadawany po zakończeniu emisji programu telewizyjnego albo plik pobrany z internetu). Poszukaj w niedużej odległości od głośników takich miejsc, w których słychać dźwięk głośniejsz, i miejsc, w których słychać go wyraźnie ciszej. Wyjaśnij różnice w głośności słyszanego tonu. Dlaczego tego efektu nie obserwujesz podczas słuchania muzyki?

Algorytm strojenia gitary

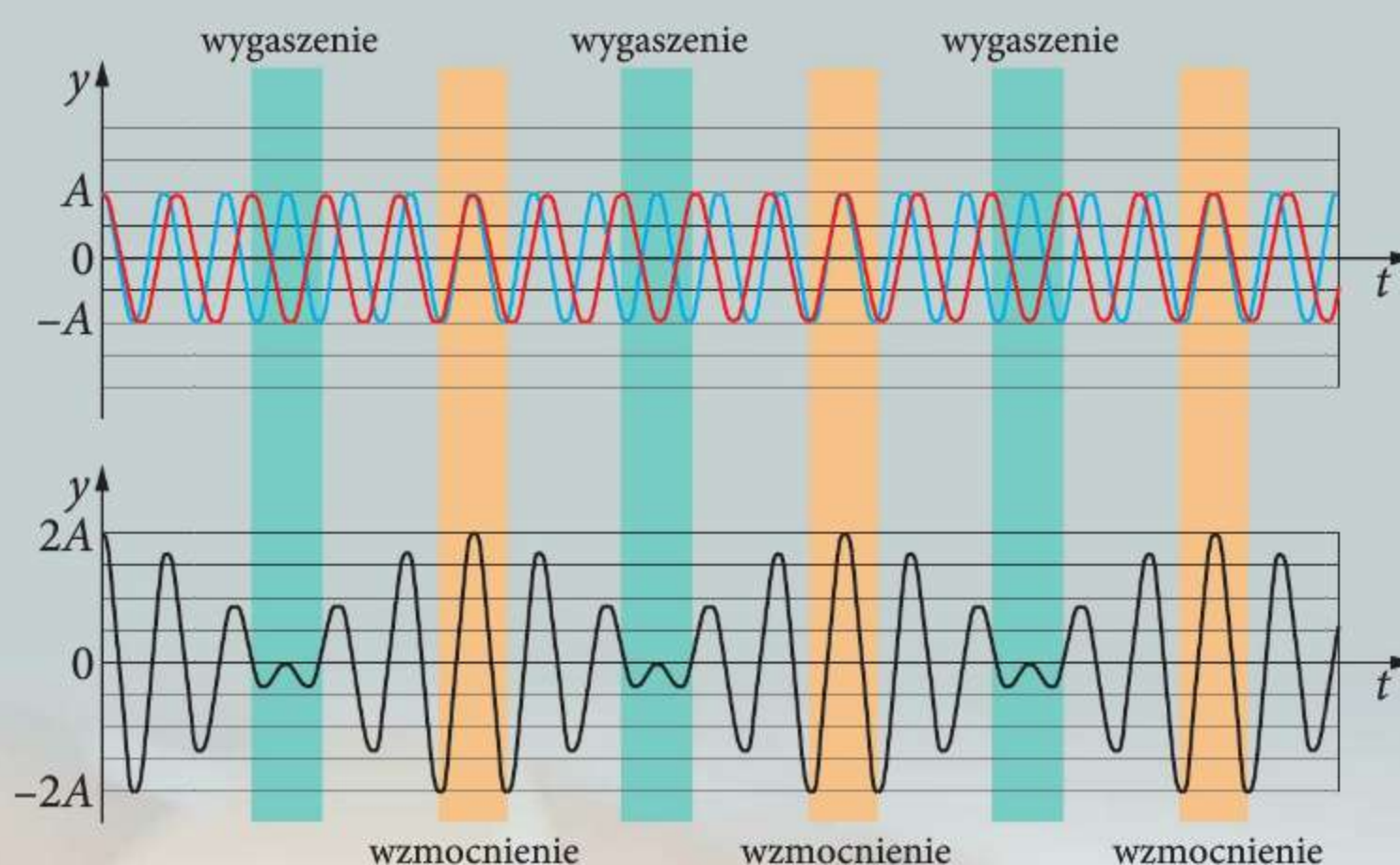
Podczas strojenia gitary wykorzystujemy zjawisko dudnienia fal akustycznych.

DUDNIENIE FAL AKUSTYCZNYCH

Jeśli interferujące fale nieznacznie różnią się częstotliwościami, w wyniku otrzymujemy falę:

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos 2\pi \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} t \sin 2\pi \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} t$$

Jak widać, amplituda fali wypadkowej $A' = 2A \left| \cos 2\pi \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} t \right|$ zmienia się z upływem czasu, więc jeśli interferują fale akustyczne, to i natężenie dźwięku zmienia się okresowo z częstotliwością $\frac{\nu_1 - \nu_2}{2}$.



Jeśli argument funkcji cosinus jest nieparzystą wielokrotnością $\frac{\pi}{2}$, to $A' = 0$, czyli następuje wygaszenie dźwięku. Jeśli argument funkcji cosinus jest wielokrotnością π , to $A' = 2A$, czyli następuje maksymalne wzmocnienie dźwięku. Efekt naprzemiennego wzmocniania i wygaszania dźwięku nosi nazwę dudnień.

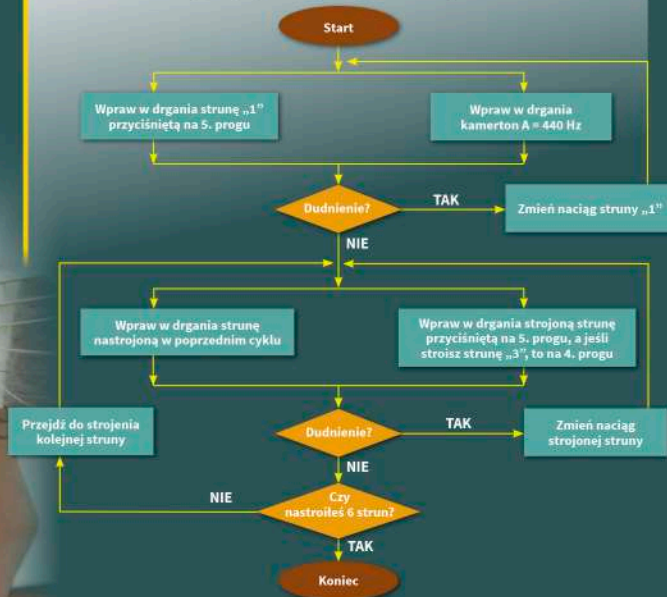
Gdy $|\nu_1 - \nu_2| \rightarrow 0$, czyli częstotliwości interferujących fal się wyrównują, przestajemy słyszeć dudnienia, a amplituda fali wypadkowej staje się równa $2A$.

struna E1

STROJENIE GITARY

1 Strojenie gitary rozpoczynamy od struny pierwszej E1 (najcieńszej). Stroimy ją za pomocą kamertonu A = 440 Hz. Dźwiękowi uzyskanemu z kamertonu winien odpowiadać dźwięk struny E1 po przyciśnięciu jej na 5. progu i po wprawieniu jej w drgania. Jeśli występuje zjawisko dudnienia tych dwóch dźwięków, to tak długo zmieniamy naciąg struny E1, aż to zjawisko zaniknie. Jeżeli w trakcie strojenia częstotliwość dudnień nie maleje, a rośnie, to znaczy, że trzeba zmieniać naciąg struny w przeciwną stronę.

2 Po nastrojeniu struny E1 przechodzimy do strojenia kolejnych strun: H2 (B2), G3, D4, A5, E6, które kolejno przyciskamy na progu 5. (za wyjątkiem struny G3, którą przyciskamy na progu 4.), wprawiamy w drgania strunę strojoną i tę poprzednią, już nastrojoną. Zmieniamy naciąg struny strojonej tak długo, aż zaniknie zjawisko dudnienia dźwięków pochodzących z obu tych strun.





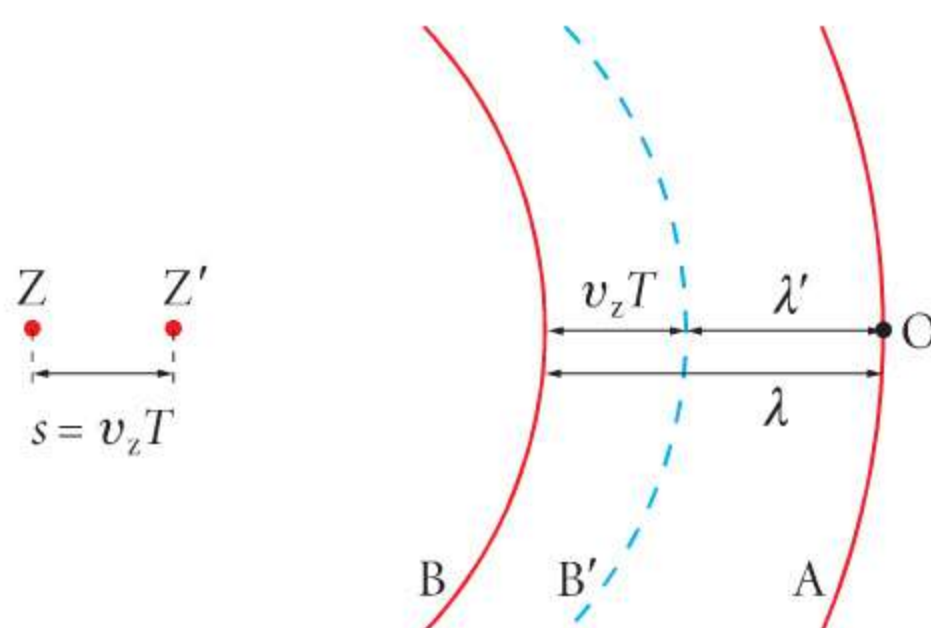
41. Zjawisko Dopplera

- Opis zjawiska Dopplera
- Częstotliwość rejestrowanego dźwięku, wysyłanego przez źródło zbliżające się do odbiornika
- Częstotliwość dźwięku rejestrowanego przez odbiornik zbliżający się do źródła dźwięku
- Częstotliwość rejestrowanej fali w przypadku względnego ruchu źródła i odbiornika

Przypomnij sobie, jaki jest związek między częstotliwością fali akustycznej i wysokością dźwięku oraz między częstotliwością i długością fali.

Gdy stoimy przy ruchliwej szosie, możemy usłyszeć **zmianę wysokości dźwięku** wydawanego przez pojazdy dokładnie w chwili, gdy nas mijają. Dźwięk pochodzący od oddalającego się pojazdu jest niższy od dźwięku, jaki odbieramy, gdy pojazd się do nas zbliża (nie myl ze wzrostem natężenia dźwięku w miarę zbliżania się pojazdu i jego spadkiem wraz z oddalaniem się pojazdu). Obserwowane zjawisko nosi nazwę **zjawiska Dopplera** i zachodzi wówczas, gdy źródło dźwięku i odbiornik poruszają się względem siebie.

Aby wyjaśnić to zjawisko, wyobraźmy sobie spoczywające punktowe źródło dźwięku Z (rys. 41.1). Do odbiornika O dotarła właśnie powierzchnia falowa A. Kolejna powierzchnia B łącząca punkty identycznie wychylone z położen równowagi, jak te na powierzchni A, znajduje się w odległości λ i dotrze do odbiornika O po okresie T .



Rys. 41.1 Ilustracja zjawiska Dopplera, gdy źródło dźwięku zbliża się do nieruchomego odbiornika

Jeśli jednak źródło dźwięku Z, wysyłając fale, poruszało się ze stałą szybkością v_z (rys. 41.1), to w ciągu czasu T przebyło drogę $s = v_z T$. W chwili, gdy powierzchnia falowa A dotarła do odbiornika, kolejna powierzchnia falowa łącząca punkty o takiej samej fazie, jak te na powierzchni A, jest o $s = v_z T$ bliżej niej (B'). Do odbiornika dociera fala o długości:

$$\lambda' = \lambda - v_z T$$

Skraca się również czas, po którym kolejna powierzchnia falowa dotrze do odbiornika. Wynosi on teraz T' .

Korzystamy z faktu, że $\lambda = \frac{v}{\nu}$, i otrzymujemy:

$$\frac{v_f}{\nu'} = \frac{v_f}{\nu} - \frac{v_z}{\nu}$$

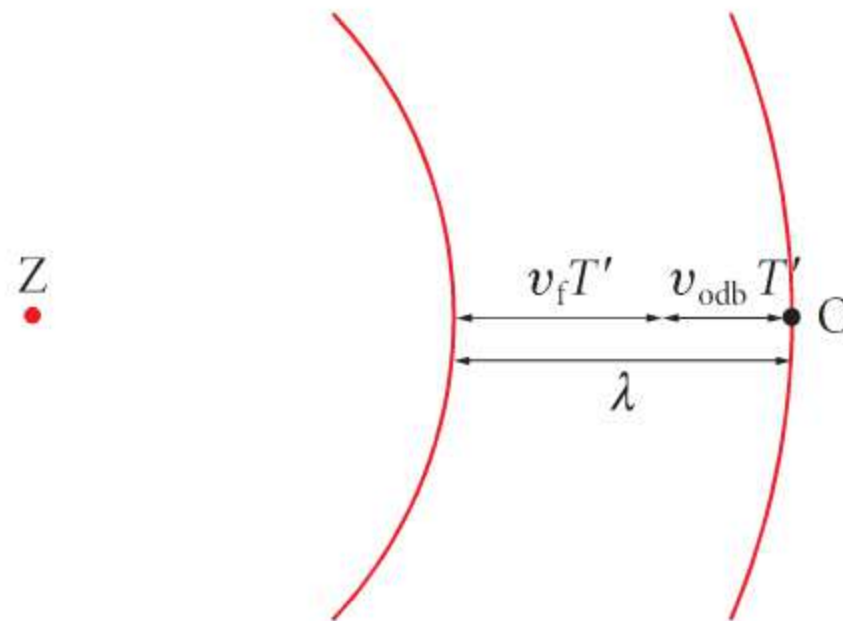
W tym wzorze: v_z – to szybkość źródła dźwięku, v_f – szybkość fali dźwiękowej w powietrzu, $\nu = \frac{1}{T}$ – częstotliwość fali wysyłanej przez źródło, $\nu' = \frac{1}{T'}$ – częstotliwość fali odbieranej przez odbiornik.

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$\nu' = \nu \frac{v_f}{v_f - v_z} \quad (41.1)$$

Częstotliwość ν' , a więc i wysokość dźwięku rejestrowana przez odbiornik, jest stała i większa od częstotliwości ν , a więc i od wysokości dźwięku wysyłanego przez źródło.

Podczas zbliżania się odbiornika do nieruchomego źródła Z czas T' upływający między odebraniem dwóch sąsiednich powierzchni falowych będzie krótszy od okresu fali T , ponieważ odbiornik „porusza się na spotkanie” fali (rys. 41.2).



Rys. 41.2 Ilustracja zjawiska Dopplera, gdy odbiornik zbliża się do nieruchomego źródła dźwięku

$$\lambda = v_f \cdot T' + v_{\text{odb}} \cdot T'$$

$$T' = \frac{\lambda}{v_f + v_{\text{odb}}}$$

$$\frac{1}{\nu'} = \frac{v_f}{(v_f + v_{\text{odb}})\nu}$$

Stąd:

$$\nu' = \nu \frac{v_f + v_{\text{odb}}}{v_f} \quad (41.2)$$

Ogólnie (dla wszystkich przypadków, w których $\vec{v}_f$ i $\vec{v}_z$ lub $\vec{v}_{\text{odb}}$ leżą na tej samej prostej) częstotliwość odbieranej fali wyraża się wzorem:

$$\nu' = \nu \frac{v_f \pm v_{\text{odb}}}{v_f \pm v_z} \quad (41.3)$$

Ten wzór jest słuszny, jeśli przyjmiemy, że:

Znak „-” stosujemy, gdy prędkość źródła lub odbiornika jest zwrócona w stronę, w którą biegnie fala (od źródła do odbiornika), a znak „+”, gdy prędkość ta jest zwrócona przeciwnie.

Zastosujmy powyższy wzór (41.3) w dwóch przypadkach.

Przykład 41.1

Zjawisko Dopplera

1. Źródło i odbiornik mają prędkości zwrócone w stronę, w którą biegnie fala.



Rys. 41.3

$$\nu' = \nu \frac{v_f - v_{\text{odb}}}{v_f - v_z}$$

$$v_z = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_{\text{odb}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_f = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \nu = 1000 \text{ Hz}$$

$$\nu' = 1000 \text{ Hz} \cdot \frac{340 - 5}{340 - 10} \approx 1015 \text{ Hz}$$

2. Źródło porusza się w stronę przeciwną, a odbiornik w tę samą stronę, w którą biegnie fala.



Rys. 41.4

$$\nu' = \nu \frac{v_f - v_{\text{odb}}}{v_f + v_z}$$

$$v_z = v_{\text{odb}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_f = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \nu = 1000 \text{ Hz}$$

$$\nu' = 1000 \text{ Hz} \cdot \frac{340 - 10}{340 + 10} \approx 943 \text{ Hz}$$

Przykład 41.2

Gdy źródło zbliża się zbyt szybko, do odbiornika dochodzą ultradźwięki

Maszynista pociągu ekspresowego, jadącego z szybkością 180 km/h, zbliżając się do przejazdu kolejowego, włączył syrenę, która wysyła dźwięk o częstotliwości 18 000 Hz. Czy syrena spełni swoją ostrzegawczą funkcję?

Wyobraźmy sobie przechodnia stojącego w pobliżu przejazdu. Źródło dźwięku zbliża się do niego, więc po skorzystaniu ze wzoru (41.1) otrzymujemy:

$$\nu' = 18\,000 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 21\,100 \text{ Hz}$$

Zakres słyszalności dźwięków dla człowieka obejmuje częstotliwości od 16 Hz do 20 000 Hz, zatem przechodzień nie usłyszy syreny!

Zjawisko Dopplera jest charakterystyczne również dla światła. Wykorzystuje się je w badaniach astronomicznych do pomiaru szybkości obiektów emitujących światło i oddalających się od Ziemi lub zbliżających się do niej. Dla szybkości v dużo mniejszej od szybkości światła c względna zmiana długości fali jest wprost proporcjonalna do szybkości obiektu ($\frac{|\Delta\lambda|}{\lambda} = \frac{v}{c}$), przy czym rejestrowana długość fali jest mniejsza od emitowanej przez obiekty zbliżające się do Ziemi, a większa dla tych, które się oddalają.

ZADANIA

1. Częstotliwość sygnału dźwiękowego samochodu wynosi $\nu = 800$ Hz. Samochód jedzie z szybkością $v_s = 60$ km/h. Oblicz częstotliwość dźwięku słyszanego przez człowieka stojącego na chodniku, gdy:
 - a) samochód zbliża się do niego,
 - b) samochód oddala się od niego.
2. Źródło dźwięku o częstotliwości $\nu = 500$ Hz porusza się po okręgu o promieniu $r = 1,5$ m z szybkością kątową $\omega = 2$ rad/s. Nieruchomy obserwator znajduje się w tej samej płaszczyźnie co okrąg, w odległości znacznie większej od promienia tego okręgu. Oblicz:
 - a) najwyższą częstotliwość dźwięku słyszanego przez obserwatora,
 - b) najniższą częstotliwość tego dźwięku.
3. Oświetlony światłem słonecznym księżyc Jowisza obserwujemy po jego obu stronach. W jednym przypadku księżyc zbliża się do nas, a w drugim się oddala. Czy barwa światła dobiegającego do nas z księżycy jest w obu przypadkach dokładnie taka sama?
4. Nietoperz leci z szybkością v_n po linii prostej w stronę ściany, emitując sygnały ultradźwiękowe o częstotliwości ν .
 - a) Napisz wzór na częstotliwość ν' fali, którą odebrałoby urządzenie odbiorcze umieszczone na ścianie.
 - b) Napisz wzór na częstotliwość ν'' fali odbitej od ściany i rozchodzącej się m.in. w stronę nietoperza.
 - c) Napisz wzór na częstotliwość ν''' fali, która po odbiciu od ściany powróciła do nietoperza i została przez niego zarejestrowana.
5. Odszukaj informacje o fali uderzeniowej. Następnie znajdź w internecie *Aplikacje fizyka* Waltera Fendta (www.walter-fendt.de/html5/phpl). Otwórz program *Zjawisko Dopplera* i dobierz parametry tak, by powstała fala uderzeniowa.
6. Z okna wysokiego budynku wypadł kamerton pobudzony do drgań o częstotliwości ν . Co możesz powiedzieć o wysokości i natężeniu tonu odbieranego przez obserwatora stojącego w tym oknie?

Ultradźwięki w medycynie

Ultradźwięki znalazły zastosowanie zarówno w diagnostyce (USG), jak i terapii (np. rozbijanie kamieni nerkowych).

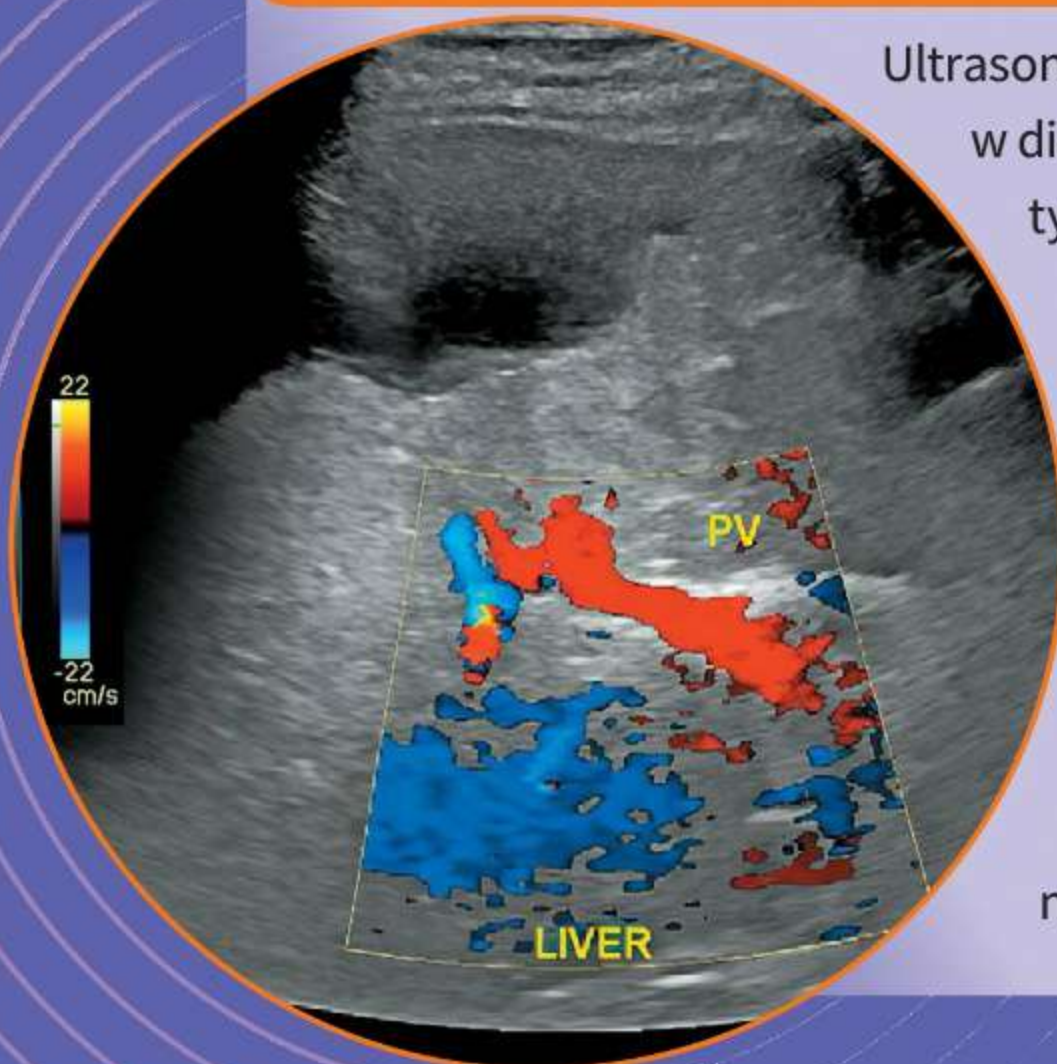
W pracy ultrasonografu wykorzystuje się efekt echa. Sygnał ultradźwiękowy generowany jest w postaci krótkich impulsów przez specjalną głowicę ultrasonografu, która pełni równocześnie funkcję nadajnika sygnału i odbiornika sygnału odbitego.

Odbity na granicy tkanek sygnał (echo) wraca do głowicy aparatu i jest tam odpowiednio wzmacniany oraz przetwarzany na wyświetlany na ekranie dwuwymiarowy anatomiczny obraz tkanek, składający się z małych plamek o różnej jasności (jaśniejszej plamce odpowiada większe natężenie sygnału powracającego do głowicy).

Ultradźwięki przemieszczające się w głąb organizmu napotyka ją na swej drodze tkanki, które stanowią dla nich rodzaj oporu, zwanego oporem akustycznym. Ponieważ różne tkanki mają różne opory akustyczne, to na granicy dwóch tkanek występuje zjawisko odbicia fal. Przez tkanki miękkie fale ultradźwiękowe przechodzą niemal całkowicie bez strat energii, natomiast ulegają odbiciu na granicy tkanek miękkich i tkanki kostnej oraz tkanek miękkich i tkanki płucnej.

ULTRASONOGRAFIA DOPPLEROWSKA

Dzięki wykorzystaniu zjawiska Dopplera można obserwować także ruch obiektów.



Ultrasonografia dopplerowska jest wykorzystywana w diagnostyce chorób układu krążenia. W badaniu tym wykorzystuje się zmianę częstotliwości fal ultradźwiękowych odbitych od poruszających się czerwonych krwinek. Analiza fali od nich odbitej pozwala określić szybkość i kierunek (czyli w stronę głowicy lub przeciwnie) przepływu krwi. Odpowiednio wyszkolony lekarz na podstawie obrazu na ekranie otrzymuje informację o ewentualnych zaburzeniach przepływu krwi w tętnicach i żyłach. Może zdiagnozować zakrzepy, żylaki i tętniaki, a także zwężenia naczyń wywołane miażdżycą.

TERAPIA ULTRADŹWIĘKOWA

Do celów leczniczych wykorzystuje się różne oddziaływania tego typu fal na tkanki – mechaniczne, chemiczne i ciepłne.



ODDZIAŁYWANIE MECHANICZNE

polega na wprowadzeniu w drgania cząsteczek ośrodka, przez który przechodzi fala. Drgania te powodują odkształcenie struktury cząsteczkowej substancji, w której siły międzycząsteczkowe są słabe. Rozmiękczenie tkanek, które następuje w wyniku tego zjawiska, wykorzystuje się m.in. do likwidacji przykurczów ścięgien i pobudzania procesu zamykania się ran. Ten rodzaj oddziaływań wykorzystano także do kruszenia kamieni nerkowych, usuwania kamienia nazębnego i zaćmy.



ODDZIAŁYWANIE CHEMICZNE

polega na przyspieszeniu w organizmie niektórych reakcji chemicznych. Skutkiem tych oddziaływań jest zwiększenie przenikliwości błon komórkowych, a to z kolei ułatwia dopływ płynów i składników odżywczych do tkanek. Ma to zastosowanie w zabiegach ultrafonoforezy, polegających na aplikowaniu przez skórę środków leczniczych do pożądanego miejsca w organizmie. Ten rodzaj oddziaływań stosuje się także w medycynie estetycznej.



ODDZIAŁYWANIE CIEPLNE

polega na absorpcji fali ultradźwiękowej przez tkankę. W jej wyniku energia fali ulega zamianie na energię wewnętrzną tkanki, a jej skutkiem jest wzrost temperatury części tkanki poddanej działaniu fali. Zjawisko to jest szczególnie efektywne w przypadku tkanek zawierających dużo kolagenu, np. skóry, więzadeł, ścięgien i kości. Ma ono także zastosowanie przy leczeniu chorób reumatycznych.

Pojęcie fali. Fale podłużne i poprzeczne

Fala mechaniczna jest to zaburzenie rozchodzące się w ośrodku sprężystym i przenoszące energię, a polegające na drganiach cząsteczek ośrodka wokół położenia równowagi.

Jeśli cząsteczki drgają prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali, to falę nazywamy **poprzeczną**. Rozchodzenie się fali poprzecznej jest związane ze zmianą kształtu ośrodka, a więc wymaga sprężystości postaci tego ośrodka. Z tej przyczyny fale poprzeczne mogą rozchodzić się tylko w ciałach stałych i na powierzchni cieczy; sprężystość powierzchni cieczy zapewniają siły napięcia powierzchniowego.

Jeśli kierunek drgań cząsteczek ośrodka jest taki jak kierunek rozchodzenia się fali, to falę nazywamy **podłużną**. Fala podłużna to przemieszczanie się w ośrodku kolejnych zagęszczeń i rozrzedzeń. Wynika z tego, że wymaga ona sprężystości objętościowej ośrodka. Taką sprężystość mają ciała we wszystkich stanach skupienia, a więc fala podłużna może się rozchodzić zarówno w ciałach stałych, jak i w cieczach czy gazach.

Wielkości charakteryzujące fale

Poszczególne punkty drgającego ośrodka mają w danej chwili różne wychylenia. O punktach, które w danej chwili mają jednakowe wychylenie i tak samo zwróconą prędkość, mówimy, że mają **zgodne fazy**.

Jeżeli wewnątrz gazu lub cieczy wywołamy okresowe zagęszczenia i rozrzedzenia, to drgania będą się rozchodzić we wszystkich kierunkach w przestrzeni. Powierzchnia stanowiąca zbiór punktów o takiej samej fazie będzie powierzchnią kulistą. Nazywamy ją **powierzchnią falową** (lub fazową) **fali kulistej**. Jeżeli powierzchnie falowe są płaszczyznami, to falę nazywamy **płaską**. Najdalej wysuniętą linię jednakowej fazy nazywamy **czołem fali**.

Półproste wychodzące ze źródła, prostopadłe do czoła fali oraz powierzchni falowych, wskazują kierunek jej rozchodzenia się i nazywają się **promieniami fali**.

Wielkościami charakteryzującymi falę harmoniczną są: długość fali λ , amplituda A , okres T i częstotliwość drgań ν . Okres fali jest równy okresowi drgań dowolnej cząstki ośrodka drgającego.

W ośrodku jednorodnym szybkość fali jest stała i różna dla różnych ośrodków. Przy przechodzeniu fali z jednego ośrodka do drugiego, np. z powietrza do wody, jej częstotliwość nie ulega zmianie. Wraz ze zmianą szybkości rozchodzenia się fali w drugim ośrodku zmienia się jej długość.

Fala transportuje energię. Cząstki ośrodka, w którym rozchodzi się fala sinusoidalna, drgają ruchem harmonicznym. Dotarcie fali do jakiegoś obszaru ośrodka oznacza przekazanie energii drgań cząsteczkom z tego obszaru. Można powiedzieć, że **fala niesie energię**. Im większa szybkość fali, tym większa energia transportowana do jakiegoś obszaru w jednostce czasu. Wyrażamy ją wzorem:

$$E_c = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{4\pi^2 m \nu^2 A^2}{2}$$

Gdy energia przenoszona przez falę w jednostce czasu jest większa, mówimy, że fala ma większe natężenie. Wobec tego natężenie fali jest wprost proporcjonalne do kwadratu amplitudy drgań i do kwadratu częstotliwości.



Funkcja falowa fali płaskiej

Poniżej przedstawiono dwie postacie **funkcji falowej** opisującej **falę harmoniczną** (sinusoidalną) rozchodzącą się wzdłuż osi x .

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT} \right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Kąt φ , który jest argumentem funkcji sinus w tych wzorach, czyli:

$$\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

nazywa się **fazą fali**.

Jeśli mówimy, że dwa punkty fali mają zgodne fazy (drgają w zgodnych fazach), w zapisie matematycznym oznacza to, że w wyrażeniach na wychylenie y argumenty funkcji sinus są jednakowe lub różnią się o całkowitą wielokrotność 2π , tzn.

$$\sin \alpha = \sin(2\pi n + \alpha) \quad \text{gdzie} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Oznacza to, że dla tych samych faz wychylenia y są jednakowe.

Ze względu na to, że wychylenie y jest funkcją dwóch zmiennych (x i t), zależności $y(x, t)$ nie da się przedstawić na jednym wykresie. Można sporządzić wykres zależności $y(x)$ dla ustalonej chwili t_0 („fotografowanie” fali na powierzchni wody w danej chwili t_0) lub $y(t)$ dla ustalonej odległości od źródła x_0 , czyli dla wybranej cząstki znajdującej się w tej odległości (będzie to wykres ilustrujący jej ruch drgający).

Ogólna postać równania fali biegnącej zgodnie z przyjętym zwrotem osi x to:

$$y = A \sin \left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{vT} + \varphi_0 \right) = A \sin \left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi_0 \right)$$

gdzie φ_0 to faza początkowa fali.



Interferencja fal płaskich

Interferencja to nakładanie się fal rozchodzących się w danym ośrodku równocześnie.

Zasada superpozycji

Jeśli w pewnym ośrodku rozchodzi się równocześnie kilka fal wysyłanych przez różne źródła, to wypadkowy ruch każdej cząstki ośrodka jest złożeniem ruchów, które wykonywałaby ta cząstka podczas rozchodzenia się w tym ośrodku każdej fali z osobna.

Jeśli w pewnym ośrodku rozchodzą się równocześnie dwie sinusoidalne fale płaskie o jednakowych częstotliwościach (okresach) i amplitudach, różniące się fazą o φ_0 , czyli przesunięte w fazie o φ_0 , to w każdym punkcie ośrodka „fale nakładają się”, a więc interferują, a wychylenie y punktu odległego o x od źródła fal wyraża się wzorem:

$$y = 2A \cos \frac{\varphi_0}{2} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \frac{\varphi_0}{2} \right]$$

Czynnik $2A \left| \cos \frac{\varphi_0}{2} \right| = A'$ (niezależny od czasu!) to stała amplituda fali wypadkowej, zależna tylko od przesunięcia fazowego φ_0 , a każdy punkt ośrodka wykonuje ruch drgający harmoniczny, o częstotliwości równej częstotliwości nakładających się fal. Wynik interferencji zależy od przesunięcia fazowego φ_0 .

W wyniku interferencji fal sinusoidalnych o jednakowych częstotliwościach powstaje fala sinusoidalna o częstotliwości fal składowych i amplitudzie zależnej od różnicy faz.

W wyniku interferencji fal, których częstotliwości nie są jednakowe, lecz jedna z nich jest całkowitą wielokrotnością drugiej (np. fala I ma częstotliwość ν_1 , a fala II – odpowiednio $\nu_2 = 2\nu_1$ lub fala I ma częstotliwość ν_1 , a fala II $\nu_2 = 3\nu_1$), otrzymujemy falę o częstotliwości ν_1 , niesinusoidalną.

Najmniejszą częstotliwość składową ν_1 nazywamy **częstotliwością podstawową**, a częstotliwości będące wielokrotnościami częstotliwości podstawowej – **wyższymi harmonicznymi**.

W wyniku interferencji fal o częstotliwości podstawowej i jednej lub kilku wyższych harmonicznymi powstaje fala niesinusoidalna, ale okresowa, o częstotliwości równej częstotliwości podstawowej.



Fale stojące

Fale stojące powstają na skutek interferencji dwóch fal o tym samym okresie i tej samej amplitudzie, biegnących w przeciwne strony.

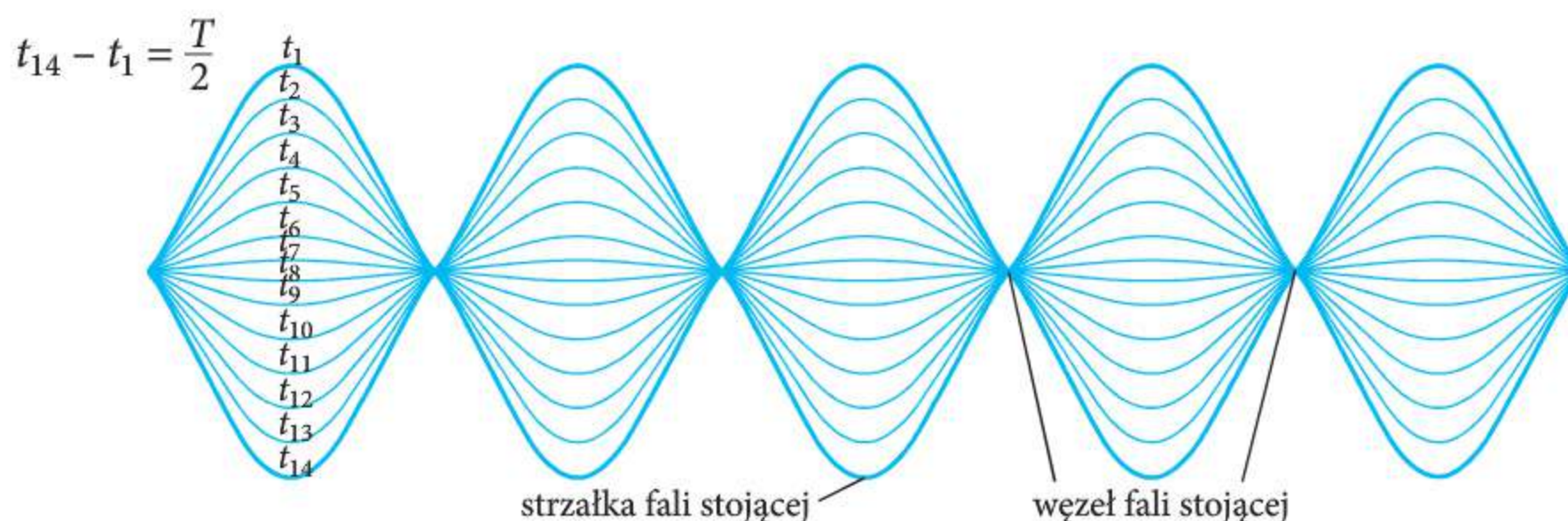
Z takim przypadkiem mamy do czynienia, gdy fala emitowana przez źródło odbija się od przeszkody bez strat energii i wraca po tej samej prostej, nakładając się na falę padającą. W dowolnym punkcie odległym o x od źródła w wyniku interferencji otrzymujemy:

$$y = y_1 + y_2 \quad y = \underbrace{2A \cos\left(\omega \frac{x}{v} + \frac{\varphi_0}{2}\right)}_{A'} \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2}\right)$$

Amplituda $A' = 2A \left| \cos\left(\omega \frac{x}{v} + \frac{\varphi_0}{2}\right) \right|$ fali wypadkowej zależy od położenia x punktu ośrodka, a nie zależy od czasu. Dla danego x jest zawsze taka sama!

Punkty o amplitudzie równej zero nazywają się **węzłami fali stojącej**. W miejscach, w których powstaje węzeł fali stojącej, cząstki nie drgają.

Jeśli x ma taką wartość, że argument funkcji cosinus: $\omega \frac{x}{v} + \frac{\varphi_0}{2}$ jest wielokrotnością π , to $A' = 2A$, ponieważ $\cos n\pi = \pm 1$. Te miejsca to **strzałki fali stojącej**.



Cząstki znajdujące się w tych punktach wykonują drgania o maksymalnej amplitudzie równej $2A$. W pozostałych punktach amplituda drgań cząstek jest większa od zera i mniejsza od $2A$, w zależności od położenia punktu.

Zasada Huygensa i jej konsekwencje

Oto treść zasady Huygensa:

Każdy punkt ośrodka, do którego dotrze fala, staje się źródłem nowej fali kulistej (o tej samej częstotliwości). Fale te, zwane falami cząstkowymi (lub elementarnymi), nakładają się, czyli interferują ze sobą. Powierzchnia styczna do wszystkich powierzchni fal cząstkowych tworzy wypadkową powierzchnię falową, którą obserwujemy w ośrodku.

Ta zasada tłumaczy zjawisko **dyfrakcji**, czyli **ugięcia fali**. Gdy np. na drodze fali płaskiej prostopadle umieścimy przegrodę z wąską szczeliną o szerokości a , to w przypadku, gdy iloraz $\frac{a}{\lambda}$ jest bliski jedności, następuje silne ugięcie. Fala po przejściu przez szczelinę rozchodzi się we wszystkich kierunkach.

Źródła fal, które drgają w zgodnych fazach lub istnieje między nimi przesunięcie fazowe, ale nie zmienia się ono z upływem czasu, nazywamy **źródłami spójnymi**, a emitowane przez nie fale – **falami spójnymi**.

Jeżeli w punkcie P odległym od dwóch źródeł o r_1 i r_2 interferują fale spójne, wynik interferencji w tym punkcie nie zmienia się z czasem:

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \right) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

Czynnik $A' = 2A \left| \cos 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \right) \right|$ – to amplituda drgań w punkcie P.

W punktach przestrzeni, których różnica odległości od źródeł fal jest równa nieparzystej wielokrotności połowy długości fali, następuje **maksymalne osłabienie fali**.

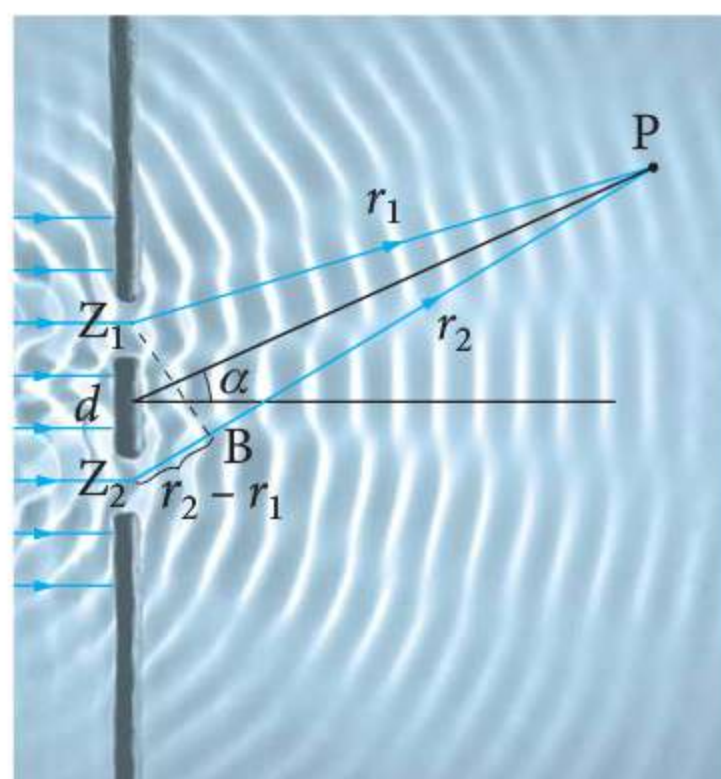
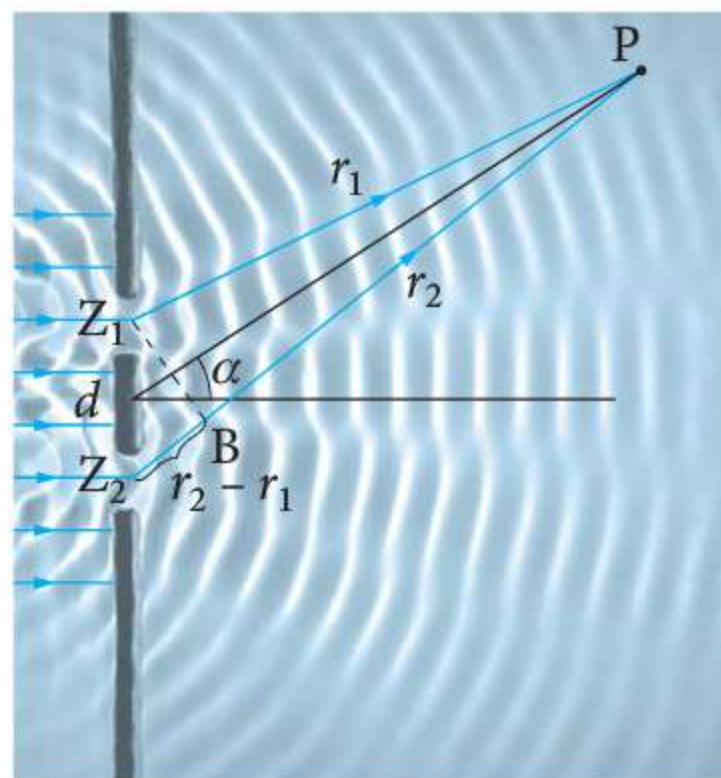
$$r_2 - r_1 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{lub} \quad d \sin \alpha = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$$

gdzie $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

W punktach przestrzeni, których różnica odległości od źródeł fal jest równa zeru lub całkowitej wielokrotności długości fali, następuje **maksymalne wzmocnienie fali**.

$$r_2 - r_1 = n\lambda \quad \text{lub} \quad d \sin \alpha = n\lambda$$

gdzie $n = 0, 1, 2, 3, \dots$





Fale akustyczne (uzupełnienie)

Podłużne fale mechaniczne o częstotliwościach od 16 Hz do 20 000 Hz to **fale akustyczne**. Człowiek słyszy te fale. Fale akustyczne mogą się rozchodzić w gazach, cieczach i ciałach stałych. Szybkość fali dźwiękowej jest różna w różnych ośrodkach. W danym ośrodku zależy od jego sprężystości i gęstości.

Wrażenia słuchowe wywołane przez fale akustyczne możemy podzielić na tony, dźwięki oraz szmery i huki. Im większa częstotliwość fali akustycznej, tym wyższy dźwięk. To, jak głośno słyszymy dźwięk, zależy od jego natężenia.

Ewolucja wykształciła u większości zwierząt dwa zmysły, wykorzystujące różne zakresy długości fal: wzrok, który lokalizuje obiekty dokładnie, jeśli nie są zasłonięte, i słuch, który nie najlepiej lokalizuje źródła dźwięku, ale rejestruje je także wtedy, gdy są niewidoczne. Ogólną właściwością zmysłów człowieka jest fakt, że odbierane wrażenia nie są proporcjonalne do wielkości bodźców. Dlatego w akustyce wprowadzono dodatkową wielkość fizyczną – **poziom natężenia fali akustycznej**. Wielkość tę wyraża się w **belach** (1 B) lub **decybelach** (1 dB).



Zjawisko Dopplera

Gdy źródło dźwięku i odbiornik poruszają się względem siebie, częstotliwość dźwięku rejestrowana przez odbiornik jest inna niż częstotliwość dźwięku wysyłana przez źródło. Jest to **zjawisko Dopplera**.

Częstotliwość odbieranego dźwięku, wysyłanego przez źródło zbliżające się **ze stałą szybkością do spoczywającego odbiornika**, wyraża się wzorem:

$$\nu' = \nu \frac{v_f}{v_f - v_z}$$

Częstotliwość dźwięku rejestrowanego przez **odbiornik zbliżający się ze stałą szybkością do spoczywającego** źródła dźwięku wyraża się wzorem:

$$\nu' = \nu \frac{v_f + v_{odb}}{v_f}$$

Częstotliwość rejestrowanej fali w przypadku względnego ruchu źródła i odbiornika, gdy $\vec{v}_f$ i $\vec{v}_z$ lub $\vec{v}_{odb}$ leżą na tej samej prostej, wyraża się wzorem:

$$\nu' = \nu \frac{v_f \pm v_{odb}}{v_f \pm v_z}$$

Ten wzór jest poprawny, jeśli przyjmiemy, że:

Znak „-” stosujemy, gdy prędkość źródła lub odbiornika jest zwrócona w stronę, w którą biegnie fala (od źródła do odbiornika), a znak „+”, gdy prędkość ta jest zwrócona przeciwnie.

ZADANIA POWTÓRZENIOWE



1. Uderzamy patykiem w spokojną powierzchnię wody jeziora i wytwarzamy na niej falę o długości $\lambda_1 = 40$ cm. Obserwujemy, że fala ta rozchodzi się po wodzie z szybkością równą $v = 20$ cm/s. Następnie zwiększamy częstotliwość uderzania i wytwarzamy falę o długości $\lambda_2 = 10$ cm.

Wskaż poprawne dokończenie zdania.

Różnica częstotliwości wytworzonych fal jest równa

- A. 0,5 Hz B. 1 Hz C. 1,5 Hz D. 2 Hz

2. Dźwięk w powietrzu rozchodzi się z szybkością około 340 m/s, a w wodzie – z szybkością około 1500 m/s.

Oceń poprawność poniższych zdań. Wskaż P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

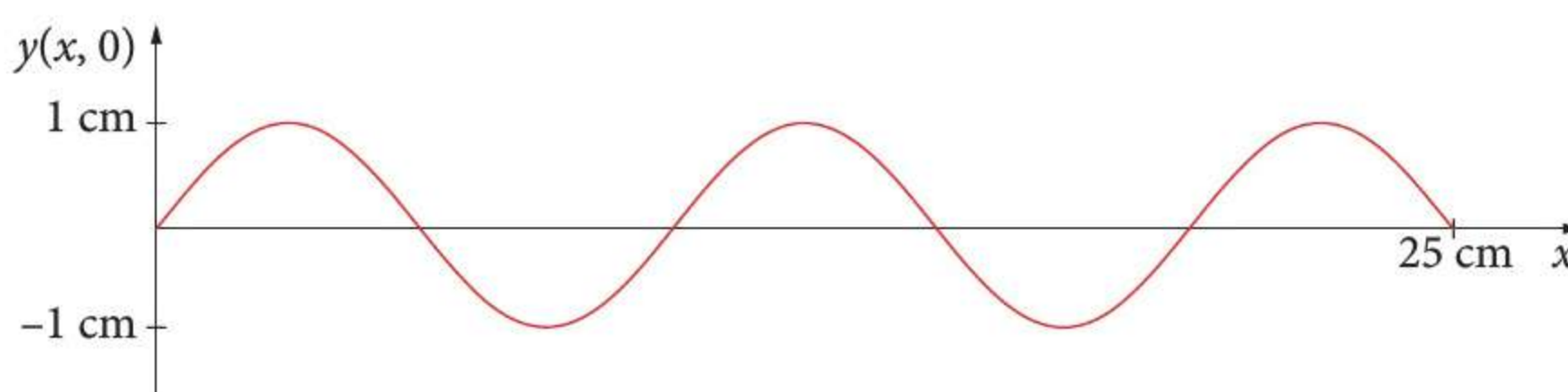
Po przejściu fali z powietrza do wody

1.	wysokość dźwięku jest niższa.	P	F
2.	długość fali dźwiękowej jest większa.	P	F
3.	częstotliwość fali dźwiękowej jest mniejsza.	P	F
4.	odległość dwóch najbliższych punktów o przeciwnych fazach jest większa.	P	F

3. Fala płaska rozchodzi się w kierunku osi x .

3.1. Zapisz wzór funkcji falowej dla fali poruszającej się w prawo, tj. zgodnie ze zwrotem osi x , oraz dla fali poruszającej się w lewo, tj. przeciwnie do zwrotu osi x .

3.2. Wykres przedstawia wychylenia cząstek ośrodka na odcinku 25 cm w chwili $t = 0$, gdy fala porusza się w prawo.



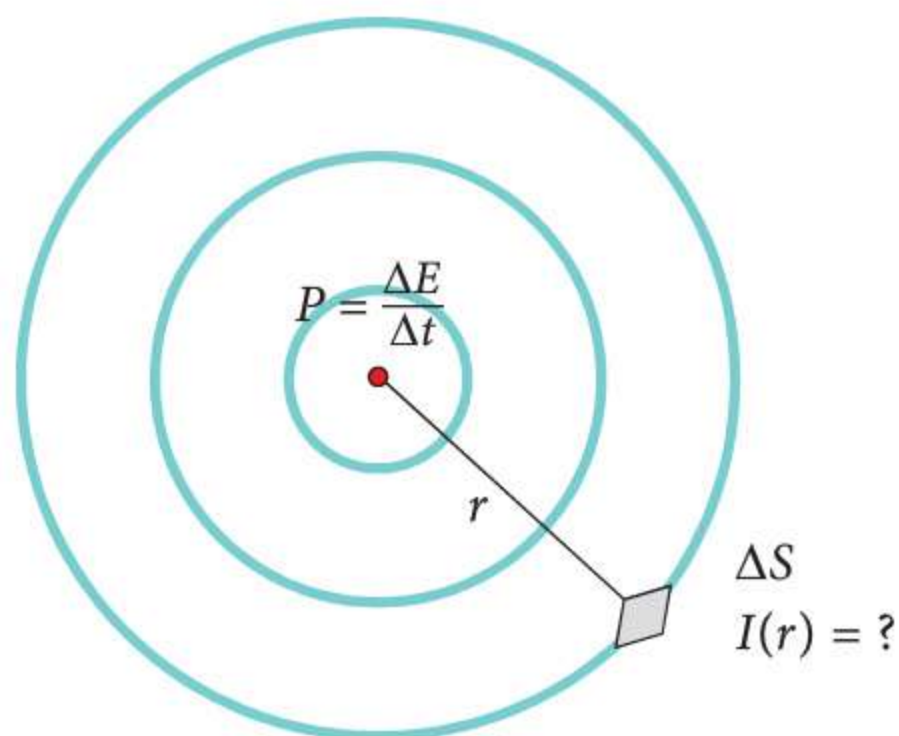
Oblicz wychylenie cząstek oddalonych od początku układu o $x = 10$ cm w chwili $t_1 = \frac{T}{4}$ oraz w chwili $t_2 = \frac{T}{2}$.

3.3. Jakie byłoby wychylenie tych samych cząstek ośrodka ($x = 10$ cm) w chwili $t = \frac{T}{4}$, gdyby fala poruszała się w lewo? Odpowiedz na pytanie na podstawie rysunku, a potem wykonaj odpowiednie obliczenia i sprawdź wynik.

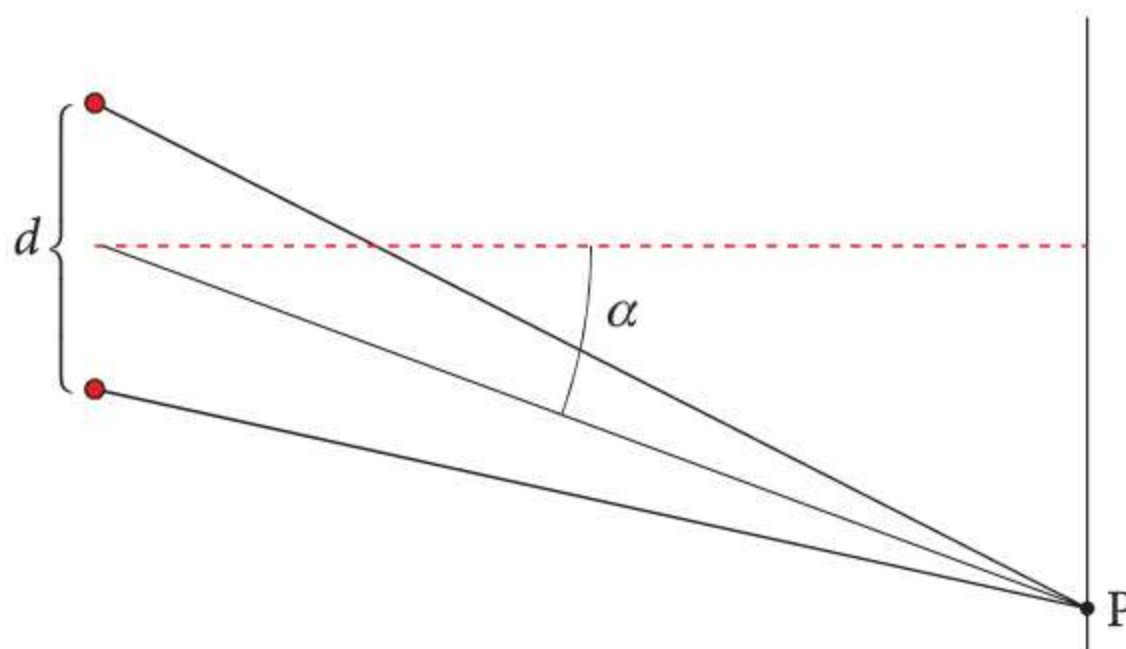
4. Funkcja falowa opisująca falę sinusoidalną ma postać:

$$y(x, t) = 0,02 \text{ m} \cdot \sin 2\pi \left(2 \frac{1}{\text{m}} x - 5 \frac{1}{\text{s}} t \right)$$

- 4.1. Oblicz amplitudę, długość, okres i szybkość fali opisanej tą funkcją.
 4.2. Narysuj w zeszycie wykres $y(x, 0)$.
 4.3. Narysuj w zeszycie wykres $y(0, 125 \text{ m}, t)$.
 5. Załóżmy, że w ośrodku, w którym rozchodzi się fala ze źródła o mocy P , nie zachodzi zmiana energii cząstek w energię wewnętrzną, więc cała energia E wysyłana przez źródło w czasie t przypada na powierzchnię kuli o promieniu r (patrz rysunek).



- 5.1. Podaj zależność natężenia fali kulistej od odległości od źródła.
 5.2. Wykonaj odpowiedni rachunek w celu wykazania, w jaki sposób amplituda drgań cząsteczek (w przypadku fali kulistej) zależy od odległości od źródła.
 5.3. Odpowiedz na pytanie:
 Czy natężenie fali zmienia się wraz z odległością od źródła w przypadku fali płaskiej?
 6. Można wykazać, że jeśli odległość punktu P, w którym badamy wynik nakładania się dwóch fal, jest bardzo duża w porównaniu z odległością wzajemną źródeł d , to $|r_2 - r_1| = d \sin \alpha$ (patrz rysunek).



Odpowiedz na pytanie:

Co nastąpi, gdy wzajemna odległość źródeł będzie mniejsza od długości wysłanych fal ($d < \lambda$)?

7. Wskaż poprawną odpowiedź.

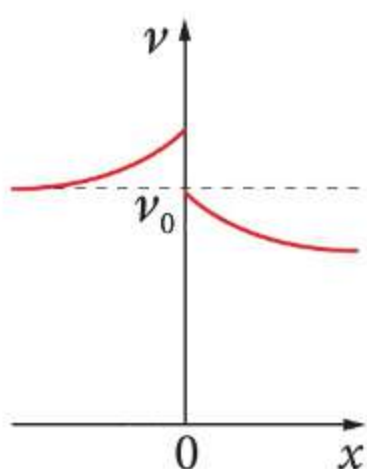
Czy jest możliwe, by obserwator, do którego zbliża się gwizdząca lokomotywa, słyszał dźwięk o wzrastającej wysokości?

- A. Tak, na tym polega zjawisko Dopplera.
- B. Tak, ale tylko wówczas, gdy lokomotywa zbliża się do obserwatora ruchem przyspieszonym.
- C. Tak, ale tylko wtedy, gdy gwizdek lokomotywy wydaje coraz głośniejszy dźwięk.
- D. Nie, to jest w ogóle niemożliwe.

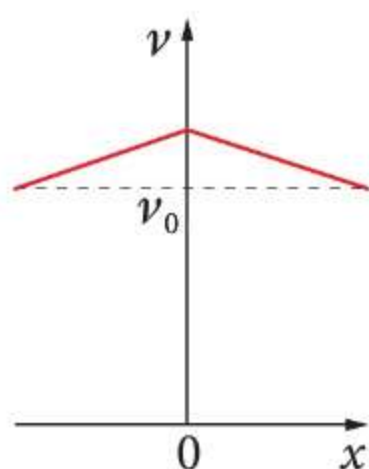
8. Źródło dźwięku o częstotliwości ν_0 (np. pojazd uprzywilejowany) porusza się ze stałą prędkością (mniejszą od prędkości dźwięku) w dodatnim kierunku osi x . Nieruchomy obserwator znajduje się w pobliżu punktu, dla którego $x = 0$ (patrz rysunek).



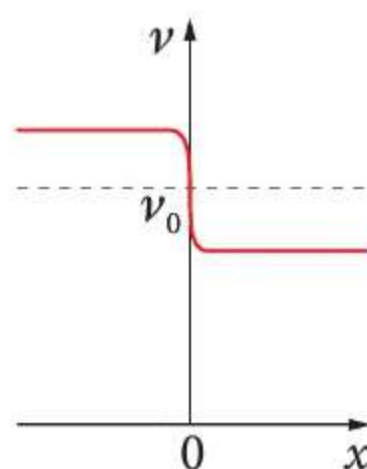
Wskaż wykres, na którym poprawnie przedstawiono zależność częstotliwości dźwięku odbieranego przez obserwatora od położenia źródła dźwięku.



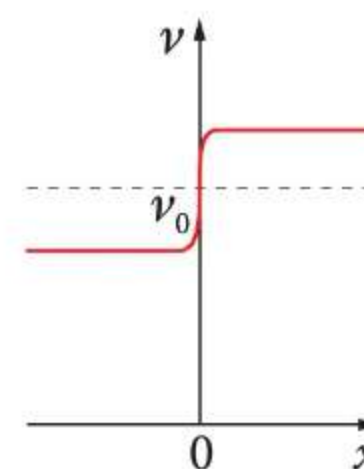
A.



B.



C.

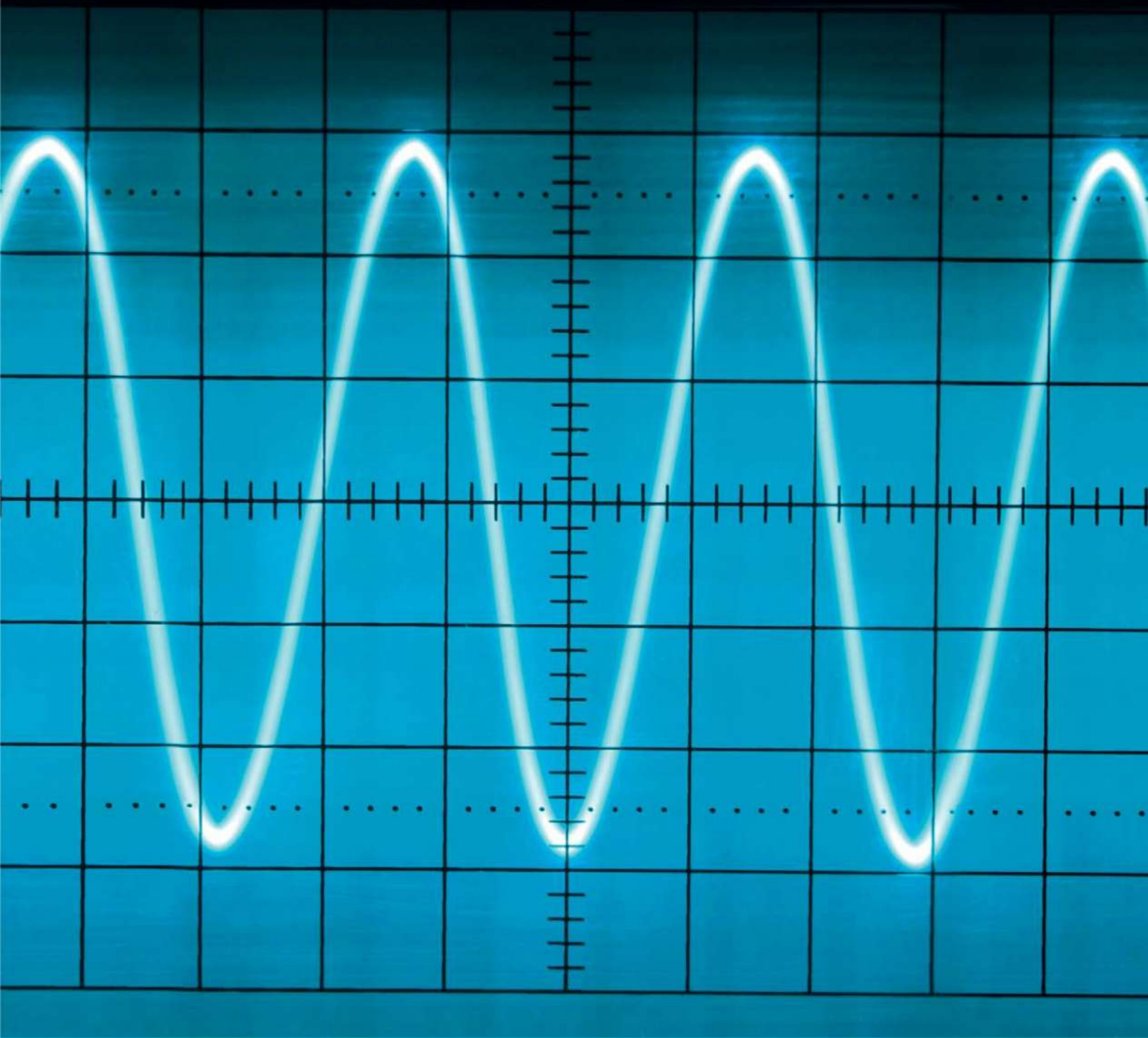


D.

9. Z okna wysokiego budynku wypadł kamerton pobudzony do drgań o częstotliwości ν .

Oblicz średnią zmianę częstotliwości w jednostce czasu $\left(\frac{\Delta\nu}{\Delta t}\right)$ tonu odbieranego przez obserwatora stojącego w tym oknie. Czy będzie ona stała, jeśli założymy, że chociaż szybkość v_z oddalającego się kamertonu jest coraz większa, to $\frac{v_z}{v_f} \ll 1$?

Przyjmij, że szybkość fali akustycznej w powietrzu jest równa v_f .



NIEPEWNOŚCI POMIAROWE DOŚWIADCZENIA

Dzięki wiadomościom podanym w tym rozdziale poszerzysz swoją wiedzę i zdobędziesz nowe umiejętności z zakresu obliczania niepewności pomiarowych i analizowania błędów popełnianych podczas pomiarów. Pomoże ci to lepiej przygotowywać, przeprowadzać i opisywać doświadczenia fizyczne. Zaczniemy od przypomnienia zagadnień, które znasz już od klasy pierwszej.

1. Przypomnienie wiadomości z zakresu niepewności pomiarowych

- ▶ **Pomiar bezpośredni (zwany również prostym)** – pomiar wielkości fizycznej za pomocą jednego przyrządu (np. pomiar masy za pomocą wagi, temperatury za pomocą termometru itp.). Pomiar bezpośredni polega na porównaniu wielkości mierzonej ze wzorcem będącym jednostką tej wielkości.
- ▶ **Pomiar pośredni (zwany również złożonym)** – polega na wyznaczeniu wartości wielkości fizycznej będącej funkcją innych wielkości, których wartości są zmierzone bezpośrednio (np. wyznaczenie przyspieszenia ziemskiego poprzez pomiar długości i okresu drgań wahadła).
- ▶ **Wynik pomiaru** – najbardziej prawdopodobna wartość mierzonej wielkości. Prawidłowy zapis wyniku pomiaru powinien zawierać przedział niepewności pomiarowej, którą obarczony jest każdy wynik pomiaru. W przypadku wykonania, w tych samych warunkach, serii n pomiarów bezpośrednich za wartość mierzonej wielkości przyjmujemy wartość średniej arytmetycznej wyników pojedynczych pomiarów.

$$x_{\text{sr}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- ▶ **Rozdzielczość przyrządu pomiarowego** – różnica między dwiema najbliższymi wartościami skali przyrządu pomiarowego (tzn. działka elementarna dla przyrządów wskazówkowych lub „przeskok” ostatniej cyfry na skali dla przyrządów cyfrowych). W przypadku pomiarów bezpośrednich, dla których w wyniku kilkakrotnie powtórnego pomiaru uzyskujemy takie same wartości, można przyjąć, że rozdzielczość przyrządu pełni funkcję **niepewności granicznej pomiaru** (Δx). Przykładowy zapis wyniku pomiaru:

$$(x \pm \Delta x) \text{ jednostka} \quad \text{np. } (280 \pm 1) \text{ K}$$

- ▶ **Błąd grubo** – popularne określenie rodzaju błędu wynikającego na ogół z pomyłki eksperymentatora (np. zły odczyt lub zapis wyniku, zły odczyt zakresu miernika itp.). Wyniki pomiarów obarczone błędem grubym najczęściej znacząco różnią się od pozostałych wyników pomiarów mierzonej wielkości fizycznej i należy krytycznie rozważyć, czy powinny być odrzucone czy uwzględnione.
- ▶ **Błąd systematyczny** – rodzaj niewielkiego, ale powtarzającego się błędu pomiarowego, polegającego na systematycznym zaniżaniu lub zawyżaniu wyników pomiarów. Błąd systematyczny jest trudny do rozpoznania, ale może znacząco wpłynąć na wynik pomiaru. W celu jego zmniejszenia można (w warunkach szkolnych) użyć innego, bardziej precyzyjnego przyrządu pomiarowego.

- ▶ **Błąd przypadkowy** – niemożliwy do wyeliminowania naturalny element procesu wykonywania pomiarów. Skutkiem jego występowania jest różnica pomiędzy mierzoną wartością a wynikiem odczytanym z przyrządu pomiarowego. Źródłem błędu przypadkowego mogą być np. niedoskonałość przyrządów pomiarowych, naturalna niedoskonałość zmysłów człowieka, naturalna zmienność mierzonych obiektów, niemożność uwzględnienia wszystkich czynników wpływających na wynik pomiaru.
- ▶ **Niepewność pomiaru bezpośredniego** – ilościowa miara błędów przypadkowych.
- ▶ **Niepewność względna w** – iloraz niepewności pomiaru i bezwzględnej wartości wyniku pomiaru. Niepewność ta może być również wyrażona w procentach.

$$w = \frac{\Delta x}{|x|} \quad w = \frac{\Delta x}{|x|} \cdot 100\%$$

- ▶ **Metoda najmniej korzystnego przypadku (NKP)** – metoda służąca do oszacowania niepewności pomiaru pośredniego.

$$\Delta z = \frac{z_{\max} - z_{\min}}{2}$$

gdzie $z = f(x, y, \dots)$ jest wynikiem pomiaru pośredniego, $z_{\max}$ to wartość największa, a $z_{\min}$ to wartość najmniejsza funkcji z .

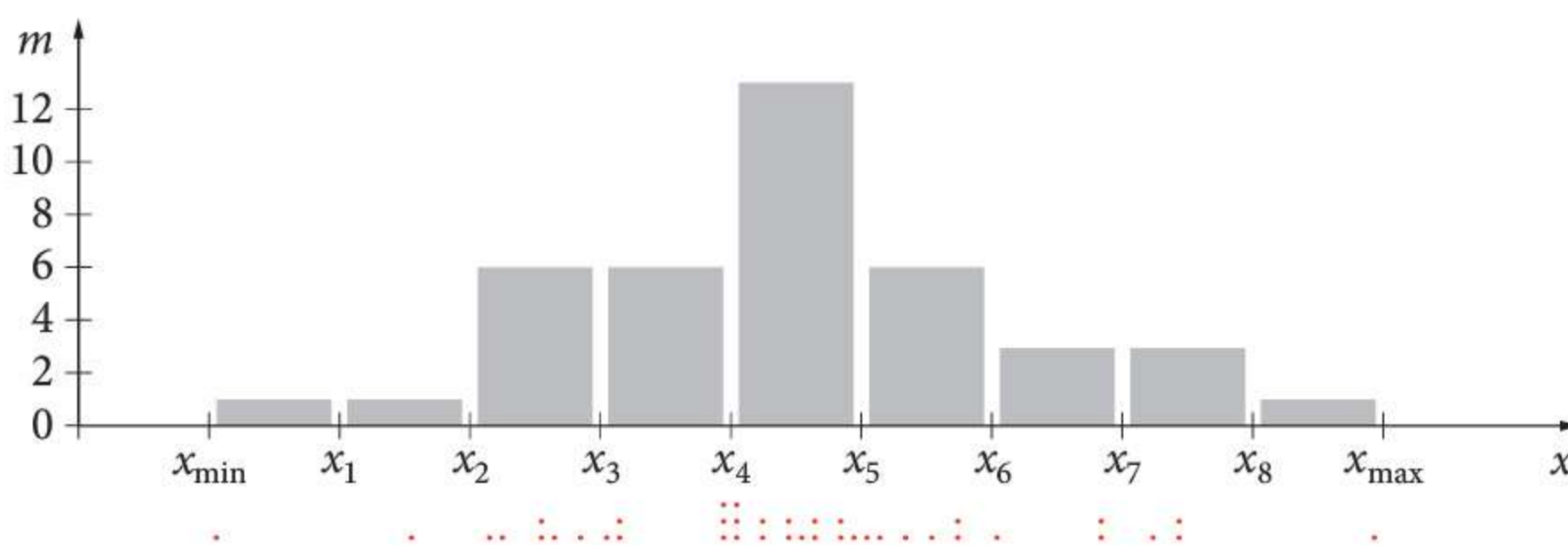
2. Niepewność wyniku pomiaru wielkości mierzonej bezpośrednio

Jeśli w wyniku kilkakrotnie powtórnego pomiaru uzyskano zbliżone wartości, jako niepewność graniczną przyjmowano dotychczas wartość rozdzielczości miernika. Takie podejście często prowadzi jednak do otrzymywania zaniżonych wartości niepewności pomiarowych, szczególnie w przypadku, kiedy pomiary wykonywane były za pomocą mierników cyfrowych. Z drugiej strony, jeśli rozrzut serii wyników był większy od działki elementarnej przyrządu, niepewność szacowano jako połowę różnicy pomiędzy największą i najmniejszą zmierzoną wartością. To podejście z kolei prowadzi na ogół do zawyżenia niepewności pomiarowej.

W tym paragrafie przybliżymy podejście statystyczne do obliczania najbardziej prawdopodobnej wartości wielkości mierzonej i niepewności oraz omówimy wpływ liczby pomiarów na wartość niepewności pomiarowej.

Przeanalizujmy wyniki hipotetycznego doświadczenia, podczas którego wykonano czterdzieści pomiarów pewnej wielkości fizycznej. Wyniki pomiarów zawierają się w przedziale od $x_{\min}$ do $x_{\max}$. W celu lepszego zobrazowania przedstawiono je na rysunku 1 zarówno w postaci wykresu słupkowego (histogramu), jak również punktów pod osią x , odpowiadających zmierzonym wartościom. O dobrej rozdzielczości przyrządu pomiarowego może świadczyć niewielka odległość pomiędzy tymi punktami.

Na osi pionowej można odczytać liczbę pomiarów, których wyniki zawierają się w danym przedziale (np. w przedziale $\langle x_7, x_8 \rangle$ miernik trzykrotnie wskazał wartości wielkości mierzonej). Z wykresu odczytujemy, że największa liczba wyników pomiarów zawiera się w przedziale $\langle x_4, x_5 \rangle$.

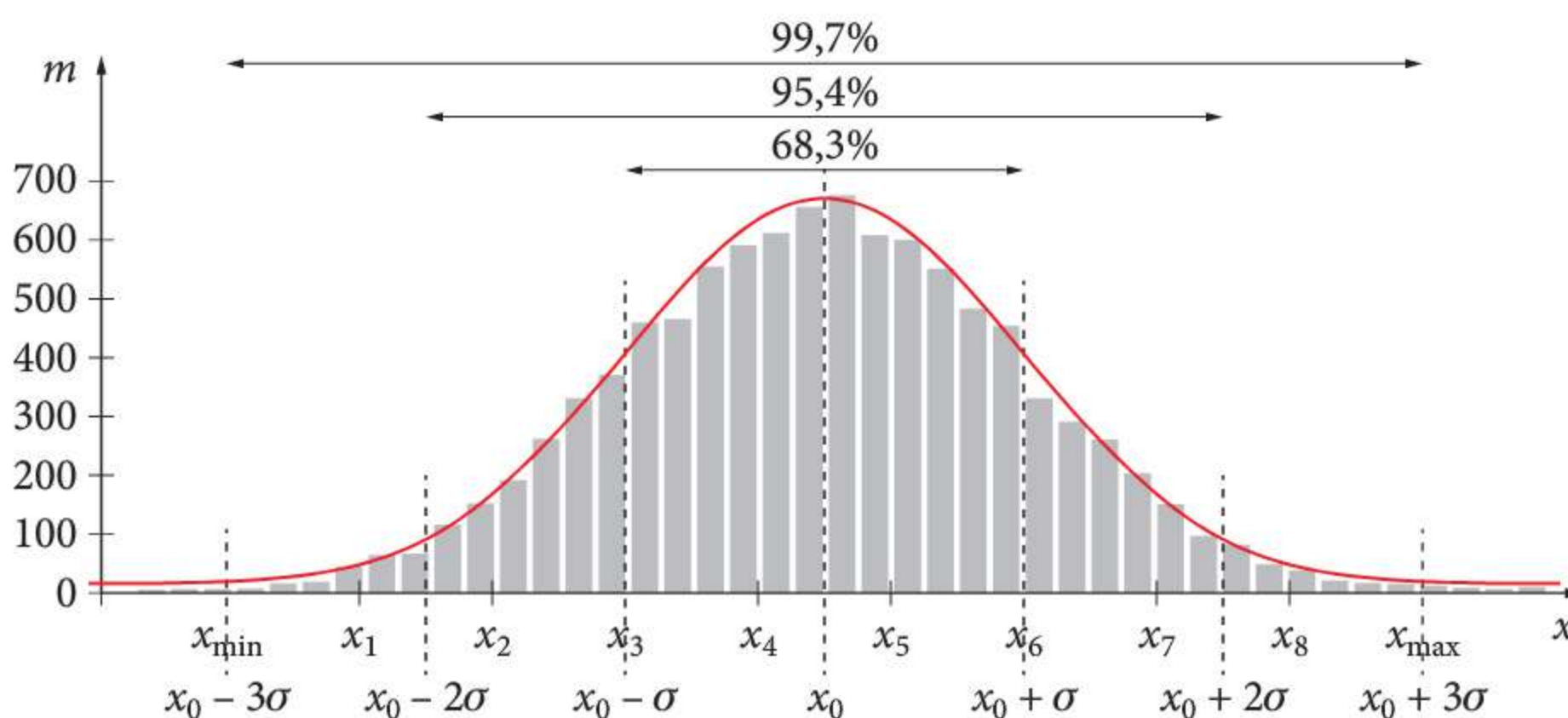


Rys. 1 Rozkład wyników pomiarów (histogram)

Widoczny na rysunku 1 rozkład wyników pomiarów pokazuje, że niepewność w tym eksperymencie związana jest nie tylko z błędem systematycznym przyrządu, lecz także z rozrzutem uzyskanych wyników, czyli z błędem przypadkowym.

W celu lepszego zobrazowania charakterystyki rozkładu pomiarów należy zwiększyć ich liczbę i zmniejszyć długość przedziału histogramu.

Na rysunku 2 przedstawiono histogram dla 10 000 pomiarów, w którym wierzchołki słupków układają się w charakterystyczną krzywą dzwonową, zwaną również **krzywą Gaussa** (czerwona linia).



Rys. 2 Krzywa Gaussa

Funkcję Gaussa (patrz *Wiedzieć więcej*) charakteryzują dwa parametry: x_0 – argument, dla którego funkcja przyjmuje maksymalną wartość, i σ (czytaj: *sigma*) – parametr określający „szerokość” krzywej, który może stanowić miarę **niepewności standardowej** (oznaczanej symbolem u).

Na rysunku 2 zaznaczono również wybrane przedziały wyznaczone przez parametr σ i podano prawdopodobieństwo uzyskania wyniku pomiaru w danym przedziale. W przedziale $\langle x_0 - \sigma, x_0 + \sigma \rangle$ zawartych jest 68,3% wyników pomiarów, 95,4% wyników pomiarów mieści się w przedziale $\langle x_0 - 2\sigma, x_0 + 2\sigma \rangle$, a przedział $\langle x_0 - 3\sigma, x_0 + 3\sigma \rangle$ zawiera 99,7% wyników.

WIEDZIEĆ WIĘCEJ

Funkcja Gaussa jest dana wzorem:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$$

gdzie e to podstawa logarytmu naturalnego.

W praktyce, dla skończonej liczby pomiarów, do uzyskania parametrów funkcji Gaussa (x_0 i σ) należy przyjąć pewne przybliżenia. Odpowiednim przybliżeniem wielkości x_0 jest **średnia arytmetyczna** ($x_{\text{śr}}$) z wartości wszystkich wykonanych pomiarów (od x_1 do x_n). Jej wartość można przyjąć za końcowy wynik pomiaru.

$$x_0 \approx x_{\text{śr}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Przybliżenie wartości parametru σ można wyrazić poprzez **odchylenie standardowe** (S_x), które w tym przypadku pełni funkcję miary rozrzutu wyników i wyraża się wzorem:

$$\sigma \approx S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{śr}})^2} \quad (2)$$

Spróbujmy odpowiedzieć na pytanie, jak liczba wykonanych pomiarów wpływa na zgodność przybliżenia wartości x_0 za pomocą $x_{\text{śr}}$. Załóżmy, że serię n pomiarów powtórzono M -krotnie, a następnie dla każdej serii obliczono wartość średnią pomiarów ($x_{\text{śr}M}$). Wartości $x_{\text{śr}M}$ podlegają również rozkładowi Gaussa wokół wartości x_0 o mniejszym odchyleniu standardowym, które w tym przypadku jest nazywane **odchyleniem standardowym średniej** ($\sigma_{x_{\text{śr}}}$). W praktyce przybliżoną wartość $\sigma_{x_{\text{śr}}}$ oblicza się jako $S_{x_{\text{śr}}}$ ze wzoru:

$$\sigma_{x_{\text{śr}}} \approx S_{x_{\text{śr}}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{śr}})^2} \quad (3)$$

Wartość $\sigma_{x_{\text{śr}}}$ określa przedział $\langle x_{\text{śr}} - \sigma_{x_{\text{śr}}}, x_{\text{śr}} + \sigma_{x_{\text{śr}}} \rangle$, w którym z prawie 70-procentowym prawdopodobieństwem zawarta będzie wartość $x_{\text{śr}M}$ serii n pomiarów. Widać zatem, że jeśli mamy do czynienia z **pomiarami powtarzalnymi**, tak definiowana niepewność maleje wraz ze wzrostem liczby pomiarów.

Na podstawie nowych informacji możemy dokonać korekty w naszym rozumieniu niepewności pomiarowej. Podczas jej wyznaczania nie tylko musimy wziąć pod uwagę niepewność graniczną Δx , którą w przypadku pomiarów bezpośrednich może być rozdzielczość przyrządu pomiarowego, lecz także odchylenie standardowe średniej $S_{x_{\text{śr}}}$, którego wartość zależy m.in. od liczby wykonanych pomiarów. W zależności od przyjętej metody pomiaru i użytego urządzenia pomiarowego wkład w niepewność pomiaru jednego z dwóch przyczynków (Δx lub $S_{x_{\text{śr}}}$) może być dominujący (wkład jednego może być kilkakrotnie większy od drugiego). W przypadku kiedy $S_{x_{\text{śr}}} \gg \Delta x$, można przyjąć, że niepewność standardowa $u = S_{x_{\text{śr}}}$.

Nie wszystkie wyniki pomiarów wielkości fizycznych podlegają rozkładowi Gaussa. Dzieje się tak w szczególności wtedy, gdy $S_{x\text{śr}} \ll \Delta x$, np. gdy wyniki wszystkich pomiarów zawierają się w zakresie jednej podziałki na skali przyrządu lub – w przypadku mierników cyfrowych – gdy wyniki pomiarów zawierają się w zakresie niepewności granicznej miernika¹⁸, podanej w instrukcji. W takim przypadku niepewność standardową oblicza się ze wzoru:

$$u = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

Jeśli wartości odchylenia standardowego średniej i niepewności granicznej są zbliżone, to oba czynniki mają znaczący wpływ na niepewność pomiaru. Wówczas niepewność standardową obliczamy ze wzoru:

$$u = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\sqrt{3}}\right)^2 + S_{x\text{śr}}^2} \quad (5)$$

Podsumujmy powyższe rozważania.

Możemy przyjąć, że ze względu na wkład do niepewności standardowej zarówno miary rozrzutu wyników, jak i wartości niepewności granicznej możemy mieć do czynienia z trzema sytuacjami, w których niepewność standardową obliczamy ze wzoru:

- ▶ $u = S_{x\text{śr}}$ dla $S_{x\text{śr}} \gg \Delta x$,
- ▶ $u = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}$ dla $S_{x\text{śr}} \ll \Delta x$,
- ▶ $u = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\sqrt{3}}\right)^2 + S_{x\text{śr}}^2}$, gdy $S_{x\text{śr}}$ i Δx są porównywalne.

W celu odróżnienia niepewności standardowej od niepewności granicznej warto stosować formę zapisu inną niż: $(x \pm \Delta x)$ jednostka. Przykładowo: jeżeli wartość pomiaru masy m pewnego ciała jest równa 123 g i zmierzono ją z niepewnością standardową $u = 5$ g, rekomenduje się zapis $m = 123(5)$ g. Liczba w nawiasie jest wartością niepewności standardowej w odniesieniu do ostatnich cyfr wyniku.

Przykład 1

Zapis wyniku pomiaru

Wartość x	Niepewność standardowa u	Zapis wyniku pomiaru
10,30 V	0,05 V	10,30(5) V
36,5°C	0,1°C	36,5(1)°C
2500 m	10 m	2500(10) m

Skorzystajmy z dotychczasowych informacji i prześledźmy przykład analizy wyników pomiaru napięcia elektrycznego w obwodzie.

¹⁸ Ten parametr miernika (zwany również niepewnością wzorcowania) informuje o niepewności pojedynczego pomiaru i jest określany przez producenta.

Przykład 2

Analiza wyników pomiaru napięcia elektrycznego

Uczniowie wyznacжали napięcie elektryczne na odbiorniku. W tym celu wykonali 40 pomiarów, których wyniki zapisali w tabeli. Podczas analizy wyników zauważyli, że wartość pomiaru $i = 33$ znacznie różni się od pozostałych wartości, co w ich ocenie było błędem grubym. Wobec tego pomiar $i = 33$ został odrzucony w dalszej analizie wyników.

i	U_i (V)
1	1,607
2	1,607
3	1,607
4	1,607
5	1,607
6	1,607
7	1,607
8	1,607
9	1,607
10	1,608

i	U_i (V)
11	1,607
12	1,607
13	1,607
14	1,607
15	1,608
16	1,607
17	1,607
18	1,607
19	1,607
20	1,607

i	U_i (V)
21	1,607
22	1,607
23	1,607
24	1,608
25	1,607
26	1,608
27	1,608
28	1,607
29	1,608
30	1,607

i	U_i (V)
31	1,607
32	1,607
33	1,907
34	1,608
35	1,608
36	1,607
37	1,608
38	1,607
39	1,608
40	1,607

Na podstawie wyników pomiarów uczniowie obliczyli średnią wartość napięcia:

$$U_{\text{sr}} \approx 1,60726 \text{ V}$$

Z obliczonej wartości odchylenia standardowego S_U (wzór 2) wyznaczyli odchylenie standardowe średniej (wzór 3):

$$S_{U_{\text{sr}}} = \frac{0,00044 \text{ V}}{\sqrt{39}} \approx 0,00007 \text{ V}$$

Zgodnie z instrukcją miernika uczniowie określili niepewność graniczną dla wykonanej serii pomiarów jako $\Delta U = 0,02 \text{ V}$ i zauważyli, że jej wartość jest dużo większa od rozrzutu pomiarów. Obliczyli zatem niepewność standardową ze wzoru:

$$u = \frac{\Delta U}{\sqrt{3}} = \frac{0,02 \text{ V}}{\sqrt{3}} \approx 0,01 \text{ V}$$

Wynik pomiaru można zatem zapisać jako:

$$U = 1,61 \text{ V}, u = 0,01 \text{ V} \quad \text{lub} \quad U = 1,61(1) \text{ V}$$

3. Niepewności pomiarów pośrednich

Opisana w poprzednim paragrafie niepewność standardowa pozwala nam spojrzeć z nieco szerszej perspektywy na sposób wyznaczania wyniku pomiaru pośredniego. Na podstawie tej niepewności będziemy mogli oszacować tzw. udziały niepewności kolejnych pomiarów bezpośrednich w niepewności pomiaru pośredniego wielkości fizycznej będącej funkcją innych wielkości. Świadomość, jak duże są te udziały, umożliwia nam skorygowanie metody pomiaru lub użycie innego przyrządu pomiarowego w celu zmniejszenia niepewności pomiaru wielkości mierzonej pośrednio.

Przeanalizujemy sytuację, w której pośrednio mierzymy wartość wielkości fizycznej, wykonując bezpośrednio pomiar innej wielkości.

Niepewność wielkości mierzonej pośrednio, zależnej od jednej zmiennej

Obliczmy niepewność standardową pomiaru pola powierzchni S podstawy walca na podstawie wyniku pomiaru jego średnicy $d = 5,0$ cm za pomocą linijki z podziałką 0,1 cm. Niepewność standardowa pomiaru średnicy jest wobec tego równa $u_d = \frac{0,1 \text{ cm}}{\sqrt{3}} \approx 0,06$ cm.

Obliczamy pole powierzchni podstawy walca:

$$S = f(d) = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \frac{d^2}{4} = \pi \frac{(5,0 \text{ cm})^2}{4} \approx 19,63 \text{ cm}^2 \quad (6)$$

Niepewność standardową u_y wielkości y mierzonej pośrednio i zależnej od jednej zmiennej x obliczymy ze wzoru:

$$u_y = \frac{|f(x + u_x) - f(x - u_x)|}{2} \quad (7)$$

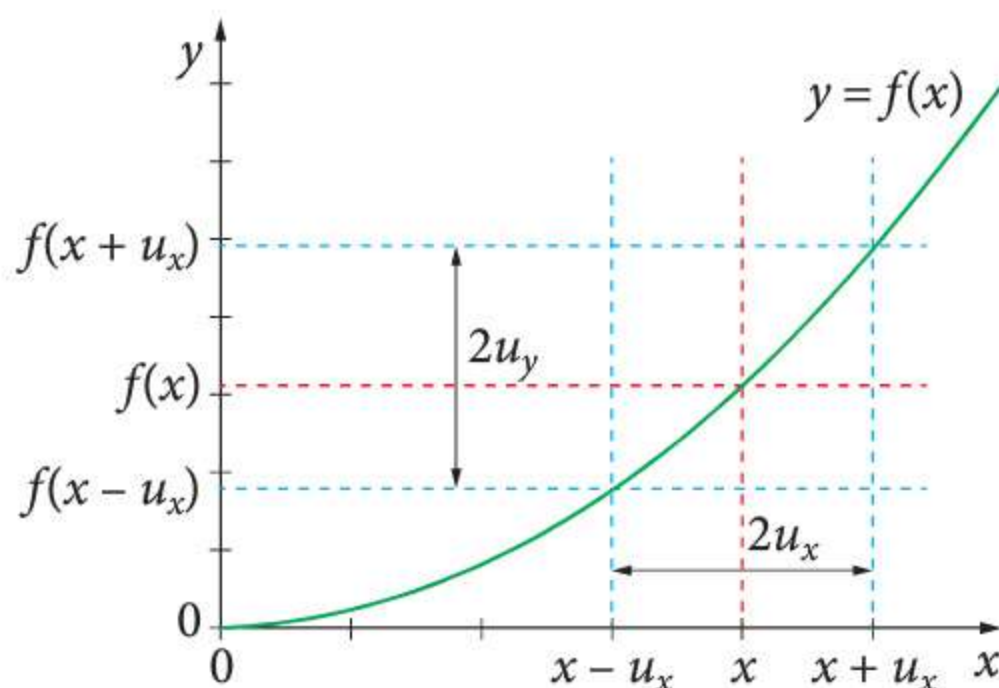
W powyższym wzorze $f(x + u_x)$ i $f(x - u_x)$ są wartościami funkcji, opisującej wielkość mierzoną pośrednio, dla argumentu odpowiednio powiększonego i pomniejszonego o wartość niepewności standardowej. Korzystamy ze wzoru (7) i obliczamy niepewność standardową dla pola powierzchni podstawy walca:

$$u_S = \frac{\left| \frac{\pi}{4}(d + u_d)^2 - \frac{\pi}{4}(d - u_d)^2 \right|}{2} = \pi \frac{|(5 + 0,06)^2 - (5 - 0,06)^2|}{8} \text{ cm}^2 \approx 0,47 \text{ cm}^2$$

Wynik pomiaru pola powierzchni wraz z niepewnością standardową zaokrągloną do jednej cyfry znaczącej zapisujemy w postaci:

$$S = 19,6 \text{ cm}^2, u_S = 0,5 \text{ cm}^2 \quad \text{lub} \quad S = 19,6(5) \text{ cm}^2$$

Aby lepiej zobrazować znaczenie niepewności standardowej pomiaru pośredniego, na rysunku 3 przedstawiono wykres, na którym zaznaczono wartości pomiaru bezpośredniego wielkości x i pośredniego wielkości $y = f(x)$ wraz z przedziałami niepewności standardowej obu wielkości fizycznych.



Rys. 3 Interpretacja przedziałów niepewności pomiarowych na wykresie funkcji

Niepewność wielkości mierzonej pośrednio, zależnej od dwóch zmiennych

W przypadku wielkości fizycznych zależnych od dwóch zmiennych $y = f(x_1, x_2)$ obliczanie niepewności realizuje się w dwóch krokach. W pierwszej kolejności szacujemy udział niepewności każdej zmiennej:

$$u_{y1} = \frac{|f(x_1 + u_{x1}, x_2) - f(x_1 - u_{x1}, x_2)|}{2}$$
$$u_{y2} = \frac{|f(x_1, x_2 + u_{x2}) - f(x_1, x_2 - u_{x2})|}{2}$$
(8)

Następnie niepewność pomiaru pośredniego szacuje się jako sumę geometryczną udziałów niepewności:

$$u_y = \sqrt{u_{y1}^2 + u_{y2}^2}$$
(9)

Po określeniu udziałów niepewności wyników pomiarów bezpośrednich (wzory 8) można ustalić ich wkład w niepewność wyniku pomiaru pośredniego. Przedstawiony sposób obliczania niepewności (wzór 9) jest przybliżony, lecz bardzo pomocny przy dobieraniu metod i przyrządów pomiarowych. Przy jego użyciu można w łatwy sposób sprawdzić, jak niepewność pomiaru danej wielkości fizycznej wpływa na niepewność pomiaru pośredniego.

Omówiona metoda nazywana jest **prawem przenoszenia (propagacji) niepewności**. Do przeprowadzenia pełnej analizy niepewności niezbędna jest umiejętność posługiwania się rachunkiem różniczkowym, co wykracza poza zakres materiału matematyki w szkole ponadpodstawowej.

Przykład 3

Analiza wyników pomiaru pośredniego

Na lekcji fizyki uczniowie wyznaczali moc żarówki za pomocą szkolnych mierników analogowych. W tym celu, w tych samych warunkach, wykonali serię ośmiu pomiarów wartości napięcia i natężenia prądu elektrycznego przepływającego przez żarówkę. Wyniki zapisali w tabeli.

	1	2	3	4	5	6	7	8	Wartość średnia
U (V)	12	12	12	12	13	12	12	13	12,25
I (mA)	460	460	470	460	470	460	460	460	462,5

Rozdzielczość użytego miliamperomierza była równa 10 mA, a rozdzielczość woltomierza to 1 V. Na podstawie zmierzonych wartości obliczyli wartość średnią napięcia i natężenia oraz odchylenie standardowe średniej obu wielkości.

$$U_{\text{sr}} = 12,25 \text{ V} \quad \Delta U = 1 \text{ V} \quad S_{U_{\text{sr}}} = 0,16 \text{ V}$$
$$I_{\text{sr}} = 462,5 \text{ mA} \quad \Delta I = 10 \text{ mA} \quad S_{I_{\text{sr}}} = 1,6 \text{ mA}$$

Ponieważ zarówno dla napięcia, jak i natężenia prądu wartość Δx jest w przybliżeniu o rząd wielkości większa od wartości $S_{x_{\text{sr}}}$, uczniowie przyjęli, że mogą pominąć rozrzut statystyczny wyników i niepewność standardową obliczyć ze wzoru (4).

$$u_U = \frac{\Delta U}{\sqrt{3}} = \frac{1 \text{ V}}{\sqrt{3}} \approx 0,577 \text{ V} \approx 0,6 \text{ V}$$

$$u_I = \frac{\Delta I}{\sqrt{3}} = \frac{10 \text{ mA}}{\sqrt{3}} \approx 5,77 \text{ mA} \approx 6 \text{ mA}$$

Następnie, aby zweryfikować przyjęte uproszczenie, do obliczenia niepewności standardowej obu wielkości zastosowali również wzór (5):

$$u_U = \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{\sqrt{3}}\right)^2 + S_{U_{\text{sr}}}^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 0,16^2} \text{ V} \approx 0,6 \text{ V}$$

$$u_I = \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{\sqrt{3}}\right)^2 + S_{I_{\text{sr}}}^2} = \sqrt{\left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1,6^2} \text{ mA} \approx 6 \text{ mA}$$

Wyniki obliczeń potwierdziły słuszność ich decyzji.

Uczniowie zapisali zatem wyniki pomiarów bezpośrednich jako:

$$U = 12,3(6) \text{ V} \quad I = 463(6) \text{ mA}$$

Następnie obliczyli moc żarówki ze wzoru $P = U \cdot I$ oraz udziały niepewności pomiarów bezpośrednich za pomocą wzorów (8):

$$P = 12,3 \text{ V} \cdot 463 \text{ mA} \approx 5,7 \text{ W}$$

$$u_{PU} = \frac{|12,9 \text{ V} \cdot 463 \text{ mA} - 11,7 \text{ V} \cdot 463 \text{ mA}|}{2} \approx 278 \text{ mW}$$

$$u_{PI} = \frac{|12,3 \text{ V} \cdot 469 \text{ mA} - 12,3 \text{ V} \cdot 457 \text{ mA}|}{2} = 73,8 \text{ mW}$$

Na koniec skorzystali ze wzoru (9) i podali niepewność standardową wyniku pomiaru mocy:

$$u_P = \sqrt{(278 \text{ mW})^2 + (73,8 \text{ mW})^2} = 288 \text{ mW} \approx 0,3 \text{ W}$$

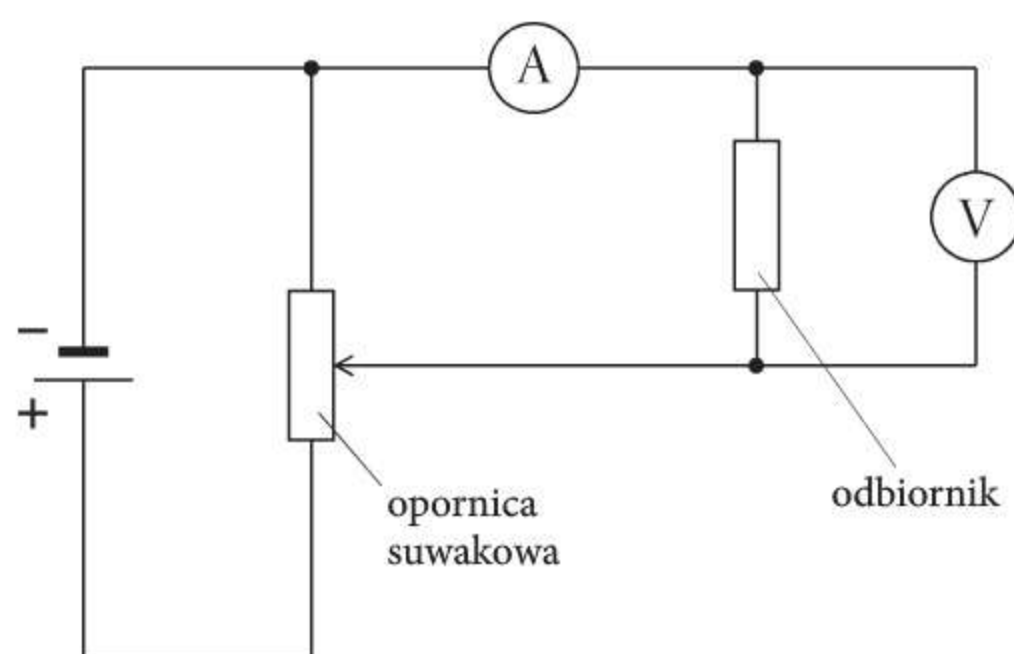
Wynik pomiaru zapisali w postaci:

$$P = 5,7(3) \text{ W}$$

Z wartości obliczonych udziałów niepewności pomiarów bezpośrednich (u_{PU} , u_{PI}) uczniowie wywnioskowali, że w celu zmniejszenia niepewności wyniku pomiaru mocy żarówki należy użyć bardziej precyzyjnego woltomierza.

Doświadczenie 1. Badamy charakterystyki prądowo-napięciowe żarówki i opornika

Spis przyrządów i materiałów: zasilacz bateryjny, opornica suwakowa o zakresie 0–20 Ω lub 0–15 Ω , żarówka o parametrach znamionowych 3,5 V, 0,3 A, opornik 10 Ω , amperomierz, woltomierz, przewody.



Rys. 1 Schemat obwodu

Przebieg doświadczenia

- ▶ Montujemy obwód według schematu przedstawionego na rysunku 1. W miejscu odbiornika włączamy żarówkę.
- ▶ Wykorzystujemy cały zakres opornicy i tak przesuwamy suwak w kolejne położenia, aby dla około 10 wybranych wartości napięcia U zmierzyć natężenie prądu I płynącego przez żarówkę.
- ▶ Zmierzone wartości napięcia i natężenia prądu wpisujemy do tabeli 1.
- ▶ Niepewności pomiarowe pomiarów wykonanych miernikami cyfrowymi ustalamy zgodnie z instrukcją miernika. W przypadku stosowania mierników analogowych niepewności przyjmujemy na podstawie rozdzielczości przyrządu.

Tabela 1. Żarówka

Nr pomiaru	U (V)	u_U (V)	I (A)	u_I (A)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

- ▶ Następnie w miejsce odbiornika włączamy opornik i wykonujemy analogiczną serię pomiarów i obliczeń. Wyniki wpisujemy do tabeli 2.

Tabela 2. Opornik

Nr pomiaru	U (V)	u_U (V)	I (A)	u_I (A)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

- ▶ W układzie współrzędnych $I(U)$ zaznaczamy punkty pomiarowe wraz z przedziałami niepewności.
- ▶ Dla każdego przypadku jak najbliżej punktów pomiarowych prowadzimy gładką linię.
- ▶ Porównujemy wykresy wykonane dla żarówki i opornika. Jaka jest przyczyna różnicy charakterystyk prądowo-napięciowych w obu badanych przypadkach?

Doświadczenie 2. Wyznaczamy współczynnik załamania wody za pomocą pomiaru kąta granicznego

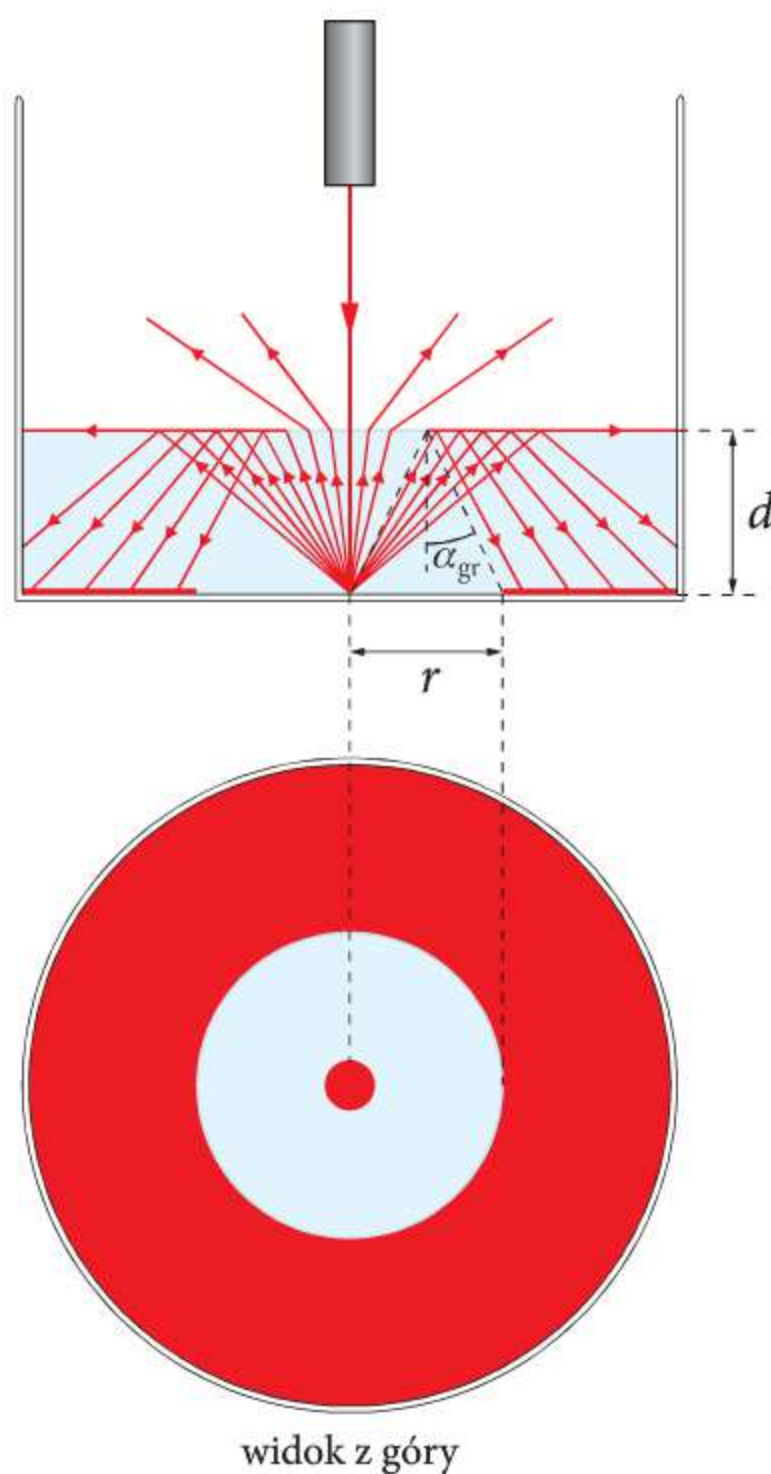
Spis przyrządów i materiałów: biała, nieprzezroczysta, cylindryczna filiżanka lub kubek o płaskim, matowym dnie, wskaźnik laserowy, pętla z cienkiego drutu, woda, taśma miernicza (rys. 2).



Rys. 2 Przyrządy użyte w doświadczeniu

Przygotowanie teoretyczne

Światło lasera rozproszone na dnie kubka odbija się pod różnymi kątami (rys. 3). Promienie odbite, które padają na granicę woda–powietrze pod kątem mniejszym od granicznego, przechodzą do powietrza. Natomiast promienie odbite, padające na granicę woda–powietrze pod kątem większym od granicznego, odbijają się od niej w kierunku dna i oświetlają na dnie naczynia pierścień o wewnętrznym promieniu r .



Rys. 3 Przewidywany przebieg doświadczenia

Kąt graniczny α_{gr} związany jest ze współczynnikiem załamania ośrodka n wzorem:

$$\sin \alpha_{gr} = \frac{1}{n} \quad (1)$$

(gdy przyjmujemy, że współczynnik załamania powietrza jest równy 1).

Analizujemy geometrię doświadczenia i po skorzystaniu z twierdzenia Pitagorasa zapisujemy:

$$\sin \alpha_{gr} = \frac{\frac{r}{2}}{\sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)^2 + d^2}} \quad (2)$$

Wobec tego:

$$n = \sqrt{\frac{4d^2}{r^2} + 1} \quad (3)$$

Przebieg doświadczenia

Uwaga: Podczas pracy z laserem należy zachować dużą ostrożność, by nie spowodować oślepienia osób znajdujących się w pomieszczeniu!

- ▶ Za pomocą taśmy mierniczej kilkakrotnie mierzymy średnicę pętli z drutu ($2R$). Wszystkie zmierzone wielkości i wyniki obliczeń wpisujemy do tabeli.
- ▶ Pętlę umieszczamy centralnie w kubku i nalewamy wodę do wysokości około 5 mm. Trzymając pionowo wskaźnik laserowy, oświetlamy dno naczynia tak, aby wiązka trafiła w centrum. Powstaje charakterystyczny obraz (rys. 3) w postaci jasnego koła o promieniu $r < R$, będący skutkiem całkowitego wewnętrznego odbicia¹⁹.
- ▶ Do naczynia powoli dolewamy wody tak długo, aż promień nieoświetlonego koła r równy będzie promieniowi pętli R . Wtedy za pomocą taśmy mierzymy grubość warstwy wody d . Czynności te powtarzamy kilkakrotnie.

Tabela

Nr pomiaru	R (mm)	$R_{\text{śr}}$ (mm)	d (mm)	$d_{\text{śr}}$ (mm)	n	u_n
1						
2						
...						
		$u_{R \text{ śr}}$		$u_{d \text{ śr}}$		

- ▶ Ponieważ istotna część doświadczenia polega na zrównaniu promienia nieoświetlonego koła (r) z promieniem pętli z drutu ($R_{\text{śr}}$), a niepewność pomiarowa $R_{\text{śr}}$ jest równa $u_{R \text{ śr}}$, przyjmujemy, że $u_r = 2u_{R \text{ śr}}$.
- ▶ Niepewność u_n określamy zgodnie ze wskazówkami zamieszczonymi na s. 287.
- ▶ Porównujemy otrzymaną wartość współczynnika załamania wody $n_{\text{wyznaczone}}$ z wartością tablicową $n_{\text{tablicowe}}$. Przyjmujemy, że wartość tablicowa znana jest z dużo większą dokładnością niż wartość wyznaczona, dlatego wyniki uznamy za zgodne, gdy spełniona będzie nierówność:

$$|n_{\text{wyznaczone}} - n_{\text{tablicowe}}| \leq u_n$$

Doświadczenie 3. Badamy zależność położenia obrazu otrzymanego za pomocą soczewki od położenia przedmiotu; wyznaczamy ogniskową soczewki

Spis przyrządów i materiałów: ława optyczna (rys. 4) wyposażona w: soczewkę skupiającą (S_s), soczewkę rozpraszającą (S_r), źródło światła z nakładką (np. w postaci strzałki) – przedmiot (P), ekran, sztywny przymiar metrowy.

¹⁹ Gdy dno jest zbyt gładkie, obraz może nie powstać. Wtedy na dnie naczynia należy umieścić krążek białego papieru.

Przygotowanie teoretyczne

Równanie soczewki skupiającej o ogniskowej f :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

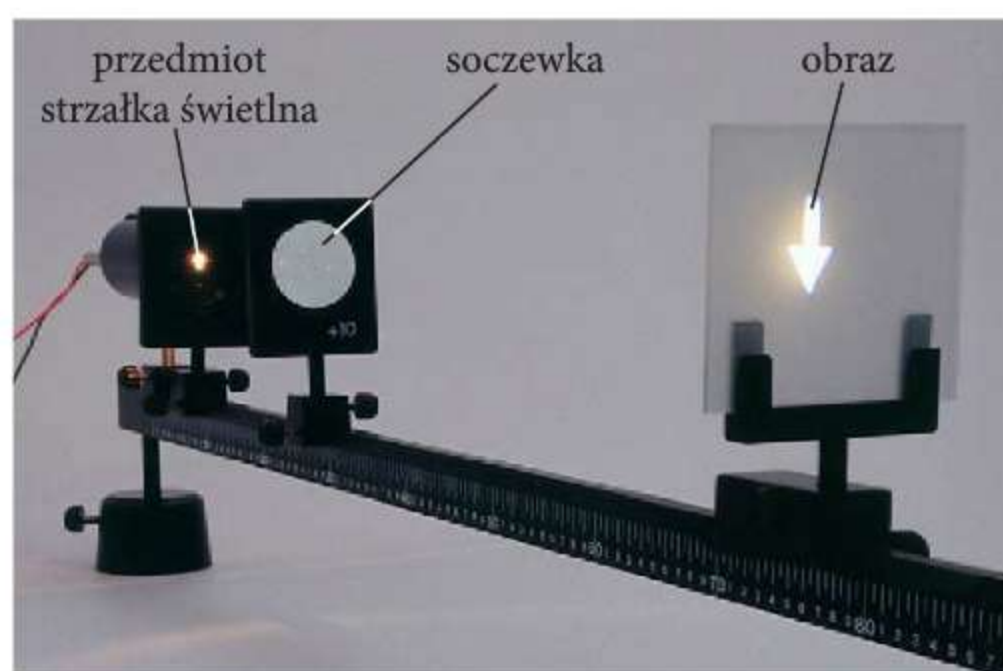
przekształcamy tak, aby otrzymać funkcyjną zależność położenia obrazu y od położenia przedmiotu x (rys. 5):

$$y(x) = \frac{fx}{x-f} \quad (4)$$

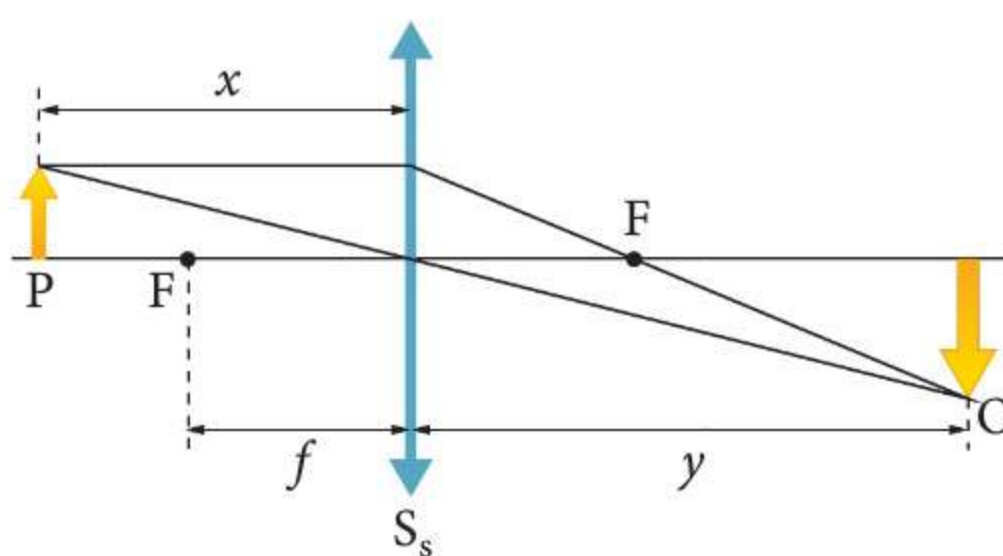
Jest to zależność hiperboliczna, a asymptotami są proste równoległe do osi x i y , poprowadzone przez punkty $x = f$ oraz $y = f$.

Istnieje położenie x_0 przedmiotu P, dla którego odległość y_0 obrazu O od soczewki jest równa odległości przedmiotu od soczewki ($y_0 = x_0$). Wtedy:

$$y_0 = \frac{fx_0}{x_0 - f} = \frac{fy_0}{y_0 - f} \Rightarrow f = \frac{x_0}{2} = \frac{y_0}{2} \quad (5)$$



Rys. 4 Układ doświadczalny



Rys. 5 Konstrukcja obrazu rzeczywistego w soczewce skupiającej

Przebieg doświadczenia

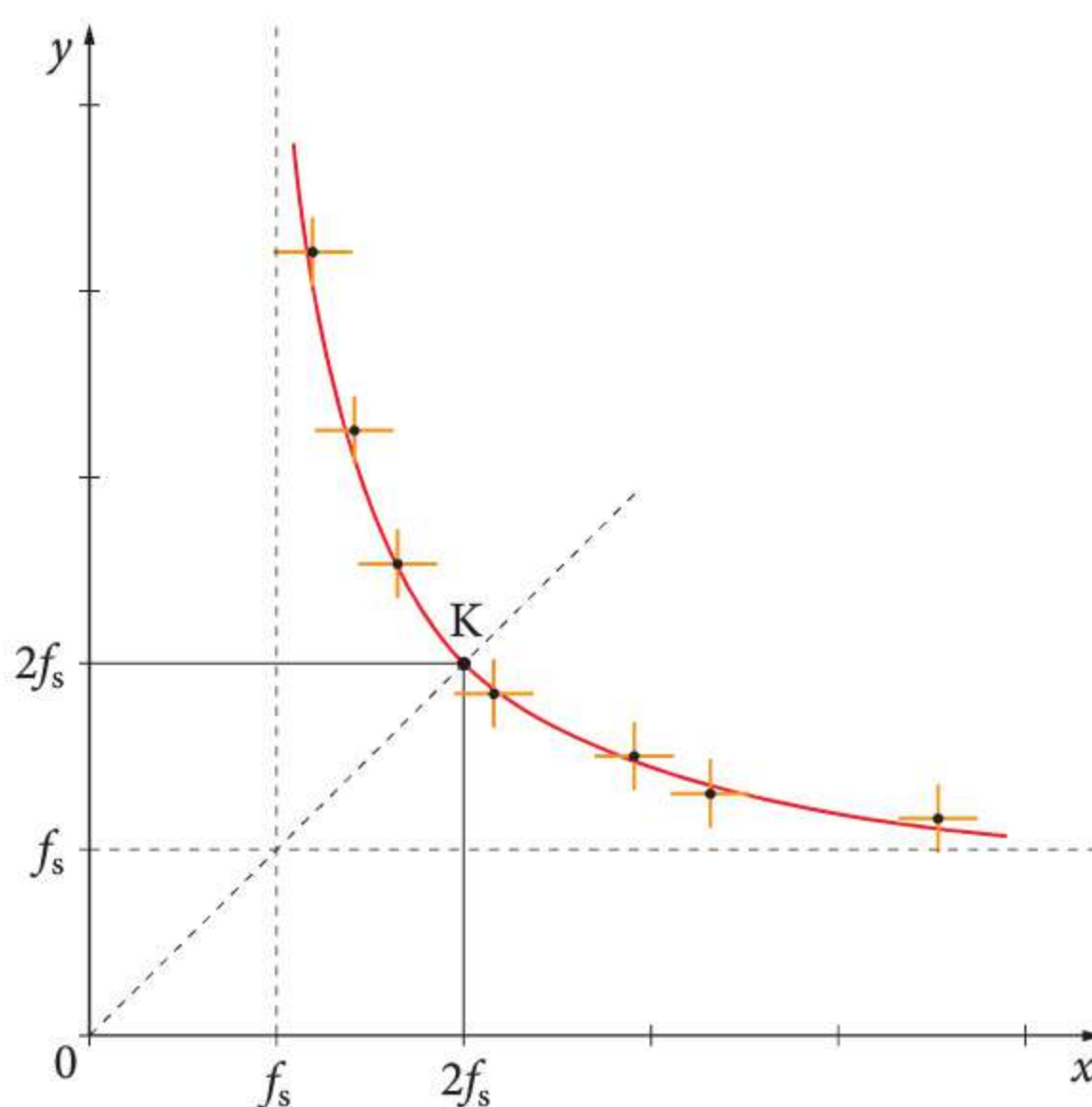
Soczewka skupiająca

- ▶ Na ławie optycznej stawiamy soczewkę skupiającą S_s , przedmiot P oraz ekran.
- ▶ Ustawiamy elementy zestawu tak, aby uzyskać ostry obraz O przedmiotu. Ustalamy zakres, w jakim można przesuwac przedmiot, aby na ekranie powstawał jego rzeczywisty obraz.
- ▶ W ustalonym zakresie za pomocą przymiaru wykonujemy 8 do 10 pomiarów par (x_i, y_i) odległości przedmiotu i obrazu od soczewki, trzykrotnie dla każdej pary.

- ▶ Obliczamy niepewności u_{xi} , u_{yi} . Obliczamy wartości średnie $x_{i\text{śr}}$, $y_{i\text{śr}}$ i ich niepewności $u_{x_{i\text{śr}}}$, $u_{y_{i\text{śr}}}$ (patrz *Niepewności pomiarowe*).
- ▶ Wyniki pomiarów i obliczeń wpisujemy do tabeli 1.

Tabela 1

Nr pomiaru	x_i (cm)			$x_{i\text{śr}}$ (cm)	$u_{x_{i\text{śr}}}$ (cm)	y_i (cm)			$y_{i\text{śr}}$ (cm)	$u_{y_{i\text{śr}}}$ (cm)
	I	II	III			I	II	III		
1										
2										
...										
n										



Rys. 5 Wykres zależności $y(x)$ uzyskany na podstawie wyników pomiarów

- ▶ W układzie współrzędnych x , y (rys. 5) zaznaczamy punkty pomiarowe $(x_{i\text{śr}}, y_{i\text{śr}})$ wraz z odcinkami niepewności pomiarowych.
- ▶ Rysujemy gładką krzywą najlepiej oddającą tendencję układania się punktów pomiarowych.
- ▶ Od początku układu współrzędnych prowadzimy prostą symetralną $y = x$ i odczytujemy wartości współrzędnych punktu K przecięcia symetralnej z wykresem: $x_K = 2f_s = y_K$.
- ▶ Ogniskową f_s naszej soczewki obliczamy na podstawie wzoru (5) jako:

$$f_s = \frac{x_K}{2} = \frac{y_K}{2}$$

- ▶ Ogniskową soczewki skupiającej można też zmierzyć inną prostą metodą. W tym celu ustawiamy przy oknie naszą soczewkę, a za nią ekran, tak aby uzyskać na nim ostry obraz odległego obiektu (np. drzewa, oddalonego budynku czy świecącej latarni).
- ▶ Z równania soczewki wynika, że gdy $x \gg y$, to $f_s \approx y$.
- ▶ Kilkakrotnie mierzymy taśmą mierniczą odległość y między soczewką a ekranem, na którym uzyskano ostry obraz. Wyniki pomiarów zapisujemy w tabeli 2.
- ▶ Obliczamy wartość średnią y_{sr} i uzyskujemy informację o ogniskowej soczewki.

Tabela 2

y_i							$y_{\text{sr}} = f_s$	$u_{y \text{ sr}}$

- ▶ Porównujemy wyniki obu pomiarów długości ogniskowej: obliczamy różnicę uzyskanych wyników, którą porównujemy z niepewnością drugiego pomiaru.
- ▶ Oceniamy wiarygodność pierwszej metody pomiaru.

Soczewka rozpraszająca

- ▶ Soczewka rozpraszająca S_r nie daje na ekranie rzeczywistego obrazu. Aby wyznaczyć jej ogniskową f_r , wykorzystamy związek:

$$\frac{1}{f_u} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_r} \quad (6)$$

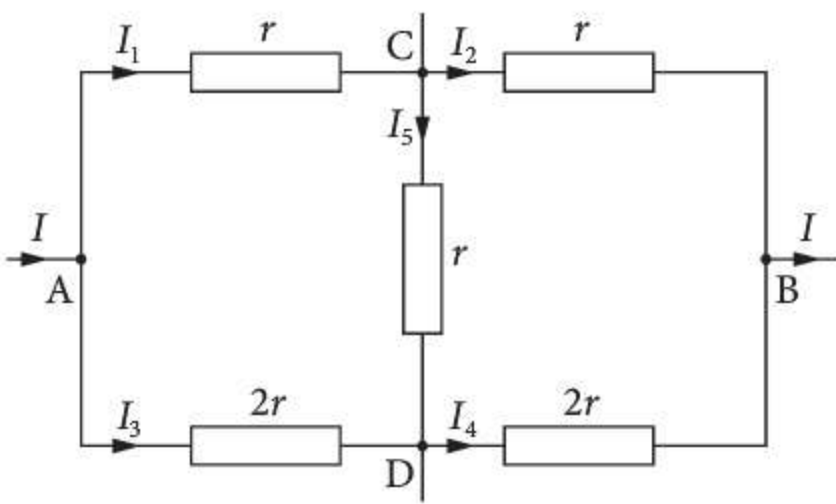
gdzie f_u jest ogniskową układu soczewek. Tę metodę można stosować, gdy układ soczewek jest skupiający, czyli gdy $|f_s| > |f_r|$.

- ▶ Na ławie optycznej ustawiamy bardzo blisko siebie soczewkę skupiającą o znanej ogniskowej f_s oraz soczewkę rozpraszającą, której ogniskową f_r będziemy wyznaczać, i przeprowadzamy analogiczną serię pomiarów, aby wyznaczyć f_u .
- ▶ Po wyznaczeniu ogniskowej układu soczewek korzystamy ze wzoru (6) i wyznaczamy ogniskową soczewki rozpraszającej.

Prąd stały i modele przewodnictwa

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
1. Prąd elektryczny jako przepływ ładunku		
11	2	a) 0,18 A b) 0,9 A; 0,6 A; 0,036 A; 0,009 A
11	3	a) $n = 0,625 \cdot 10^{19}$ b) $\frac{n}{S_1} = 1,25 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{mm}^2}$; $\frac{n}{S_3} = 6,25 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{mm}^2}$
11	4	$q = 10 \text{ C}$
2. Badanie zależności natężenia prądu od napięcia dla odcinka obwodu		
16	3	$\alpha \approx 0,005 \frac{1}{\text{K}}$
16	4	$t \approx 90^\circ \text{C}$
3. Łączenie szeregowe i równoległe odbiorników		
23	2	a) $R_{c1} = 10 \Omega$; $R_{c2} = 5 \Omega$; $R_{c3} \approx 0,83 \Omega$ $I_1 = 1 \text{ A}$; $I_2 = 2 \text{ A}$; $I_3 = 12 \text{ A}$ b) 1) Opór całkowity jest mniejszy od najmniejszego oporu.
24	3	a) $r_b \approx 52,6 \Omega$ b) $r'_A = 50 \Omega$ c) $I = 0,85 \text{ A}$
24	4	$R = \frac{U}{I - \frac{U}{R_V}} \approx 136 \Omega$
24	5	$I_1 = 0,45 \text{ A}$; $I_2 = I_3 = 0,15 \text{ A}$; $I_4 = 0,6 \text{ A}$ $I_5 = 0,2 \text{ A}$; $I_6 = I_7 = 0,4 \text{ A}$; $I_8 = 0,8 \text{ A}$ $U_1 = 1,8 \text{ V}$; $U_2 = 0,3 \text{ V}$; $U_3 = 1,5 \text{ V}$; $U_4 = 0,6 \text{ V}$ $U_5 = 2,4 \text{ V}$; $U_6 = U_7 = 0,8 \text{ V}$; $U_8 = 4,0 \text{ V}$
4. Zależność oporu od długości i przekroju poprzecznego przewodnika		
27	2	$\frac{d_{\text{Al}}}{d_{\text{Cu}}} \approx 1,33$
27	3	$R = \frac{\rho m}{\pi^2 r^4 d} \approx 248 \Omega$
27	4	$l = \frac{\pi U d^2}{4 \rho I} \approx 24 \text{ m}$
27	5	D, C
27	6	Około 1,9%.
5. Praca i moc prądu elektrycznego		
30	4	$P'_1 = \frac{P_1 P_2}{(P_1 + P_2)^2} \cdot P_2 = \frac{2}{9} \cdot 800 \text{ W} \approx 178 \text{ W}$ $P'_2 = \frac{P_1 P_2}{(P_1 + P_2)^2} \cdot P_1 = \frac{2}{9} \cdot 400 \text{ W} \approx 89 \text{ W}$
6. Siła elektromotoryczna. Prawo Ohma dla całego obwodu		
34	1	$W = 18 \text{ J}$
34	5	$I \approx 0,30 \text{ A}$

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
7. Co wskazuje woltomierz dołączony do źródła siły elektromotorycznej?		
38	1	a) $R + r = 8 \Omega$ b) $r = 1,2 \Omega$ c) $I = \frac{5}{3} \text{ A} \approx 1,7 \text{ A}$
38	2	$\mathcal{E} = \frac{U_1 I_2 - U_2 I_1}{I_2 - I_1} = 3 \text{ V}; r = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} = 1 \Omega$
38	3	$U(R) = \mathcal{E} \frac{R}{r + R}; \text{ gdy } R \rightarrow \infty, U \rightarrow \mathcal{E}$
8. Wzrosty i spadki potencjału. Drugie prawo Kirchhoffa		
44	1	a) $U_{AB} = \frac{\mathcal{E}_1(R + r_2) - \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2 + R}$ b) $U_{BC} = \frac{\mathcal{E}_2(R + r_1) - \mathcal{E}_1 r_2}{r_1 + r_2 + R}$ c) $U_{AC} = \frac{(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)R}{r_1 + r_2 + R}$ d) Tak.
44	2	a) $U_{AB} = 0; U_{BC} = \mathcal{E}_1; U_{AC} = \mathcal{E}_1$ b) $U_{AB} = -\frac{1}{5}\mathcal{E}_1; U_{BC} = \frac{4}{5}\mathcal{E}_1; U_{AC} = \frac{3}{5}\mathcal{E}_1$ Punkt B będzie miał najniższy potencjał. Woltomierz należy włączyć zaciskiem „-” do punktu B.
44	3	a) $P = UI = 345 \text{ W}$ b) $P_{\text{tr}} = I^2 R = 40,5 \text{ W}$ c) $P_{\text{uż}} = I(U - IR) = 304,5 \text{ W}$
9. Przykłady stosowania drugiego prawa Kirchhoffa		
50	1	$I = \frac{\mathcal{E}}{r} = 0,75 \text{ A}; U = 0$
50	2	a) $I_1 = \frac{2\mathcal{E}r_3}{r_2(r_1 + r_3) + r_1 r_3}$ $I_2 = \frac{2\mathcal{E}(r_1 + r_3)}{r_2(r_1 + r_3) + r_1 r_3}$ $I_3 = \frac{2\mathcal{E}r_1}{r_2(r_1 + r_3) + r_1 r_3}$ b) $U_{AB} = \mathcal{E} \frac{r_1 r_3 - r_2(r_1 + r_3)}{r_2(r_1 + r_3) + r_1 r_3}$ c) $I_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mathcal{E}}{r}; I_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{\mathcal{E}}{r}; I_3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mathcal{E}}{r}; U_{AB} = -\frac{1}{3}\mathcal{E}$
51	3	a) $I_1 = \frac{2\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3}{3r} = 0,5 \text{ A}$ $I_2 = \frac{2\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3}{3r} = 0$ $I_3 = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - 2\mathcal{E}_3}{3r} = 0,5 \text{ A}$ b) $V_B - V_A = \mathcal{E}_1 - rI_1 = 1 \text{ V}$ $V_B - V_A = \mathcal{E}_2 - rI_2 = 1 \text{ V}$ $V_B - V_A = \mathcal{E}_3 + rI_3 = 1 \text{ V}$

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
51	4	a) $I = 0,3 \text{ A}$ przed dołączeniem akumulatora, a po dołączeniu $I = 0,5 \text{ A}$; w obydwu przypadkach prąd płynie od B do A. b) $U_{AB} = 1,2 \text{ V}$ przed dołączeniem akumulatora, a po dołączeniu $U_{AB} = 2 \text{ V}$.
51	5	 W żadnym przypadku nie musimy korzystać z ogólnej postaci drugiego prawa Kirchhoffa. a) $R_{AB} = \frac{4}{3}r$; $R_{AC} = R_{CB} = \frac{11}{15}r$; $R_{AD} = R_{BD} = \frac{14}{15}r$; $R_{CD} = \frac{3}{5}r$ b) $I_1 = I_2 = \frac{2}{3}I$; $I_3 = I_4 = \frac{1}{3}I$; $I_5 = 0$
12. Przewodnictwo elektryczne cieczy i gazów		
67	2	a) $E_{\min} = 3 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ b) $U_{\min} = 300\,000 \text{ V}$
Zadania powtórzeniowe		
76	1	1P, 2F, 3F
76	2	$R_Z = 0,75 \Omega$
77	3	a) $R = 5 \Omega$ b) błąd względny $\approx 1\%$
77	4	4.1. $r_b = 10 \text{ m}\Omega$; $r = 99,01 \Omega$ 4.2. $r'_A = 9,9 \text{ m}\Omega$; $r'_V = 100 \Omega$
77	5	5.1. $P_z(I) = \mathcal{E}I - I^2r$ 5.3. $R = r$; $\frac{1}{2}$
77	6	a) $E_{\text{dost}} \approx 1037 \text{ kJ}$ b) $E_{\text{tr}} \approx 35 \text{ kJ}$ c) $E_{\text{chem}} \approx 1002 \text{ kJ}$
77	7	7.1. D 7.2. B 7.3. C 7.4. A 7.5. C

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
78	8	a) $I_2 = I_5 = 0,25 \text{ A}; I_1 = I_3 = I_4 = 0$ $U_1 = U_3 = U_4 = 0; U_2 = 1 \text{ V}; U_{C1} = U_{C2} = U_5 = 4,5 \text{ V}$ $Q_{C1} = 9 \mu\text{C}; Q_{C2} = 22,5 \mu\text{C}$ b) $I_1 \approx 0,33 \text{ A}; I_2 = I_5 \approx 0,22 \text{ A}; I_3 = I_4 = 0$ $U_1 \approx 4,9 \text{ V}; U_2 \approx 0,9 \text{ V}; U_3 = U_4 = 0; U_{C1} = U_{C2} = U_5 \approx 4,0 \text{ V}$ $Q_{C1} \approx 8 \mu\text{C}; Q_{C2} \approx 20 \mu\text{C}$
79	9	9.2. a) $U_1 = 0$ b) $U_1 = U$ c) $U_1 = U \frac{2r}{4r+R}$ 9.3. $U_1(x) = U \frac{x}{l}$
79	10	1D, 2B
80	11	11.1. $n = \frac{N_A \rho}{M} \approx 8,5 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3}$ 11.2. $t = \frac{neSl}{I} \approx 2,2 \text{ lat}$

Pole magnetyczne

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
15. Wektor indukcji magnetycznej		
95	4	a) $F = I\Delta l B = 3 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ b) $F = I\Delta l B \sin \alpha = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$
16. Naładowana cząstka w polu magnetycznym		
104	1	$F = evB = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ N}$
104	4	$t = \frac{\pi R^2 B}{2U} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
104	5	$h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{eB}$
104	6	$B = \frac{U_1}{d} \sqrt{\frac{m}{2eU}} \approx 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ T}$
17. Pole magnetyczne przewodników, przez które płynie prąd		
109	2	$B = 0$
18. Wzajemne oddziaływanie przewodników z prądem		
112	1	$I = \sqrt{\frac{2\pi r F}{\mu_0 \Delta l}} = 0,5 \text{ A}$
19. Silnik elektryczny		
114	1	$M = abIB = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Nm}$

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
Zadania powtórzeniowe		
126	2	2.3. $B = \frac{mg(R + 2R_1 + r)\operatorname{tg} \alpha}{\mathcal{E}d} \approx 0,03 \text{ T}$
126	3	3.1. $I_{\min} = \frac{f_s mg}{Bl} \approx 1 \text{ A}$ 3.2. $a = \frac{BIl - f_k mg}{m} \approx 0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ 3.3. b) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{BIl}{mg}; \alpha \approx 17^\circ$
127	5	5.1. $\frac{F_e}{F_p} = \frac{m_p}{m_e} \approx 1830; \frac{F_\alpha}{F_p} = 2 \frac{m_p}{m_\alpha} = \frac{1}{2}$ 5.2. $B = \frac{m_e \pi}{et} \approx 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ T}$
128	6	6.1. a) $B_p = \frac{2\pi m_p v}{e} \approx 0,8 \text{ T}$ dla protonów b) $B_d = \frac{4\pi m_p v}{e} \approx 1,6 \text{ T}$ dla deuteronów 6.2. $E_k = 2\pi^2 R^2 v^2 m_p \approx 7,4 \text{ MeV}$
128	7	7.2. 1P, 2P, 3P
129	8	8.2. rys. a: w P ₁ $B_w = \frac{7\mu_0 I_1}{6\pi r}$; w P ₂ $B_w = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$; w P ₃ $B_w = \frac{5\mu_0 I_1}{6\pi r}$ rys. b: w P $B_w = \frac{\mu_0 I_1 \sqrt{5}}{2\pi r}$ 8.3. A
129	9	9.1. C 9.2. B3

Indukcja elektromagnetyczna

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
21. Zjawisko indukcji elektromagnetycznej		
136	1	$\Phi = \pi B r^2 \sin \alpha \approx 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$
137	3	a) $\Phi = -Ba^2 = -2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$ b) $\Delta \Phi = 2Ba^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$
24. Zjawisko samoindukcji		
156	2	$ \mathcal{E} = L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 1,2 \text{ V}$
156	4	a) $L = \frac{\pi \mu_0 l D^2}{4d^2} \approx 1,58 \cdot 10^{-4} \text{ H}$
25. Prąd zmienny		
165	1	$P_{\text{sr}} = \frac{I_0^2 R}{2} = 0,1 \text{ W}$
165	2	$\tau = \frac{2Rmc_w(100^\circ\text{C} - t_0)}{0,95U_0^2} \approx 360 \text{ s}$
165	3	a) $I_s = \frac{U_s}{R} \approx 5,5 \text{ A}; P_s = \frac{U_s^2}{R} \approx 1300 \text{ W}$

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
26. Transformator		
172	1	a) $n_2 = n_1 \frac{U_{s2}}{U_{s1}} = 40$ b) $\frac{I_{s1}}{I_{s2}} = \frac{U_{s2}}{U_{s1}} = 0,2$
172	2	a) $Q = I_s^2 R l t = 7,92 \text{ MJ}$ b) $U_{AB} = I_s R d = 1,1 \text{ V}$ c) $\frac{P_{\text{tracona}}}{P_{\text{wysylana}}} \cdot 100\% = \frac{2 I_s R d_1}{U_s} \cdot 100\% \approx 19\%$
172	3	a) $I_1 = \frac{n_2^2 U_1}{n_1^2 R} \approx 0,54 \text{ A}; I_2 = \frac{n_2 U_1}{n_1 R} = 250 \text{ A}$ b) $\tau = \frac{2 m c_w \Delta T}{I_2^2 R} \approx 54 \text{ s}$
Zadania powtórzeniowe		
181	1	1.1. podczas wsuwania $\Phi(t) = B a v t$ dla $0 \leq t \leq \frac{a}{v}$ podczas wysuwania $\Phi(t) = B a (a - v t)$ dla $0 \leq t \leq \frac{a}{v}$
181	3	3.1. 1P, 2P, 3P, 4F 3.2. $v_{\max} = \frac{m g R}{d^2 B^2}$
182	4	4.4. $I(v) = \frac{B l \cos \alpha}{R} v$ 4.5. $v_{\max} = \frac{m g R \operatorname{tg} \alpha}{B^2 l^2 \cos \alpha}; I_{\max} = \frac{m g \operatorname{tg} \alpha}{B l}$
183	5	5.2. C
183	6	6.1. $L = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 \pi r^2}{l} \approx 0,18 \text{ H}$ 6.2. $\mathcal{E} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \approx -1,8 \text{ V}$
184	7	a) $\mathcal{E}_0 = n B S \omega = 0,24 \text{ V}$ b) $P_s = \frac{(n B S \omega)^2}{2 R} \approx 6 \text{ mW}$
184	8	D
184	9	$I_s = I_0 \sqrt{\frac{5}{8}} \approx 0,8 I_0$
184	10	a) $P_{\text{stracona}} = 2 I_s^2 r l = 0,88 \text{ MW}$ b) $P_{\text{wysylana}} = \frac{P_{\text{stracona}}}{0,1} = 8,8 \text{ MW}$ c) $U_s = \frac{P_{\text{wysylana}}}{I_s} = 44 \text{ kV}$ d) $p = \frac{U_s}{U_{s1}} \approx 190$ e) $U_{\text{sp}} = I_s r d = 1,3 \text{ mV}$ $R_{\text{ptaka}} = \frac{U_{\text{sp}}}{I_{\text{sp}}} = 1,3 \Omega$

■ Optyka geometryczna

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
28. Zjawisko odbicia i załamania światła		
194	3	$\beta \approx 49^\circ$
29. Całkowite wewnętrzne odbicie		
197	1	$\alpha < 62^\circ$
30. Zwierciadła		
202	2	0,85 m; nie
202	3	30° ; o kąt 2γ
202	6	$y = \frac{rx}{r-2x} = 100 \text{ cm}$; $h' = 5 \text{ cm}$
202	7	$y = \frac{xf}{x-f} = 120 \text{ cm}$
31. Odchylenie promienia świetlnego w pryzmacie. Rozszczepienie światła		
208	5	$t = \frac{dn}{c} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ s}$
208	6	Obliczenie: 1) kąta załamania β , 2) kąta padania γ na łukową ścianę, 3) kąta załamania δ po wyjściu z pryzmatu.
32. Soczewki		
215	2	a) $f_p = \frac{r}{2(n_{sz} - 1)} = 12 \text{ cm}$ b) $f_w = \frac{rn_w}{2(n_{sz} - n_w)} \approx 47 \text{ cm}$
215	4	$Z_1 = Z_2 = 0$
215	5	$n = 2$
216	7	$y = \frac{x}{Zx - 1} = 0,3 \text{ m}$; $h' = \frac{h}{Zx - 1} = 4 \text{ cm}$
216	8	$d = x + y = \frac{(p+1)^2 r}{2p(n-1)}$ a) $d = 54 \text{ cm}$; b) $d = 54 \text{ cm}$; c) $d = 48 \text{ cm}$
216	9	$f = \frac{y}{p+1} = 10 \text{ cm}$; $Z = \frac{1}{f} = 10 \text{ D}$
216	11	$v_{sr} = \frac{v}{2} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; obraz się oddalał.
216	13	obraz pozorny; $y = \frac{xf}{f-x} = 7,5 \text{ cm}$; $h' = \frac{fh}{f-x} = 3,75 \text{ cm}$
33. Lupa i oko. Wady wzroku		
222	1	$r = \frac{2(n-1)d}{p-1} = 2,5 \text{ cm}$
222	2	$Z = \frac{x-d}{xd} = 2 \text{ D}$
222	3	$x = \frac{d}{1-dZ} \approx 17 \text{ cm}$

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
222	4	$Z = \frac{x-d}{xd} = -6 \text{ D}$
222	5	$\Delta Z = Z_2 - Z_1 = \frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2} < 0$
Zadania powtórzeniowe		
227	1	a) $\alpha < 11^\circ$; b) $\frac{a}{r} < 0,2$
227	2	a) $\Delta y = 2f$; b) $\frac{p_2}{p_1} = 2$
227	3	3.2. $D \approx 0,7 \text{ mm}$
227	4	4.1. $n = \frac{2k}{k+1} = 1,5$ 4.2. $n = 2$
228	5	$\Delta \varepsilon \approx 7,0^\circ$
228	7	7.2. $x = \frac{d}{p+1} = 15 \text{ cm}$; $f = \frac{pd}{(p+1)^2} \approx 11 \text{ cm}$
229	8	a) $f = 2r$; b) $f = r$; c) $f \approx 0,71r$; d) $f \approx 0,36r$
229	9	9.1. $Z_1 = \frac{1-n_1}{r} = -1,5 \text{ D}$ 9.2. $Z_u = \frac{n_2-n_1}{r} \approx -0,7 \text{ D}$
229	10	10.1. $Z_1 = \frac{d_1-d_2}{d_1 d_2} \approx -1,9 \text{ D}$ 10.2. $d_3 = \frac{d_1}{1+d_1 Z} \approx 21 \text{ cm}$
229	11	1D, 2F, 3B, 4E
230	12	1D, 2A, 3G, 4E
230	13	D

Fale mechaniczne

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
35. Wielkości charakteryzujące fale		
239	2	$v = 4 \text{ m/s}$
239	3	Tylko I: A i C, C i D, B i E. Tylko II: A i E, B i C, D i E. Żaden: A i B, B i D, C i E. Obydwa: A i D.
36. Funkcja falowa fali płaskiej		
244	1	a) $A = 12 \text{ cm}$; $T = 0,5 \text{ s}$; $\lambda = 40 \text{ cm}$; $v = 80 \text{ cm/s}$; $v_{\max} \approx 150 \text{ cm/s}$
244	2	$y \approx -0,075 \text{ cm}$
244	3	$\Delta \varphi = \pi$

Strona	Nr zadania	Odpowiedź
38. Fale stojące		
252	1	a) rys. 1; b) rys. 1; c) rys. 5; d) rys. 3; e) rys. 2; f) rys. 3
39. Zasada Huygensa i jej konsekwencje		
257	2	$r_1 \approx 4,58 \text{ cm}$
257	3	a) 2λ b) 1. 1, 2, 4, 6, 8, 11; 2. 7, 12; 3. 3, 5, 9, 10
*40. Fale akustyczne		
261	1	10
261	2	$\Lambda_2 = 7 \text{ B}$
41. Zjawisko Dopplera		
267	1	a) $\nu' \approx 841 \text{ Hz}$; b) $\nu'' \approx 763 \text{ Hz}$
267	2	a) $\nu' \approx 504 \text{ Hz}$; b) $\nu'' \approx 496 \text{ Hz}$
267	3	Nie. Podczas zbliżania się księżyca odbieramy fale krótsze, barwa przesunie się w stronę niebieskiej. Podczas oddalania się księżyca odbieramy fale dłuższe, barwa przesunie się w stronę czerwonej.
Zadania powtórzeniowe		
275	1	C
275	2	1F, 2P, 3F, 4P
275	3	3.2. $y_1 = -1 \text{ cm}$; $y_2 = 0$ 3.3. $y = 1 \text{ cm}$
276	4	4.1. $A = 2 \text{ cm}$; $\lambda = 0,5 \text{ m}$; $T = 0,2 \text{ s}$; $v = 2,5 \text{ m/s}$
276	5	5.1. $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ 5.2. $A \sim \frac{1}{r}$
276	6	$\sin \alpha = \frac{n\lambda}{d} > 1$; nie obserwujemy interferencji.
277	7	B
277	8	C
277	9	$\frac{\Delta \nu}{\Delta t} = -\frac{\nu g}{v_f}$

W tabeli podano wartości przybliżone.

Stała	Wartość
Wartość przyspieszenia ziemskiego	$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Stała grawitacji	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$
Średni promień Ziemi	$R_Z = 6370 \text{ km}$
Masa Ziemi	$M_Z = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Średnia odległość Ziemia–Księżyc	$d = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$
Masa Słońca	$M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Promień Słońca	$R_S = 6,96 \cdot 10^5 \text{ km}$
Jednostka astronomiczna	$1 \text{ j.a.} = 1 \text{ au} = 1,50 \cdot 10^8 \text{ km}$
Parsek	$1 \text{ pc} = 3,09 \cdot 10^{16} \text{ m}$
Stała Hubble’a	$H = 71 \frac{\text{km}}{\text{s} \cdot \text{Mpc}}$
Wartość pierwszej prędkości kosmicznej dla Ziemi	$v_I = 7,91 \frac{\text{km}}{\text{s}}$
Wartość drugiej prędkości kosmicznej dla Ziemi	$v_{II} = 11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$
Liczba Avogadra	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$
Objętość molowa gazu doskonałego w warunkach normalnych ($T_0 = 273,15 \text{ K}$, $p_0 = 101\,325 \text{ Pa}$)	$V = 22,4 \text{ dm}^3$
Stała gazowa	$R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
Stała Boltzmanna	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
Ciśnienie atmosferyczne normalne	$p_0 = 101\,325 \text{ Pa}$
Temperatura zera absolutnego	$T_0 = 0 \text{ K} = -273,15^\circ\text{C}$
Współczynnik w prawie Coulomba	$k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$
Ładunek elementarny	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Stała	Wartość
Masa protonu	$m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Masa neutronu	$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Masa elektronu	$m_e = 9,110 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Wartość prędkości światła w próżni	$c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Przenikalność elektryczna próżni	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$
Przenikalność magnetyczna próżni	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$
Stała Plancka	$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Stała Rydberga	$R = 1,10 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}$

A

akceptor [*acceptor*] 55
 akomodacja [*accommodation*] 219
 amper [*ampere*] 9, 112
 amplituda fali [*amplitude*] 237, 246, 250, 262

B

baza tranzystora [*transistor base*] 61
 bel [*bel*] 261
 bezpiecznik topikowy [*fuse*] 29
 bieguny magnetyczne [*magnetic poles*] 82, 84

C

całkowite wewnętrzne odbicie [*total internal reflection*] 195
 charakterystyka prądowo-napięciowa [*voltage-current characteristic*] 13–15, 60
 ciepło Joule'a [*Joule's heat*] 29, 33, 43, 168
 cyklotron [*cyclotron*] 98
 częstość kołowa [*angular frequency*] 240
 częstotliwość fali [*frequency*] 237, 238, 258
 częstotliwość podstawowa [*fundamental frequency*] 247, 251
 częstotliwość prądu przemiennego [*alternating current frequency*] 161
 częstotliwości światła [*light frequency*] 186, 205
 czoło fali [*wavefront*] 236

D

dalekowzroczność [*hypermetropia*] 220
 decybel [*decibel*] 261
 detektor przewodnictwa [*continuity tester*] 63
 diamagnetyk [*diamagnetic material*] 117
 dioda elektroluminescencyjna [*light emitting diode*] 174
 dioda półprzewodnikowa [*semiconductor diode*] 58, 173
 dioptria [*dioptre*] 212
 dipol magnetyczny [*magnetic dipole*] 84
 długość fali [*wavelength*] 205, 237, 258
 domena magnetyczna [*magnetic domain*] 118
 domowa sieć elektryczna [*house mains wiring*] 22
 donor [*donor*] 55
 doświadczenie Ørsteda [*Ørsted's experiment*] 87
 doświadczenie Thomsona [*Thomson's experiment*] 69
 duant [*dee*] 98
 dudnienie [*beat*] 262
 dyfrakcja [*diffraction*] 253
 dziury [*holes*] 54

E

elektromagnes [*electromagnet*] 119
 elektromagnes nadprzewodzący [*superconducting electromagnet*] 56–57
 elektrony swobodne [*free electrons*] 52, 54
 elementy bierne w obwodzie elektrycznym [*passive components*] 29
 elementy czynne w obwodzie elektrycznym [*active components*] 29, 42–43
 emiter tranzystora [*transistor emitter*] 61
 energia fali [*wave energy*] 238
 energia jonizacji [*ionisation energy*] 65

F

fala akustyczna [*acoustic wave*] 258–259
 fala cząstkowa [*wavelet*] 253
 fala elektromagnetyczna [*electromagnetic wave*] 186, 258–259, 267
 fala harmoniczna [*harmonic wave*] 235, 241, 254
 fala kulista [*spherical wave*] 237
 fala mechaniczna [*mechanical wave*] 232
 fala na wodzie [*water (surface) wave*] 234, 236
 fala płaska [*plane wave*] 237, 240
 fala podłużna [*longitudinal wave*] 234
 fala poprzeczna [*perpendicular wave*] 232–234
 fala stojąca [*standing wave*] 248
 fala wypadkowa [*resultant wave*] 246
 fale spójne [*coherent waves*] 255
 faza fali [*wave phase*] 241, 245
 ferromagnetyk [*ferromagnetic material*] 117–119
 funkcja falowa fali płaskiej [*wave function of a plane wave*] 241, 243

G

generator prądu przemiennego [*alternating current generator*] 157

H

halo [*halo*] 206
 henr [*henry*] 153
 histereza magnetyczna [*magnetic hysteresis*] 118

I

igła magnetyczna [*compass needle*] 82
 indukcja elektromagnetyczna [*electromagnetic induction*] 132
 indukcja magnetyczna [*magnetic field*] 90, 106–108
 indukcyjność [*inductance*] 153
 interferencja fal [*wave interference*] 245, 248, 255–256, 262

J

jonizacja lawinowa [*avalanche ionisation*] 66
jonizacja wtórna [*secondary ionisation*] 66

K

kąt graniczny [*critical angle*] 195
kąt łamiący pryzmatu [*prism apex angle*] 203
kąt odbicia [*reflection angle*] 187
kąt padania [*angle of incidence*] 187
kąt widzenia [*angle of view*] 218, 220
kąt załamania [*refraction angle*] 190
kierunek przewodzenia [*forward direction*] 59
kierunek zaporowy [*reverse direction*] 59
koercja [*coercivity*] 119
kolektor tranzystora [*transistor collector*] 61
koncentracja nośników ładunku [*charge carrier density*] 52, 64
konstrukcja obrazów w soczewkach [*image in lens*] 213–215
konstrukcja obrazów w zwierciadłach kulistych [*image in spherical mirror*] 200, 202
konstrukcja obrazów w zwierciadle płaskim [*image in plane mirror*] 198–199
krótkowzroczność [*myopia*] 220
krzywa Gaussa [*Gaussian curve*] 282

L

linie pola magnetycznego [*magnetic field lines*] 83, 90, 105–108
lupa [*magnifier*] 218

Ł

łączenie mieszane odbiorników [*series-parallel circuit*] 19
łączenie równoległe odbiorników [*parallel circuit*] 18
łączenie szeregowo odbiorników [*series circuit*] 17

M

magnes trwały [*permanent magnet*] 83, 119
magnetosfera [*magnetosphere*] 101
mikroskop [*microscope*] 221
miraż [*mirage*] 192
moc chwilowa [*momentary power*] 161
moc fali akustycznej [*power of acoustic wave*] 260
moc prądu elektrycznego [*power of electric current*] 28
moc prądu przemiennego [*power of alternating current*] 163
moc skuteczna (średnia) [*apparent (mean) power*] 163
moc znamionowa (nominalna) [*power rating*] 29
moc źródła fali [*power of wave source*] 238

N

nadprzewodnictwo [*superconductivity*] 56, 121
napięcie chwilowe [*momentary voltage*] 161
napięcie maksymalne [*peak voltage*] 161
napięcie skuteczne [*RMS voltage*] 163
natężenie chwilowe [*momentary current*] 160
natężenie fali [*wave intensity*] 238, 259
natężenie maksymalne [*peak current*] 160
natężenie prądu [*current*] 8–9, 53
natężenie skuteczne [*RMS current*] 163
niepewność graniczna [*maximum uncertainty*] 280
niepewność standardowa [*standard uncertainty*] 282, 284
normalna padania [*normal*] 187
nośniki ładunku [*charge carriers*] 8, 52, 54–55, 63–64

O

oczko sieci [*closed loop*] 42, 43–44
obraz pozorny [*virtual image*] 198–199, 201–202, 214, 215, 218
obraz rzeczywisty [*real image*] 200, 213, 219
odbicie światła [*reflection of light*] 187
odchylenie promienia świetlnego w pryzmacie [*refraction in a prism*] 203
odchylenie standardowe [*standard deviation*] 283
odchylenie standardowe średniej [*standard deviation of the mean*] 283
oddziaływanie magnetyczne [*magnetic interaction*] 82, 105
odkrycie elektronu [*electron discovery*] 67, 69
odległość dobrego widzenia [*least distance of distinct vision*] 219
ognisko soczewki [*focus of a lens*] 210, 211
ognisko zwierciadła [*focus of a mirror*] 200, 201
ogniskowa soczewki [*focal length of a lens*] 210
ogniskowa zwierciadła [*focal length of a mirror*] 199–200
ogniwo galwaniczne [*galvanic cell*] 31
oko [*eye*] 219
okres fali [*wave period*] 237
om [*ohm*] 14
opór elektryczny [*electric resistance*] 14, 15, 26, 33, 55
opór wewnętrzny ogniwa [*internal resistance of a cell*] 33–34, 37–38
opór właściwy [*resistivity*] 26, 54, 64
opór zastępczy [*total resistance*] 17
oś optyczna soczewki [*optical axis of a lens*] 209
oś optyczna zwierciadła [*optical axis of a mirror*] 199

P

paramagnetyk [*paramagnetic material*] 117
pętla histerezy [*hysteresis loop*] 118
płytką równoległościenną [*glass block*] 207
pole magnetyczne [*magnetic field*] 82, 87
pole magnetyczne magnesu [*magnetic field of a magnet*] 82
pole magnetyczne pętli [*magnetic field of a loop*] 108
pole magnetyczne przewodnika prostoliniowego [*magnetic field of a linear conductor*] 105
pole magnetyczne Ziemi [*magnetic field of the Earth*] 84–86, 101–102
pole magnetyczne zwojnicy [*magnetic field of a solenoid*] 106
pomiar bezpośredni [*direct measurement*] 280, 281
pomiar pośredni [*indirect measurement*] 280, 285
powierzchnia falowa [*wavefront*] 236–237
powiększenie [*magnification*] 200, 213, 221
powiększenie katowe lupy [*angular magnification of a magnifier*] 218
poziom natężenia dźwięku [*sound level*] 260–261
pozostałość magnetyczna [*remanence*] 119
półprzewodniki samoistne [*intrinsic semiconductors*] 54
półprzewodniki domieszkowane [*doped semiconductors*] 55–56
półprzewodniki typu n [*n-type semiconductors*] 55
półprzewodniki typu p [*p-type semiconductors*] 55
praca prądu elektrycznego [*work done by electric current*] 28
praca prądu przemiennego [*work done by alternating current*] 162
prawo Faradaya [*Faraday's law*] 140
prawo indukcji elektromagnetycznej [*the law of electromagnetic induction*] 140
prawo Kirchhoffa drugie [*Kirchhoff's voltage law*] 44
prawo Kirchhoffa pierwsze [*Kirchhoff's current law*] 10
prawo odbicia [*law of reflection*] 187
prawo Ohma [*Ohm's law*] 14, 33, 66
prawo przenoszenia (propagacji) niepewności [*uncertainty propagation*] 287
prawo Rayleigha [*Rayleigh's law of scattering*] 189–190
prawo załamania [*law of refraction*] 191

prąd elektryczny w elektrolitach [*electric current in electrolytes*] 63
prąd elektryczny w gazach [*electric current in gases*] 65
prąd elektryczny w metalach [*electric current in metals*] 52
prąd elektryczny w półprzewodnikach [*electric current in semiconductors*] 54
prąd indukcyjny [*induced current*] 134
prądnica prądu przemiennego [AC generator] 157
prąd przemienny [*alternating current (AC)*] 160
prąd wirowy [*eddy current*] 121, 148, 150
prąd wsteczny [*reverse current*] 60
prąd zmienny [*variable current*] 163
promienie katodowe [*cathode rays*] 66, 68
promienie krzywizn soczewki [*lens radius of curvature*] 210–211
promieniowanie nadfioletowe [*ultraviolet radiation*] 186
promieniowanie podczerwone [*infrared radiation*] 186
promień fali [*wave vector*] 236–237
promień krzywizny zwierciadła [*mirror radius of curvature*] 199
promień świetlny [*ray of light*] 187, 193
prostoliniowe rozchodzenie się światła [*light propagation*] 187
prostownicze działanie diody półprzewodnikowej [*semiconductor diode as rectifier*] 60, 173
prostownik prądu przemiennego [*rectifier*] 173
próg słyszalności [*threshold of hearing*] 259
pryzmat [*prism*] 203–204
przekładnia transformatora [*transformer voltage (turns) ratio*] 167
przenikalność magnetyczna próżni [*vacuum permeability*] 106, 112
przewodnictwo niesamoistne [*extrinsic conductivity*] 65
przewodnictwo samoistne [*intrinsic conductivity*] 66
przewód fazowy [*live wire*] 23
przewód neutralny [*neutral wire*] 23
przewód ochronny [*earth wire*] 23
pseudowektor [*pseudovector*] 92

R

refrakcja astronomiczna [*astronomical refraction*] 193
reguła Lenza [*Lenz's law*] 144
reguła lewej dłoni [*left hand rule*] 94
reguła prawej dłoni [*right hand rule*] 106, 107

rozproszenie światła [*light scattering*] 188, 189–190
 rozszczepienie światła białego [*dispersion of light*] 205, 206
 równanie soczewki [*lens equation*] 213
 równanie zwierciadła [*mirror equation*] 201

S

silnik elektryczny na prąd stały [*DC electric motor*] 113
 siła elektrodynamiczna [*electrodynamic force*] 88, 91, 94, 111
 siła elektromotoryczna indukcji [*electromotive force of induction*] 140
 siła elektromotoryczna ogniwa [*electromotive force of a cell*] 32, 35, 37
 siła elektromotoryczna samoindukcji [*self-inductance electromotive force*] 153
 siła lepkości cieczy [*fluid viscosity*] 64
 siła Lorentza [*Lorentz force*] 96
 siła magnetyczna [*magnetic force*] 82
 soczewka sferyczna [*spherical lens*] 209
 strumień magnetyczny [*magnetic flux*] 135
 strzałka fali stojącej [*antinode of a standing wave*] 250
 szkło odbłaskowe [*retroreflector*] 188
 szybkość dryfu [*drift velocity*] 52, 64
 szybkość fali [*wave speed*] 237
 szybkość fali dźwiękowej [*sound wave speed*] 258
 symbole elementów obwodu [*symbols of circuit components*] 10

Ś

środek krzywizny soczewki [*centre of curvature of lens*] 210
 światło monochromatyczne [*monochromatic light*] 204
 światło widzialne [*visible light*] 186
 światłowód [*optical fibre*] 196–197

T

tarcza Kolbego [*Kolbe's optical disc*] 187
 termistor [*thermistor*] 15
 termoemisja [*thermionic emission*] 67
 tesla [*tesla*] 92
 tęcza [*rainbow*] 205
 transformator [*transformer*] 166
 tranzystor [*transistor*] 61, 175

U

ugięcie fali [*wave refraction*] 253–254, 258
 ultradźwięki [*ultrasounds*] 266, 268–269
 uzwojenie pierwotne [*primary winding*] 166
 uzwojenie wtórne [*secondary winding*] 166

W

warstwa zaporowa [*p-n junction*] 58
 weber [*weber*] 136
 węzeł fali stojącej [*node of a standing wave*] 249–250
 wiatr słoneczny [*solar wind*] 101, 102
 widmo ciągłe [*continuous spectrum*] 205
 współczynnik samoindukcji [*inductance*] 153
 współczynnik temperaturowy oporu [*temperature coefficient of resistance*] 16
 współczynnik względnej przenikalności magnetycznej [*relative magnetic permeability*] 116
 współczynnik wzmocnienia prądowego [*current amplification coefficient*] 62
 współczynnik załamania bezwzględny [*absolute refractive index*] 191
 współczynnik załamania względny [*relative refractive index*] 191
 wyłącznik różnicowy [*residual-current circuit breaker*] 170–171
 wyższe harmoniczne [*harmonics*] 247, 251
 wzmacniacz [*amplifier*] 175
 wzór soczewkowy [*lens equation*] 211

Z

załamanie światła [*refraction of light*] 190
 zasada Huygensa [*Huygens principle*] 253
 zasada superpozycji [*principle of superposition*] 108, 245
 zdolność skupiająca [*optical power*] 212
 zjawisko Dopplera [*Doppler effect*] 264–268
 zjawisko Tyndalla [*Tyndall effect*] 189
 złącze n-p [*n-p junction*] 58
 zorza polarna [*aurora borealis*] 102–103
 zwierciadło kuliste wklęsłe [*spherical concave mirror*] 199
 zwierciadło kuliste wypukłe [*spherical convex mirror*] 201
 zwierciadło płaskie [*plane mirror*] 198
 źródła spójne [*coherent sources*] 255
 źródło fali [*wave source*] 238, 240, 253, 258

Źródła ilustracji i fotografii

Okładka: (zorza polarna) Universal History Archive/Getty Images

Tekst główny: s. 7 (płyta główna) thomaslenne/iStockphoto/Getty Images; s. 8 (błyskawica) IgorZh/Shutterstock.com; s. 12 (pomiar napięcia) Paweł Duma/WSiP; s. 16 (termistor) TH3D; s. 17 (lampki choinkowe) Weekend Images Inc./iStockphoto/Getty Images; s. 22 (kuchnia) ImageFlow/Shutterstock.com, (kuchenka mikrofalowa) BalancePhoto/Shutterstock.com, (kuchenka indukcyjna) Tetiana Yurchenko/Shutterstock.com, (łazienka) Archi_Viz/Shutterstock.com, (suszarka) dariuszz/Shutterstock.com, (pralka) fotografos/Shutterstock.com, (pokój) Marina_D/Shutterstock.com, (telewizor) Vasyl Shulga/Shutterstock.com, (laptop) Alexey Pushkin/Shutterstock.com; s. 23 (wtyczka z uziemieniem) annfoto/iStockphoto/Getty Images, (przewód trójżyłowy) Dario Lo Presti/Shutterstock.com, (wtyczka płaska) FabrikaSimf/Shutterstock.com, (przewód dwużyłowy) SCHAMIN/Shutterstock.com; s. 25 (oporniki) matej_z/Shutterstock.com; s. 26 (przrząd) Łukasz Opaliński/Zamkor/WSiP; s. 28 (żarówka) Chones/Shutterstock.com; s. 30 (bezpiecznik a) TonStocker/Shutterstock.com, (bezpiecznik b) Mrs_ya/Shutterstock.com, (bezpiecznik c) Mantonature/iStockphoto/Getty Images; s. 31 (baterie) Sergey Granev/iStockphoto/Getty Images; s. 35 (pomiar napięcia) GIPhotoStock/SCIENCE SOURCE/East News; s. 39 (obwód) GIPhotoStock/SCIENCE SOURCE/East News; s. 45 (obwód drukowany) PowerUp/Shutterstock.com; s. 52 (fotoogniwo) APA/Science Photo Library/East News; s. 57 (aparatura MRI) KaliAntye/Shutterstock.com, (schemat skanera MRI) Sławomir Skryśkiewicz; s. 58 (mikrochip) Robert Lucian Crusitu/Shutterstock.com; s. 61 (obwód z diodą x2) GIPhotoStock/SCIENCE SOURCE/East News, (tranzystory) pioneer111/iStockphoto/Getty Images; s. 63 (neon) SPENCER GRANT/SCIENCE SOURCE/East News, (detektor przewodnictwa) Łukasz Opaliński/Zamkor/WSiP; s. 67 (świecenie gazu x5) Kim Christensen/Shutterstock.com; s. 68 (lampa katodowa podłużna x3) CHARLES D. WINTERS/SCIENCE SOURCE/East News, (lampa z krzyżem) sciencedemonstrations.fas.harvard.edu, (schemat lampy z wiatraczkiem) Sławomir Skryśkiewicz; s. 69 (schemat rury Thomsona x2) Sławomir Skryśkiewicz; s. 70 (błyskawica) IgorZh/Shutterstock.com, (pomiar napięcia) Paweł Duma/WSiP; s. 71 (lampki choinkowe) Weekend Images Inc./iStockphoto/Getty Images, (oporniki) matej_z/Shutterstock.com; s. 72 (żarówka) Chones/Shutterstock.com, (baterie) Sergey Granev/iStockphoto/Getty Images, (pomiar napięcia) GIPhotoStock/SCIENCE SOURCE/East News; s. 73 (obwód) GIPhotoStock/SCIENCE SOURCE/East News, (fotoogniwo) APA/Science Photo Library/East News; s. 74 (mikrochip) Robert Lucian Crusitu/Shutterstock.com; s. 75 (neon) SPENCER GRANT/SCIENCE SOURCE/East News; s. 81 (tory cząstek) GORONWY TUDOR JONES, UNIVERSITY OF BIRMINGHAM/Science Photo Library/East News; s. 82 (magnes i pineski) tookitook/Shutterstock.com; s. 84 (Ziemia) PopTika/Shutterstock.com; s. 85 (mapa) Adrian Bergiel/WSiP; s. 87 (wirnik silnika) Santi S/Shutterstock.com; s. 90 (kolej magnetyczna) Markus Mainka/Shutterstock.com, (pole magnetyczne układu magnesów x2) CORDELIA MOLLOY/SCIENCE PHOTO LIBRARY/East News; s. 94 (ręka) Jaros/Shutterstock.com; s. 96 (tory cząstek) LBNL/SCIENCE SOURCE/BE&W; s. 101 (Ziemia) PopTika/Shutterstock.com; s. 102 (zorza polarna z ISS) ESA/NASA; s. 103 (zorza polarna na Saturnie) ESA/NASA, (zorza polarna nad Polską) Marczak Marcin/500px Plus/Getty Images; s. 105 (pole magnetyczne zwojnicy) Wojciech Wójtowicz/WSiP; s. 106 (ręka x2) Business stock/Shutterstock.com; s. 107, s. 108 (ręka) Wojciech Wójtowicz/WSiP; s. 110 (sieć trakcyjna) Faraonvideo/Shutterstock.com; s. 113 (hulajnogi) Łukasz Mularczyk/Shutterstock.com; s. 115 (ferrofluid) Oliver Hoffmann/eyewave/iStockphoto/Getty Images; s. 120 (elektromagnes) dvande/Shutterstock.com; s. 121 (lewitacja) Science Photo Library/East News; s. 122 (magnes i pineski) tookitook/Shutterstock.com, (wirnik silnika) Santi S/Shutterstock.com, (kolej magnetyczna) Markus Mainka/Shutterstock.com; s. 123 (tory cząstek) LBNL/SCIENCE SOURCE/BE&W, (pole magnetyczne zwojnicy) Wojciech Wójtowicz/WSiP; s. 124 (sieć trakcyjna) Faraonvideo/Shutterstock.com, (hulajnogi) Łukasz Mularczyk/Shutterstock.com; s. 125 (ferrofluid) Oliver Hoffmann/eyewave/iStockphoto/Getty Images; s. 131 (linie wysokiego napięcia) Leila Melhado/iStockphoto/Getty Images; s. 132 (doświadczenie Faradaya) UniversalImagesGroup/Getty Images, (portret Faradaya) Wikipedia [Public Domain], (rękopis) Public Domain, (pierścień) Dorling Kindersley/UiG/SCIENCE PHOTO LIBRARY/East News; s. 138 (gitara) Barna Tanko/Shutterstock.com; s. 143 (gitara) dean bertoncelj/Shutterstock.com; s. 144 (bramki elektromagnetyczne) QinJin/Shutterstock.com; s. 148 (smażenie jajka) ersin ergin/Shutterstock.com; s. 149 (wnętrze kuchenki indukcyjnej) PjrStudio/Alamy Stock Photo/BE&W, (piec indukcyjny) Mr.1/Shutterstock.com; s. 152 (cewki) Rainer Plendl/Shutterstock.com; s. 157 (dynamo) Ryszard Piątkowski; s. 165 (alternator) Philip Lange/Shutterstock.com; s. 166 (transformator z kolorowymi uzwojeniami) KPixMining/Shutterstock.com; s. 169 (transformator energetyczny) MISS KANITHAR AIUMLA-OR/Shutterstock.com, (transformator małej mocy) GIPHOTOSTOCK/SCIENCE PHOTO LIBRARY/East News; s. 170 (elektrownia) Macrovector/Shutterstock.com, (zakład przemysłowy) elenab/Shutterstock.com, (domy) BigMouse/Shutterstock.com, (wyłącznik różnicowy) LC-TEC; s. 173 (tunel z diod LED) Nipon

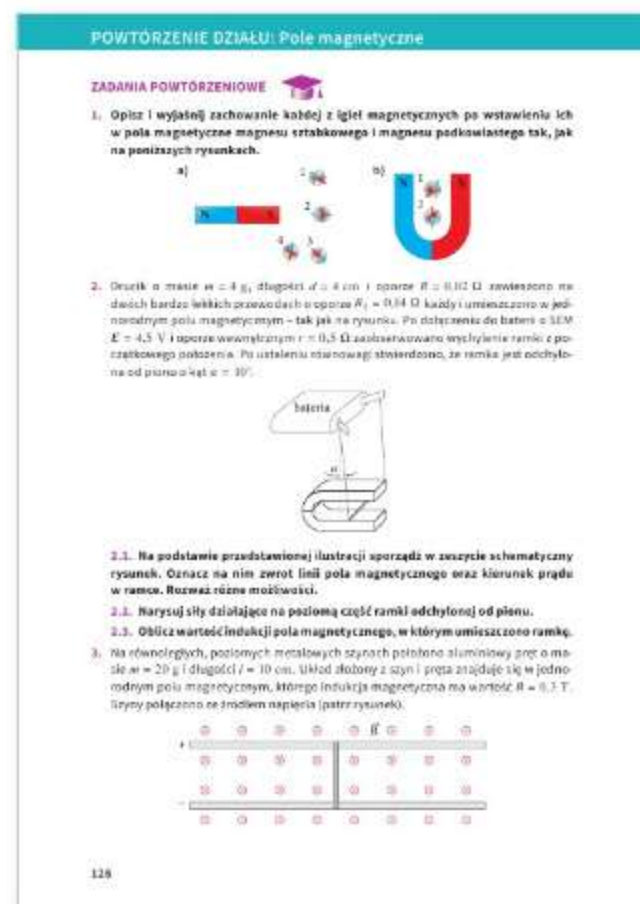
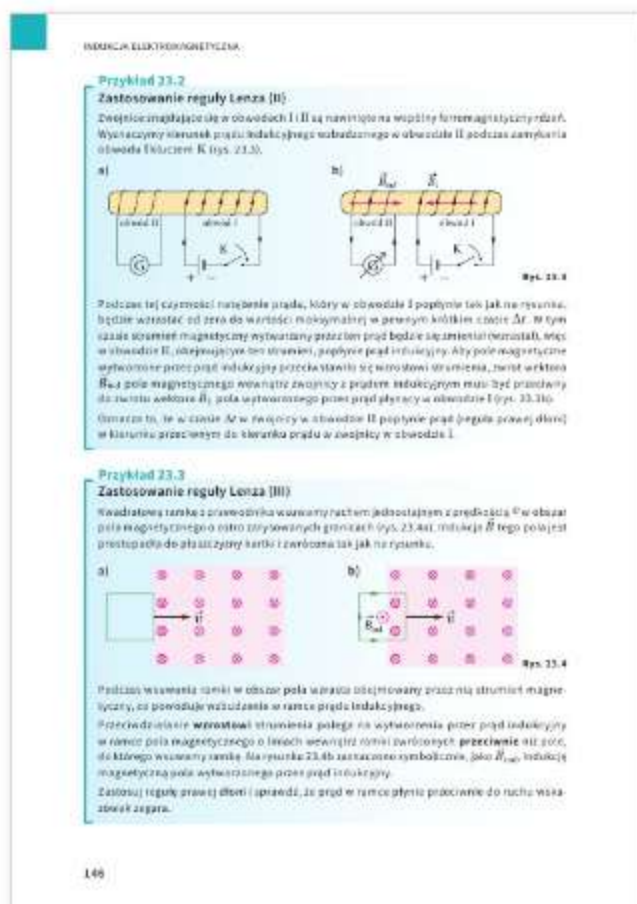
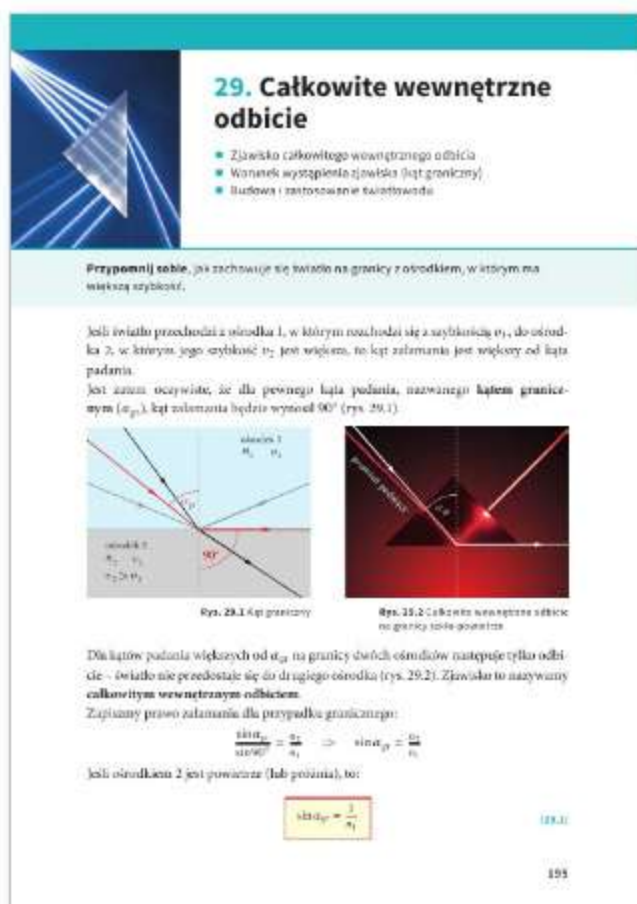
Laicharoenchokchai/Shutterstock.com; s. 174 (diody LED) Oleksiy Mark/Shutterstock.com; s. 175 (żarówka LED) ludinko/Shutterstock.com; s. 177 (doświadczenie Faradaya) UniversalImagesGroup/Getty Images, (gitara) Barna Tanko/Shutterstock.com; s. 178 (bramki elektromagnetyczne) QinJin/Shutterstock.com, (cewki) Rainer Plendl/Shutterstock.com; s. 179 (dynamo) Ryszard Piątkowski; s. 180 (transformator z kolorowymi uzwojeniami) KPixMining/Shutterstock.com, (tunel z diod LED) Nipon Laicharoenchokchai/Shutterstock.com; s. 185 (delfin) Pascal Kobeh/BE&W; s. 186 (odbicie) itlada/Shutterstock.com, (cień) Taras Vyshnya/Shutterstock.com; s. 187 (tarcza Kolbego) Zamkor/WSiP; s. 188 (oświetlenie sceny) Roman Voloshyn/Shutterstock.com; s. 189 (rozpraszanie światła x2) Wojciech Wójtowicz/WSiP; s. 190 (chmury) KC Lens and Footage/Shutterstock.com, (Księżyc) Alan Dyer/VWPics/Science Photo Library/East News; s. 192 (pustynia) Guido Vermeulen-Perdaen/Shutterstock.com, (jezdnia) simoncritchell/Shutterstock.com, (człowiek) Michal Sanca/Shutterstock.com, (drzewo) Nazarii M/Shutterstock.com, (Arktyka) jack stephens/Alamy Stock Photo/BE&W; s. 193 (zakrzywienie promienia światła) Wojciech Wójtowicz/WSiP, (zachód Słońca) Kevin Szen/Shutterstock.com; s. 195 (pryzmat) XX9/GIPhotoStock/Science Photo Library/East News, (całkowite wewnętrzne odbicie w pryzmacie) GIPhotoStock/SCIENCE SOURCE/East News; s. 196 (wnętrze światłowodu) Sashkin/Shutterstock.com; s. 197 (światłowód w strumieniu wody) Wojciech Wójtowicz/WSiP; s. 198 (rzeźba Fasolka) gary718/Shutterstock.com; s. 203 (las) andrmoel/Shutterstock.com; s. 206 (halo wokół Słońca) Science Photo Library/East News, (halo wokół Księżyca) Babak Tafreshi/SCIENCE SOURCE/BE&W, (halo z samolotu) KATE NARA/Shutterstock.com, (słup słoneczny) Alexandr Ivanov/Alamy Stock Photo/BE&W; s. 207 (ołówek) studiovin/Shutterstock.com, (płytką szklaną) sciencephotos/Alamy Stock Photo/BE&W; s. 209 (szklanki) ALAN MORGAN PHOTOGRAPHY/Alamy Stock Photo/BE&W; s. 210 (soczewka skupiająca) XX9/GIPhotoStock/Science Photo Library/East News; s. 211 (soczewka rozpraszająca) XX9/GIPhotoStock/Science Photo Library/East News; s. 218 (lupa) Smile19/Shutterstock.com; s. 219 (chłopak) Viorel Sima/Shutterstock.com; s. 221 (mikroskop) Sashkin/Shutterstock.com; s. 223 (odbicie) itlada/Shutterstock.com, (pryzmat) XX9/GIPhotoStock/Science Photo Library/East News, (rzeźba Fasolka) gary718/Shutterstock.com; s. 224 (las) andrmoel/Shutterstock.com; s. 225 (szklanki) ALAN MORGAN PHOTOGRAPHY/Alamy Stock Photo/BE&W; s. 226 (lupa) Smile19/Shutterstock.com; s. 231 (morze) Jose Manuel Gelpi Diaz/Alamy Stock Photo/BE&W; s. 232 (falownica) Wojciech Wójtowicz/WSiP; s. 236 (bałwan na morzu) Mana Photo/Shutterstock.com; s. 239 (załamanie fali) Piotr Kubat/WSiP; s. 240 (morze) ChrisVanLennepPhoto/Shutterstock.com; s. 244 (moneta) reprodukcja, (palec) tanatat/Shutterstock.com; s. 245 (falowanie tafli wody) Doug Lemke/Shutterstock.com, (odbicie fali) Piotr Kubat/WSiP, (interferencja fal kolistych) Wojciech Wójtowicz/WSiP; s. 248 (gitarzysta) PopTika/Shutterstock.com, (fala stojąca na sznurze x3) ALM/Science Photo Library/East News; s. 253 (morze) RWBrooks/Shutterstock.com; s. 258 (trąbka) GIROMIN STUDIO/Shutterstock.com; s. 262 (gra na gitarze) defpicture/Shutterstock.com; s. 263 (gitara) jwls1914/Shutterstock.com; s. 264 (wóz strażacki) mapman/Shutterstock.com; s. 268 (ultrasonograf) Free Belarus/Shutterstock.com, (głowica) Johann Himsl/Shutterstock.com, (obraz USG wątroby) mr.suphachai praserdumrongchai/iStockphoto/Getty Images; s. 269 (scaling) al7/Shutterstock.com, (zabieg kosmetyczny) dimid_86/iStockphoto/Getty Images, (fizykoterapia ultradźwiękami) Microgen/Shutterstock.com; s. 270 (falownica) Wojciech Wójtowicz/WSiP, (bałwan na morzu) Mana Photo/Shutterstock.com; s. 271 (morze) ChrisVanLennepPhoto/Shutterstock.com, (falowanie tafli wody) Doug Lemke/Shutterstock.com; s. 272 (gitarzysta) PopTika/Shutterstock.com; s. 273 (morze) RWBrooks/Shutterstock.com, (interferencja x2) Wojciech Wójtowicz/WSiP; s. 274 (trąbka) GIROMIN STUDIO/Shutterstock.com, (wóz strażacki) mapman/Shutterstock.com; s. 277 (auto policyjne) Nerthuz/Shutterstock.com, (chłopak) Viorel Sima/Shutterstock.com; s. 279 (ekran oscyloskopu) MARTYN F. CHILLMAID/SCIENCE PHOTO LIBRARY/East News; s. 290 (przysłady) Danuta Szot-Gawlik/WSiP; s. 293 (ława optyczna) Piotr Kubat/WSiP

pozostałe ilustracje

Autorzy: Katarzyna Mentel, Hanna Michalska-Baran, TomMaster Studio

Aktualność linków, które występują w tym podręczniku i odsyłają do zewnętrznych stron internetowych, została sprawdzona przed ich opublikowaniem (dostęp z dnia 10.02.2021 r.). Wydawnictwo nie ponosi odpowiedzialności za aktualność oraz zawartość tych stron lub stron, do których linki tam się znajdują.

Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne oświadczają, że podjęły starania mające na celu dotarcie do właścicieli i dysponentów praw autorskich wszystkich zamieszczonych utworów. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, przytaczając w celach dydaktycznych utwory lub fragmenty, postępują zgodnie z art. 27¹ ustawy o prawie autorskim. Jednocześnie Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne oświadczają, że są jedynym podmiotem właściwym do kontaktu autorów tych utworów lub innych podmiotów uprawnionych w wypadkach, w których twórcy przysługuje prawo do wynagrodzenia.



Wprowadzenie do każdego rozdziału ułatwia przygotowanie się do lekcji i uporządkowanie wiedzy.

Przykłady rozwiązane krok po kroku przygotowują ucznia do samodzielnego rozwiązywania zadań.

Systematyczne **rozwiązywanie zadań** pomaga w przygotowaniu do sprawdzianów i matury.



Informacje zatytułowane **Wiedzieć więcej** uzupełniają wykład o dodatkowe treści.

Infografiki są źródłem informacji i inspiracją do stawiania nowych pytań i rozwijania zainteresowań.

Powtórzenie działu w formie repetytorium zapewnia utrwalenie oraz uporządkowanie wiedzy.